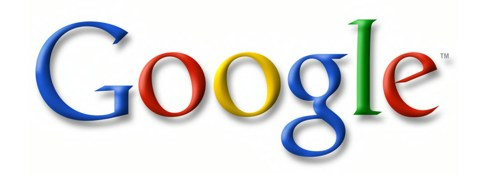
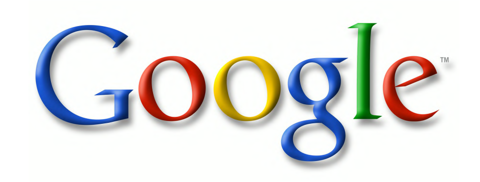
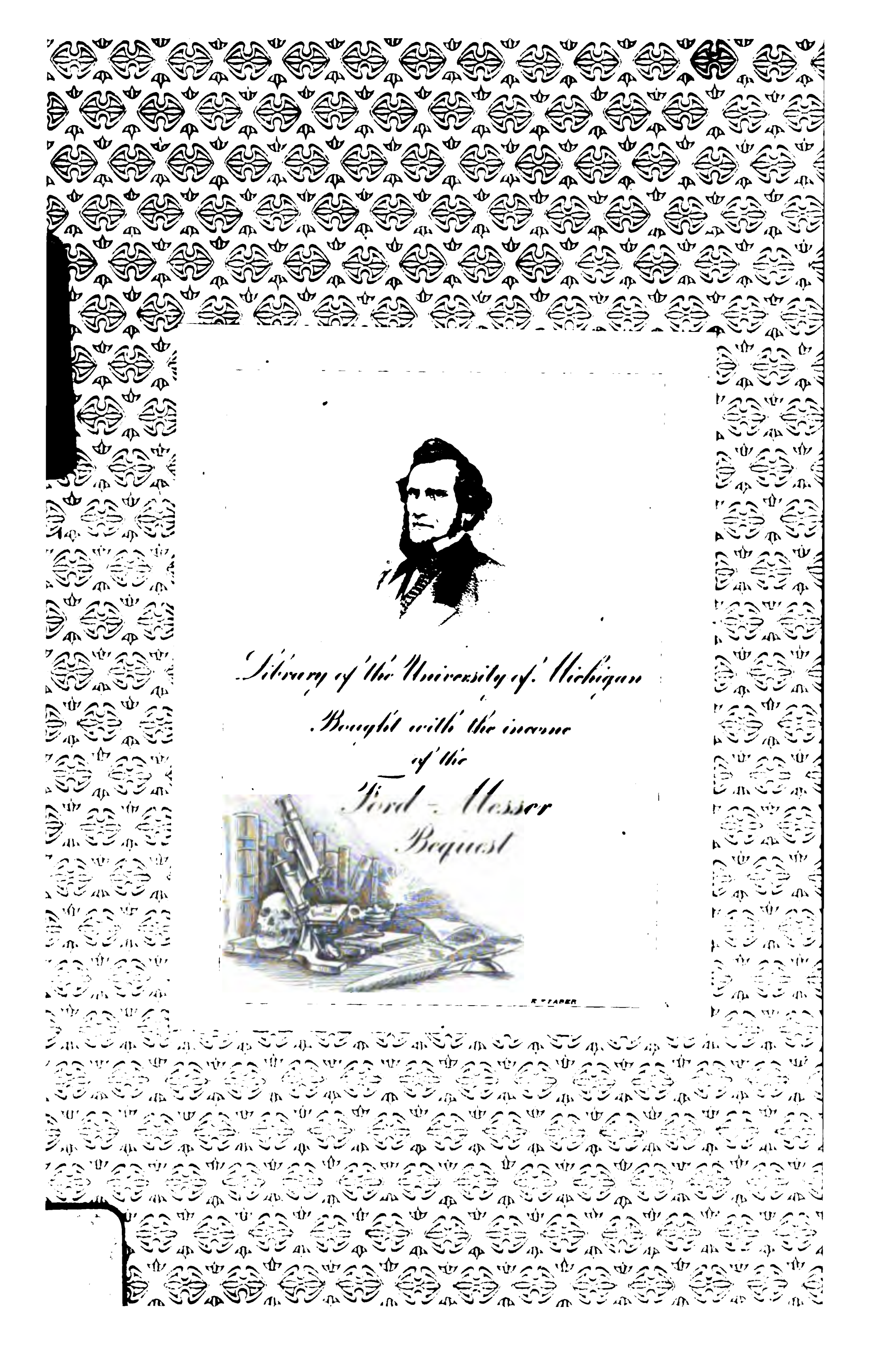
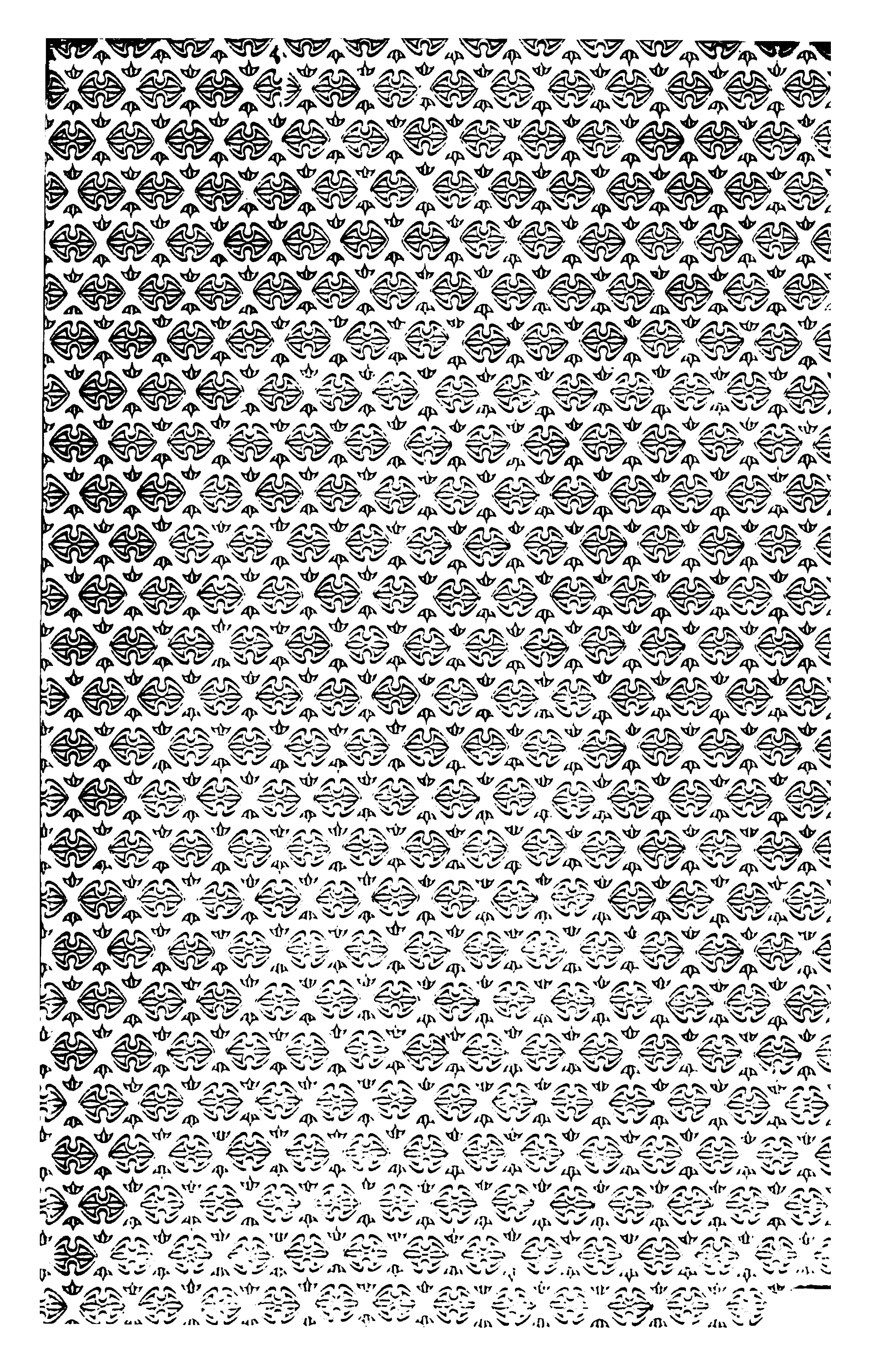








MÉMOIRES COURONNÉS

ET

AUTRES MÉMOIRES.

MÉMOIRES COURONNÉS

ET

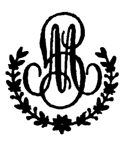
AUTRES MÉMOIRES,

PUBLIÉS PAR

L'ACADÉMIE ROYALE

DES SCIENCES, DES LETTRES ET DES BEAUX-ARTS DE BELGIQUE.

COLLECTION IN-8°. — TOME XXIII.



BRUXELLES,

F. HAYEZ, IMPRIMEUR DE L'ACADÉMIE ROYALE.

Août 1873.

NOTES

CHIMIQUES ET CHIMICO-PHYSIQUES,

1° Sur la préparation de l'anhydride sulfureux, ses dérivés et ses usages ;

2° Sur le point d'ébullition et la tension de vapeur de l'anhydride sulfureux a 100°C;

3° Sur le chlorure de sulfuryle ;

4° Sur la combinaison directe de chlore et d'hydrogène a l'obscurité parfaite ;

5° Sur la liquéfaction des gaz condensés par le charbon ;

PAR

M. MELSENS,

MEMBRE DE L'ACADÉMIE ROYALE DE BELGIQUE.

(Présentées à la classe des sciences en août et en octobre 1872 et en mars 1873.)

TABLE DES MATIÈRES.

NOTES
CHIMIQUES ET CHIMICO-PHYSIQUES.

PREMIÈRE NOTE.

SUR LA PRÉPARATION DE L'ANHYDRIDE SULFUREUX, SES DÉRIVÉS ET SES USAGES.

J'ai fait connaître en 1860 (*) des procédés qui permettent d'obtenir l'anhydride sulfureux avec beaucoup de facilité; dans la séance du mois de mars 1865, je me suis borné à une communication verbale, tant sur la préparation de ce corps que sur celle du chlorure de sulfuryle (acide chlorosulfurique).

Le but de la présente publication est de donner quelques détails pour compléter les renseignements que j'ai depuis longtemps communiqués à beaucoup de chimistes.

Je compte remettre à une publication prochaine l'étude des réactions du chlorure de sulfuryle, étude qu'un jeune chimiste belge, mettant à profit quelques-unes de mes indications, a déjà commencée. M. Dubois, en effet, a présenté à l'Académie deux notes sur lesquelles MM. Kekulé et Stas, de Koninck et Donny ont fait des rapports.

(*) *Recueil spécial des brevets*, t. VII, p. 87.

§ 1. — *Préparation de l'anhydride sulfureux et de ses dérivés.*

—

La combustion des pyrites ou du soufre par l'oxygène de l'air, la destruction des matières organiques par l'acide sulfurique, l'action de ce corps sur le charbon, donnent de l'anhydride sulfureux mélangé d'autres produits, c'est-à-dire impur.

S'agit-il d'obtenir un produit pur, il faut avoir recours à la calcination des oxydes métalliques avec du soufre ou des pyrites. L'oxyde de cuivre et surtout le bioxyde de manganèse servent à cet effet dans les laboratoires; mais le procédé qui donne SO^2 le plus pur consiste à traiter le cuivre, l'argent ou le mercure par l'acide sulfurique concentré; ordinairement, c'est ainsi qu'on le prépare pour le besoin des cours.

On peut l'obtenir encore à l'état de pureté en chauffant légèrement du soufre avec de l'anhydride sulfurique, mais ce procédé est peu commode.

Ces moyens nombreux offrent certains inconvénients et lorsque j'ai eu besoin de me procurer de l'acide sulfureux pur, j'ai trouvé, dans des expériences de laboratoire, que la calcination des sulfates métalliques anhydres avec du soufre ou des pyrites offrait sur quelques-uns de ces procédés des avantages réels.

A une température peu élevée, inférieure à la température de l'ébullition du soufre, ce corps décompose le sulfate anhydre de sesquioxyde de fer et il se forme du sulfure de fer et de l'anhydride sulfureux. Quelques essais me permettent de dire que c'est entre 270 et 300°C, que la réaction commence.

L'expérience peut se faire parfaitement dans un tube de verre à analyses; on y introduit le mélange de soufre et de sulfate de fer sec, en laissant à la partie antérieure une petite colonne de sulfate pur, destinée à brûler le soufre qui pourrait s'échapper; on peut même très-convenablement remplacer dans cette opération le soufre par la pyrite de fer; l'opération peut être conduite

exactement comme on le fait pour une analyse organique en chauffant le tube d'avant en arrière.

Le sulfure résidu de l'opération peut servir pour la préparation de l'hydrogène sulfuré ou, redevenant sulfate à l'air, servir de nouveau ; il y a lieu de se demander si une opération de cette nature ne pourrait pas être appliquée industriellement en opérant dans des vases en fonte; il pourrait être utile, surtout quand il s'agit d'obtenir des dissolutions concentrées d'acide sulfureux, de sulfites et d'hyposulfites. Ces dissolutions se feraient bien plus aisément avec un gaz pur qu'avec le gaz mélangé d'azote, d'air ou d'acide carbonique; les appareils d'absorption ou de dissolution, quelque bien disposés qu'ils puissent être, ont une limite déterminée par la nature et la quantité du gaz qui accompagne le gaz sulfureux. Le bas prix du gaz sulfureux obtenu par la combustion des pyrites ou du soufre, sa dissolution assez facile compensent pour l'industrie ces défauts, qui, en définitive, n'empêchent pas des saturations suffisantes (*).

Parmi les procédés qui donnent de l'anhydride sulfureux pur, il en est un qui est indiqué dans les traités; mais il est peu usité jusqu'à présent, par suite de quelques difficultés d'exécution.

Voici ce que l'on trouve dans le *Traité de chimie appliquée aux arts*, par M. Dumas (t. I, p. 149, éd. de Paris 1838) : « Nous ver-
» rons plus loin que le soufre peut transformer, à l'aide de la
» chaleur, l'acide sulfurique en acide sulfureux en passant lui-
» même à cet état. Le bas prix du soufre rendrait ce procédé
» très-applicable si ce corps ne fondait pas à une température
» plus basse que celle qui est nécessaire à la réaction. Cette

(*) M. Stolba (*Journal fur practische Chemie* (1866), et *Bulletin de la Société Chimique*, t. VII (1867), a décrit le procédé de la préparation de l'anhydride sulfureux par le sulfate ferreux et le soufre. Les renseignements bibliographiques cités plus haut prouvent que j'ai le premier décrit ces réactions. Il est parfois bien difficile de connaître tout ce qui se publie; mais en maintenant mes droits à la priorité de la découverte, je dois ajouter que les chimistes sont très-excusables lorsqu'ils publient des faits connus; la note de M. Stolba doit donc être considérée comme une confirmation de mes expériences.

» circonstance rend l'opération tumultueuse et difficile à ré-
» gler. »

$$2SO^4H^2 + S = (SO^2)^3 + (H^2O)^2$$
$$196 + 32 = 192 + 36.$$

On voit que l'acide sulfurique additionné d'un 6e de son poids de soufre donne à peu près son poids d'anhydride sulfureux.

C'est de l'application de ce principe que je suis parti pour obtenir avec la plus grande facilité l'anhydride pur et gazeux, dissous ou liquéfié et les dissolutions de sulfites.

On parvient à régulariser cette action dans des vases de verre, soit en ajoutant des fragments de platine ou de la pierre ponce concassée.

Avec la pierre ponce en menus fragments les cornues de verre se comportent bien; le soufre, devenu visqueux et brun, se divise entre les fragments de ponce et la réaction marche convenablement et régulièrement; il est utile, dans une première opération, de fondre le soufre avec la pierre ponce pour que celle-ci s'en imprègne; mais une fois en marche, on peut y ajouter le soufre et l'acide sulfurique d'une façon continue.

La réaction se produit de 250 à 270°C. environ, points d'ébullition de l'acide sulfurique ayant une densité de 1,815 à 1,834 et contenant de 10 à 15 % d'eau.

On sait que dans l'affinage des métaux précieux on emploie, pour dissoudre l'argent, de grandes et fortes chaudières en fonte; c'est aussi dans la fonte que je fais l'opération.

Une marmite ordinaire en fonte est munie d'un couvercle de même métal percé de trois trous; dans le premier on adapte un fort tube de verre recourbé en *S* qui fait fonction de manomètre et de soupape de sûreté; le second trou reçoit un tube de porcelaine ou de fonte ouvert aux deux bouts; il plonge jusque vers le fond de la marmite; la troisième ouverture porte un tube très-large et sert de tube à dégagement pour l'eau, l'anhydride sulfureux et le soufre entraîné.

On trouve aisément dans les magasins de quincaillerie tous les objets nécessaires pour monter l'appareil et il est si facile

à disposer que je ne crois pas devoir m'arrêter à une description détaillée; du plâtre, de l'asbeste, de l'argile, des bourrelets de farine de lin mêlée de matières minérales, des mastics au minium, etc., des tubes en caoutchouc vulcanisé, permettent de rendre facilement étanches toutes les jointures, même lorsque l'appareil doit supporter une certaine pression, quand, par exemple, on s'en sert pour faire des dissolutions d'acide ou de sulfites.

Au tube à dégagement on adapte des tubes de plomb ou de verre, qui conduisent les gaz dans un flacon de verre ou dans un vase de plomb vides et munis d'un robinet de vidange vers le bas; il est bon d'en avoir plusieurs à la suite les uns des autres et d'y introduire des fragments de verre, de porcelaine, de coke ou de briques, destinés à arrêter la fleur de soufre qui est toujours entraînée avec les gaz et qui se dépose dans ces premiers vases avec l'eau qui se produit.

Il est utile, quand on emploie plusieurs flacons, de disposer les tubes abducteurs de façon à les faire plonger dans une faible couche d'eau; cette précaution permet de régler le feu et d'obtenir un dégagement convenable.

Le gaz ainsi lavé se débarrasse du soufre et il est reçu dans les appareils destinés à le dissoudre, ou à le liquéfier après l'avoir desséché.

La conduite de l'opération est très-simple; après avoir mis du soufre en excès et de l'acide sulfurique concentré, on chauffe; au fur et à mesure que le gaz sulfureux se produit, on ajoute de temps à autre les matières réagissantes, c'est-à-dire six parties d'acide sulfurique et une de soufre pour le tube ouvert aux deux bouts et muni d'un bouchon ordinaire; parfois j'ai employé un tube recourbé dont la partie courbe plongeait dans l'acide sulfurique, ce qui empêche le gaz sulfureux de se dégager par cet orifice; on pouvait le laisser ouvert ou le munir d'un bouchon portant un tube en *S* renfermant un peu de liquide; de cette façon on était toujours averti dès qu'il était nécessaire d'ajouter de l'acide sulfurique et du soufre; ce tube sert en même temps à faire connaître le niveau du liquide sulfurique mélangé de soufre dans l'appareil, qui devient ainsi un appareil continu pouvant donner des quantités

considérables de gaz pendant toute une journée de travail et n'exigeant même pas une surveillance incessante. Avec un appareil d'une capacité totale de 10 à 12 litres, on peut préparer aisément en quelques heures de travail plusieurs litres d'acide sulfureux liquéfié.

Lorsqu'on se propose de faire cette opération en vue d'en obtenir des quantités considérables de gaz sulfureux liquéfié, on dispose après les appareils ordinaires qui servent à dessécher les gaz un petit réfrigérant ordinaire avec serpentin en étain et entouré d'un mélange réfrigérant de sel marin et de glace; l'anhydride sulfureux se liquéfie et on le reçoit dans des vases de verre en forme de bouteille d'environ 1 litre, à très-long col que l'on refroidit et qu'on ferme ensuite à la lampe. On peut, avec un appareil d'une capacité totale de 10 à 12 litres et le réfrigérant d'un petit alambic, voir couler l'acide sulfureux comme si l'on distillait de l'eau; les serpentins métalliques ne sont nullement attaqués par l'anhydride sulfureux.

Quand on opère sur de petites quantités, il suffit d'employer comme serpentin réfrigérant des tubes de plomb que l'on tourne en spirale et que l'on refroidit convenablement.

Les flacons en demi-cristal et en verre ordinaire dans lesquels je conserve l'anhydride liquéfié ont été fabriqués au Val-St-Lambert; ils ont une épaisseur d'environ 2 millimètres et la forme d'une bouteille ordinaire; mais le fond, au lieu de former une concavité, n'est que légèrement aplati; le vase tient donc debout sans support. On les remplit de façon à laisser un vide convenable pour la dilatation. Dans ces conditions, j'ai pu exposer ces flacons en plein midi, à l'air libre, à l'action du soleil pendant plusieurs années sans qu'aucun d'eux éclatât; plusieurs de mes amis en conservent depuis dix ans pour les démonstrations dans leurs cours. Un flacon pareil peut servir à un grand nombre de leçons et permet de faire rapidement et commodément toutes les expériences de physique et toutes les réactions chimiques pendant la leçon : caléfaction, refroidissement, congélation de l'eau, etc.

Comme tous les métaux : plomb, étain, zinc, fer, cuivre, laiton, soudure, alliage de plomb et d'antimoine, alliage des coussinets

cuivre et antimoine résistent parfaitement et indéfiniment à l'action de l'anhydride sulfureux, on peut employer pour le conserver des vases métalliques, comme les cornues de fer qui servent au transport du mercure, en les munissant d'un robinet très-simple réalisant la fermeture du robinet de l'appareil Thilorier ou tout simplement un robinet conique avec douille, comme on l'emploie pour fixer les manomètres Bourdon sur les machines à vapeur.

---

§ 2. — *Usages industriels de l'anhydride sulfureux liquéfié.*

L'anhydride sulfureux se liquéfiant sous la pression de deux atmosphères environ à la température de 15°C., il paraît possible de le préparer industriellement à l'état liquide en le foulant dans des barriques de tôle, comme on le fait pour le gaz portatif, généralement comprimé à quatre ou cinq atmosphères; ce procédé aurait sur celui par refroidissement l'avantage de pouvoir être mis en œuvre en toute saison.

Un vase de fer d'un peu plus de 100 litres de capacité pourrait contenir environ 145 kilogrammes d'anhydride sulfureux liquide correspondant à 50,000 litres de gaz; ce serait un réservoir toujours prêt à fonctionner et qui pourrait rendre des services dans quelques cas, surtout lorsqu'il faut éviter les dangers d'incendie, quand on doit brûler du soufre à l'air et qu'il est bon d'éviter l'intervention de l'eau.

On pourrait peut-être utiliser SO^2 sous cette forme pour muter des matières d'un prix élevé comme le houblon, par exemple, pour arrêter instantanément des fermentations tumultueuses, et peut-être aussi pourrait-on l'employer avec avantage dans des cas d'incendie. En effet, supposons une enceinte renfermant des papiers précieux, des valeurs, des livres de commerce, des manuscrits d'une haute valeur historique, des livres précieux, etc.; ne pourrait-on pas tirer parti de l'emploi du gaz sulfureux avec les autres moyens usités pour éteindre les incendies? mais il y aurait lieu de faire des expériences directes.

---

§ 3. — *Usages des dissolutions d'acide sulfureux, des sulfites neutres ou acides et des hyposulfites.*

—

Les produits sulfureux ont déjà des usages nombreux et rendent d'incontestables services. En effet, ils servent :

1° *A blanchir* les plumes, la soie, la laine et les éponges; *à blanchir et à aider au dépôt* de l'amidon, de blés et de la fécule de pommes de terre.

2° Dans la préparation des boyaux, de l'ichtyocolle et de la gélatine, ils *mutent et blanchissent;*

3° *A muter* les dissolutions naturelles sucrées, les vins, la bière, les sirops de glucose, même les plantes sucrées comme la betterave;

4° *A conserver* le sang, la viande, les poissons;

5° *A empêcher* les mauvaises odeurs des tonneaux de bière en terminant le lavage par une faible quantité de ces produits que l'on peut y laisser séjourner et empêcher ainsi l'odeur de moisi, etc., etc.;

6° *A tuer* les insectes et à préserver les blés;

7° *A empêcher* la propagation des oïdiums et à pouvoir ainsi rendre des services dans la maladie des vignes, etc.;

8° *A désinfecter et assainir* les lazarets, salles de dissection, les lieux d'aisances, les égouts et leurs produits, les regards d'égouts en syphon, les magnaneries, les écuries, les waggons qui ont servi au transport du bétail, les habits ou harnachements qui ont été exposés à des émanations d'animaux atteints de maladies contagieuses;

9° *A combattre certaines maladies*, la gale, la teigne, les maladies parasitaires, lorsqu'on les administre en bains ou en fumigations;

10° *A injecter* des préparations anatomiques, à l'état de sulfite ou d'hyposulfite; on évite ainsi les dangers des putréfactions ou des virus qui peuvent être inoculés par des blessures accidentelles.

11° *Comme antichlore* pour le lavage de fibres textiles après l'action du chlore ou des hypochlorites.

On pourrait encore indiquer d'autres usages et l'on peut hardiment dire que si ces produits ne sont pas d'un usage plus général, il faut incontestablement l'attribuer à l'exagération des prix auxquels le commerce les livre actuellement.

Il serait désirable que les fabriques diminuassent ces prix et se contentassent d'un bénéfice modéré.

On me permettra un examen très-succinct de la question.

On peut admettre que l'eau, pour se saturer complétement de gaz sulfureux à la température et à la pression ordinaires, en prend environ 1/10e de son poids, de telle façon que cent kilogrammes d'acide sulfurique suffisent pour produire environ une tonne, mille litres, de dissolution saturée. En supposant une saturation complète vers 10°C. et en employant le coefficient en nombres ronds donné par M. Bunsen (*) pour des pressions qui ne s'écartent pas trop de la pression normale, le maximum d'acide sulfurique à employer serait d'environ 160 à 175 kilogrammes; mais il ne me paraît pas convenable de pousser la saturation à ce point, car le maniement de dissolutions trop concentrées offrirait des désagréments et même des dangers.

En comptant les prix actuels du soufre à 20 francs les 100 kilogrammes et de l'acide sulfurique concentré à 14 francs les 100 kilogrammes, on voit que les matières premières nécessaires à la fabrication d'une tonne de dissolution ne s'élèvent guère qu'à 20 fr. et au maximum vers 30 francs, soit à 2 ou 3 centimes par litre.

On ne se trompe pas beaucoup en admettant que le bisulfite de chaux du commerce à 9° ou 10° R., soit d'une densité de 1.076, contient environ

CaO. . . .	25
SO^2	65
H^2O. . . .	910
	1000 kil.

(*) Les coefficients d'absorption exacts sont 55,79 à 10°C.; 46,30 à 15°C.; 37,02 à 21°C. Quelques auteurs admettent qu'à 0°C. l'eau dissout cinquante fois son volume d'anhydride sulfureux et 37 fois son volume à 20°C.

et que le prix des matières premières ne doit pas atteindre le prix de la dissolution de l'acide sulfureux; or, le bisulfite de chaux se paye encore aujourd'hui 1 franc par litre dans le commerce.

Un antiseptique que j'ai préconisé en même temps que le bisulfite de chaux en 1849, la dissolution du phosphate de calcium dans l'acide sulfureux, contenait un peu plus d'acide sulfureux, mais il offre des avantages réels dans quelques cas.

Il me paraît incontestable que la dissolution de l'acide sulfureux de ses sels neutres ou acides recevrait des applications nombreuses et rendraient des services signalés dans tous les cas où la combustion du soufre est difficile à appliquer, si le commerce voulait se donner la peine de le fabriquer en grand et à des prix non exagérés.

DEUXIÈME NOTE.

SUR LE POINT D'ÉBULLITION ET LA TENSION DE VAPEUR DE L'ANHYDRIDE SULFUREUX A 100°C.

§ 1. — *Point d'ébullition de l'anhydride sulfureux.*

Ayant eu à ma disposition d'assez grandes quantités d'anhydride sulfureux, j'aurais désiré déterminer exactement son point d'ébullition. On sait que jusqu'en 1860 les chimistes et les physiciens n'étaient pas d'accord sur le point d'ébullition de l'anhydride sulfureux. En effet, voici les nombres donnés par les expérimentateurs :

Faraday	— 10°C	à la pression normale.		
Bunsen	— 10°5	à =	0m,744	de pression.
I. Pierre	— 8°	à =	0m,75918	»
E. O. Andréeff	— 9,9	à =	0m,754	»
E. O. Andréeff	— 10,5	à =	0m,741	»

Les expériences de M. V. Regnault faites avec l'habileté hors ligne de l'illustre physicien, commencées dès 1853, mais publiées seulement en 1862 (t. XXVI des *Mémoires de l'Académie des sciences de Paris*), donnent pour les pressions ordinaires les nombres suivants, la détermination étant obtenue par la *Méthode statique :*

— 10°,48	à =	0m,745,5	— 1re série d'expériences.
— 10°,31	à =	0m,745,92	— 2e »
— 10°,00	à =	0m,762,49	— D'après le calcul.

Le savant physicien français n'est pas parvenu à déterminer exactement le point d'ébullition de l'anhydride sulfureux par la

Méthode dynamique. Voici les nombres qu'il donne dans son remarquable travail, en ayant soin de noter que lorsque l'appareil communiquait librement avec l'atmosphère, le thermomètre à air plongé dans le liquide variait de — 10 à — 7°C.

L'expérience qui lui inspire le plus de confiance donne pour les pressions se rapprochant de la pression normale :

— 10°,37 à 0m,618,24
— 8°,80 à 0m,771,67

En détruisant la cohésion du liquide par un léger courant d'air, le thermomètre, qui descendait d'abord, s'arrêtait à un état presque stationnaire à

— 9°,07 à 0m,771,68.

Si les bulles d'air traversaient le liquide d'une façon continue, on obtenait :

— 10°,87 à 0m,771,68

température probablement inférieure à celle pour laquelle la force élastique de l'anhydride sulfureux est de 0m,771,68; quoi qu'il en soit, M. V. Regnault ne parvint pas à régulariser l'ébullition par l'effet de chocs ou en ajoutant de la limaille de cuivre dans le liquide.

J'ignorais en 1860 les expériences de cet illustre physicien et je pensais pouvoir parvenir à faire un choix motivé entre les nombres de MM. Faraday, Bunsen, Is. Pierre et d'Andréeff, mais dans une très-longue série d'expériences faites dans les circonstances les plus différentes, je dus rester dans le doute; en effet, j'ai employé des vases de toute nature : platine, cuivre, argent parfaitement polis ou rendus rugueux par le frottement de gros papier de sable; j'en avais rendu rugueux à l'intérieur et parfaitement polis à l'extérieur, comme les godets de l'hygromètre de Regnault; ces godets et les autres vases avaient parfois été rendus fortement rayonnants et absorbants après avoir été couverts de noir de fumée.

Les thermomètres à mercure étaient parfaitement calibrés, com-

parés antérieurement avec des thermomètres vérifiés et appartenant à des savants connus par leur exactitude.

J'opérais parfois avec deux ou trois thermomètres à la fois, plongeant à différentes hauteurs dans le liquide et dans la vapeur.

J'employais l'anhydride rectifié et parfaitement pur; je l'additionnais parfois d'eau ou d'acide sulfurique.

J'ai fait usage de vases en verre épais, en verre mince, sous forme de tubes très-longs ou d'éprouvette, de matras d'essayeur, de vases de verre allemand à précipitation chaude, de cornues ordinaires de dimensions assez considérables, en un mot, tous les vases dont on dispose dans les laboratoires, même avec intervention de fils de platine ou de la mousse de platine; il ne m'a pas été possible de régulariser l'ébullition d'une manière constante et satisfaisante.

Je pensais être plus heureux avec de la porcelaine, mais les vases de porcelaine vernie ou simplement dégourdie, des creusets de Hesse, des creusets en terre de Paris très-poreux, les vases poreux des piles ne m'ont pas réussi.

Pour des pressions comprises entre 0^{m},763 et 0^{m},768, j'ai trouvé des points d'ébullition compris en général entre 7°,8 et 11°,8, l'ébullition se maintenant régulière pendant quelque temps; mais je dois ajouter que les thermomètres ont pu monter jusque — 6° sans la moindre ébullition, même une fois en contact avec des fils de platine; parfois j'ai vu commencer à 13°, mais le thermomètre montait rapidement à — 9° ou — 10°.

J'ai fait varier les moyens de chauffe, j'ai employé parfois de l'eau à différentes températures, que l'on maintenait constante autant que possible en la chauffant; parfois j'employais une petite flamme, mais sans être plus heureux et sans pouvoir régulariser l'opération pendant un temps assez long, car beaucoup d'expériences étaient faites en notant la durée des températures successivement accusées.

Malgré tous ces insuccès, je compte reprendre la question en opérant sur de très-grandes quantités et en cherchant à surchauffer pendant l'ébullition; voici un fait connu du reste, mais

qui mérite l'attention. La pression étant de 0m,763 et la température de l'air dans lequel on opère étant de 11°, on remplit un creuset d'argent évasé d'anhydride sulfureux; il bout ou s'évapore sous l'influence de la température de l'air; mais si celui-ci est agité ou si l'on projette de l'air à la surface au moyen d'un soufflet, l'ébullition s'arrête, car le liquide se refroidit malgré son contact avec l'air chaud et on l'amène facilement à 30 ou 40° sous 0°. J'ai même vu le thermomètre descendre à — 49°C.

Je me suis arrêté un instant à ces expériences qui doivent et qui seront incontestablement reprises à cause de leur importance théorique eu égard aux effets dynamiques de la chaleur comparés avec le travail interne destiné à produire l'ébullition et l'évaporation dans un liquide qui paraît jouir d'une cohésion moléculaire toute spéciale; eu égard aussi à la question de la surchauffe des liquides, question qui est loin d'être épuisée, comme je l'ai fait voir dans ma *Note sur les explosions des machines à vapeur.* (Bull., t. XXXI, 2e sér., n° 4, avril 1871 (*).

(*) Pendant l'impression de la présente note, j'ai communiqué quelques expériences *à l'Académie des sciences de Paris;* M. I. Pierre a fait des observations à ce sujet dans les *Comptes rendus*, t. LXXVI, p. 124. Ce savant pense, contrairement à l'opinion de M. V. Regnault et à la mienne, que rien n'est plus facile que la détermination du point d'ébullition de l'anhydride sulfureux, si l'on se contente d'une approximation de 0°,15 à 0°,20C. — en se plaçant, bien entendu, dans les circonstances décrites dans son travail (*Annales de chimie et de physique*, t. XXI, 3e sér.). Je me contente de faire observer, dans ce moment, que l'on peut se demander si, en opérant comme il l'indique, on a bien déterminé le point d'ébullition réel, mais j'ose en douter. Le temps ne m'a pas permis de reprendre la question avec les appareils nouveaux que je fais disposer. — (Mars 1873.)

§ 2. — *Tension de vapeur de l'anhydride sulfureux à 100°C.*

Je possède encore aujourd'hui plusieurs flacons d'anhydride sulfureux liquéfié, préparé en 1859 et en 1860. — Un seul sur un nombre assez considérable, une trentaine au moins, a fait explosion spontanément; il contenait environ un litre de liquide, mais comme le fait s'est produit, le flacon étant à l'ombre et à un moment où personne ne se trouvait dans l'appartement, j'ai soupçonné qu'il avait pu tomber par suite d'un ébranlement fortuit; d'autre part, en recueillant mes souvenirs, je fus amené à soupçonner qu'il contenait trop de liquide, je dus rester dans le doute sur les causes de la rupture de ce flacon et je fis des expériences directes en mesurant la tension dans différents vases au moyen d'un excellent manomètre étalon à tube spirale en argent, vérifié et comparé avec un manomètre à air libre jusqu'à douze atmosphères, et indiquant nettement $^1/_{16}$e d'atmosphère.

En enfermant de l'anhydride sulfureux dans des tubes de verre ou des flacons et en exposant ceux-ci aux températures ordinaires, je trouvais, en général, la pression indiquée dans la table de M. V. Regnault, cependant un peu plus faible jusque vers 40°C. correspondant à une pression de 6,15 atmosphères.

Les tubes de verre allemand de 10 à 12 millimètres de diamètre intérieur et dont la paroi a une épaisseur d'un millimètre résistent à des pressions de soixante et dix à quatre-vingts atmosphères environ; il en est de même des tubes en verre vert français, s'ils sont sans défaut et bien recuits; mais j'en ai vu renfermant des stries ou des nœuds éclater lorsque, renfermant $^1/_3$ de leur capacité d'anhydride sulfureux liquide, on les amenait lentement à la température de l'eau bouillante en les plongeant dans un courant de vapeur d'eau; il est difficile de maintenir un manomètre sur les tubes de verre et j'ai pris la tension de l'anhydride sulfureux d'abord dans des tubes de plomb et de cuivre rouge.

Je consolidais les tubes de plomb au moyen de brides longitu-

dinales de gros fils de cuivre reliés dans une série de petites ceintures soudées; ils résistent parfaitement à la tension de l'anhydride sulfureux chauffé à 100°C.

Je me suis même contenté d'un tube de plomb non consolidé de 0,019^{mm} de diamètre intérieur ayant des parois d'une épaisseur de 0^{m},0025, qui a parfaitement résisté et qui, dans quelques expériences, a été maintenu sous pression depuis 9 heures du matin jusque vers 5 heures du soir dans la vapeur d'eau.

L'expérience m'indiquait parfois des pressions un peu supérieures à celle calculée pour la température de 100°C. d'après la formule et les constantes adoptées par M. V. Regnault qui donne une tension de F = 20093 ou 26,44 atmosphères pour la température de l'ébullition de l'eau; parfois elle était trop faible. Dans le premier cas on faisait écouler un peu de gaz, dans le second, au contraire, on ajoutait du liquide, mais il ne faut pas cependant en ajouter trop.

J'ai obtenu dans les expériences faites dans de bonnes conditions assez exactement la pression théorique, c'est-à-dire avec une exactitude d'un quart d'atmosphère ou $^{4}/_{16}$e environ.

Je me réserve, comme je l'ai dit dans la séance du 4 juin 1870, de compléter les recherches sur la tension des anhydrides sulfureux et carbonique et de décrire avec détail les conditions dans lesquelles elles ont été faites, les appareils et mes divers manomètres ayant dû être revérifiés et remontés à la suite de détériorations.

Voici comme modèle une expérience faite dans un tube de fer à parois très-épaisses.

Hauteur barométrique, 0^{m},760,5 à 23°C.

Le volume du tube, du manomètre, de son robinet et du tube de fer était de 172 centimètres cubes mesuré par la pesée et la mesure directe en eau avec une exactitude d'au moins un demi-centimètre cube; le poids de l'anhydride sulfureux contenu dans l'appareil bien purgé d'air, car on avait laissé écouler beaucoup de gaz, était de 176^{gr},5.

On commence à chauffer à midi; à midi et demi le manomètre marque vingt-six atmosphères $^{8}/_{16}$; on l'enveloppe complétement de linge pour que tout l'ensemble soit plongé dans la vapeur; à

1 heure la pression s'est élevée à 26 11/16 *fort* atmosphères; l'appareil est ensuite refroidi; en ajoutant de l'eau froide, le manomètre retombe à dix-huit atmosphères, on chauffe rapidement; à 1h12, il est à 26 10/16; à 1h15, il est de nouveau à 26 11/16; à 1h30, à 26 11/16 *fort* et se maintient pendant une heure et demie à la même pression 26 11/16 *fort* ou 26 12/16 atmosphères *faible*.

La correction à faire pour le manomètre s'élève, quand celui-ci est enlevé très-exactement, à 1/4 d'atmosphère; la pression indiquée était donc 26 7/16 *fort* à 26 8/16 atmosphères *faible*, soit 26,44 à 26,5 atmosphères, exactitude rigoureused ue incontestablement à un hasard heureux.

TROISIÈME NOTE.

SUR LE CHLORURE DE SULFURYLE.

---

§ 1. — *Préparation du chlorure de sulfuryle ou acide chlorosulfurique par divers procédés.*

On sait que la production du chlorure de sulfuryle ne se fait qu'avec la plus grande difficulté sous l'influence de la lumière solaire intense du mois de juin ou de juillet, celle de septembre n'étant pas suffisante d'après M. V. Regnault; lorsqu'on expose un mélange de ces gaz à la lumière solaire, on n'en obtient ainsi que de faibles quantités et la combinaison ne se fait que sur une fraction des gaz en présence.

Ce corps paraît se produire dans l'action du perchlorure de phosphore sur l'acide sulfurique; au moins M. Williamson admet que SO^2Cl^2 serait le produit final de cette action lorsque l'on prépare l'acide sulfurique chlorhydraté

$$SO^2\left\{\begin{matrix} HO \\ Cl \end{matrix}\right\}$$

Les essais que j'ai faits dans cette direction avec l'acide sulfurique fumant et l'acide sulfureux ne m'ont pas réussi, des produits accessoires venant compliquer la réaction : tels sont le chlorure de thionyle étudié par M. Schiff et d'autres composés encore.

Des essais faits en saturant l'anhydride sulfureux liquide par du chlore dans des fioles fermées à la lampe, en employant du chlorure d'iode, du brome pur etc..... ne m'ont pas réussi.

Avec le chlore seul on obtient un peu de chlorure de sulfuryle après une longue exposition au soleil, mais je ne suis pas parvenu à provoquer les combinaisons du sulfuryle avec le brome ou l'iode.

Ces essais, que j'ai abandonnés, étaient faits principalement en vue de bien me rendre compte de la théorie de la préparation par le procédé nouveau que je décris en prenant un corps intermédiaire attaqué par le chlore agissant par contact, entraînement, dissolution..... ou par une *action catalytique.*

M. V. Regnault a produit le corps SO^2Cl^2 mélangé à la liqueur des Hollandais en faisant arriver le gaz oléfiant, produit dans des circonstances où il est très-riche en anhydride sulfureux, dans un flacon dans lequel on amène en même temps du chlore sec; à la lumière diffuse il se condense sur les parois du flacon un liquide mobile d'une odeur vive et suffocante qui est un mélange de liqueur des Hollandais et de chlorure sulfuryle. On ne parvient pas à séparer ce dernier qui forme environ les deux tiers du poids total du liquide; c'est au moyen de ce mélange que M. V. Regnault a cependant d'abord donné l'analyse et les propriétés essentielles de ce corps.

Dans ces derniers mois, donc bien longtemps après avoir employé le procédé que je décris plus loin, j'ai fait quelques essais infructueux en répétant l'expérience de M. V. Regnault en vue de produire un corps chloré qu'il serait facile de séparer du chlorure de sulfuryle. Trois flacons, dont deux de 6 litres et un à deux tubulures d'une capacité un peu supérieure à la leur, c'est-à-dire de 14 $^1/_2$ litres, sont remplis, les deux premiers d'anhydride sulfureux et d'hydrogène, et le troisième de chlore; on laisse le mélange de chlore et d'anhydride sulfureux bien secs s'opérer par diffusion, puis on adapte le flacon à hydrogène et l'on expose à la lumière diffuse.

La combinaison du chlore et de l'hydrogène se fait lentement; environ 48 heures après, on expose au soleil, il se produit encore une réaction assez vive accompagnée de la production de vapeurs blanches, mais il ne se condense visiblement rien de liquide sur les parois.

L'expérience, répétée en envoyant de l'anhydride sulfureux, du chlore et de l'hydrogène bien secs dans quatre flacons tubulés de 6 litres reliés entre eux, ne donne pas de liquide, soit à la lumière diffuse après deux jours d'exposition dans un appartement peu éclairé, soit au soleil qui provoque encore une réaction assez violente au moment où sa lumière frappe les flacons.

Enfin, dans une expérience, on envoie un mélange d'anhydride sulfureux et de chlore sec dans un grand flacon de 14 litres muni d'une tubulure vers sa base; celui-ci est mis en communication avec plusieurs autres, et le dernier est terminé par un grand appareil d'une capacité d'un demi-litre environ et de la forme de ceux qui servent à dessécher les corps dans les liquides chauffés; lorsque tous les flacons sont bien remplis d'un mélange d'anhydride sulfureux et de chlore secs, qui continuent d'affluer, on fait arriver de l'hydrogène sec par la tubulure inférieure du grand flacon; ce gaz se combine directement au chlore, car tout était exposé à la lumière directe du soleil.

Tous les vases qui suivaient le grand flacon étaient refroidis par un courant constant d'eau fraîche; l'opération a marché pendant plus de 2 heures, mais dans ces circonstances il ne s'est pas condensé de liquide.

Cette expérience devrait être répétée en employant des mélanges réfrigérants pour refroidir les gaz; car il se pourrait que le chlorure de sulfuryle fût entraîné par l'excès des gaz SO^2 et Cl et par l'acide chlorhydrique qui se produit en même temps.

On ne manquera pas d'observer qu'il est hautement probable que SO^2Cl^2 ne se produit pas lors de la combinaison de l'hydrogène et du chlore, ou qu'il ne se produit que très-difficilement, parce que l'acide chlorhydrique, tout en produisant de la chaleur au moment de sa production, reste gazeux, tandis que dans l'expérience avec l'éthylène, le produit $C^2H^4Cl^2$ entraînant la combinaison, se liquéfie nécessairement en mettant en liberté toute la force vive qui maintenait le gaz oléfiant et le chlore à l'état de fluides élastiques.

Je me propose de répéter ces expériences avec ces gaz légèrement humides et dans d'autres conditions encore en faisant inter-

venir d'autres gaz; je pense donc pouvoir me dispenser de décrire quelques autres essais qui n'ont pas donné des résultats positifs, c'est-à-dire avec formation sensible de SO^2Cl^2.

Quoi qu'il en soit, il est incontestable que la liquidité du produit provoquant la formation de SO^2Cl^2 paraît jouer un certain rôle dans la réaction; tous les gaz carburés seraient probablement capables de la provoquer parce que les produits chlorés sont en général liquides à la température ordinaire.

---

§ 2. — *Préparation du chlorure de sulfuryle par l'intermédiaire du charbon de bois saturé de* Cl *ou de* SO^2.

M. V. Regnault a fait voir que l'anhydride sulfureux et le chlore ne se combinent jamais directement sous l'influence de la chaleur, même par l'intervention de fragments de verre ou de mousse de platine; il en est tout autrement quand on remplace ces corps par du charbon.

De la braise de boulanger fortement calcinée, lavée par l'acide chlorhydrique dilué et ensuite par de l'eau distillée, est calcinée avec un peu d'acide sulfurique dans une capsule de platine jusqu'à ce qu'elle commence à brûler.

Abandonnée pendant une nuit dans le laboratoire, elle est introduite froide dans une cornue au fond de laquelle deux tubes amèneront l'anhydride sulfureux et le chlore.

On sature ce charbon par du gaz sulfureux, il s'échauffe de bas en haut et se refroidit ensuite de la même façon; le charbon étant saturé de ce gaz, on y introduit un courant de chlore sec; celui-ci est entièrement absorbé à son tour; le charbon s'échauffe de nouveau comme pendant l'absorption du gaz sulfureux, mais d'abondantes vapeurs fumantes à l'air se dégagent et l'élévation de température paraît plus considérable. On fait ensuite arriver les deux gaz à la fois, la cornue en communication avec des appareils

de Woolf refroidis par un courant d'eau froide dans lesquels il se condense de l'acide sulfurique et du chlorure de sulfuryle; pendant tout le temps que dure la réaction, d'abondantes fumées se dégagent, preuve que l'on perd des produits entraînés par le courant de gaz en excès.

La production de SO^2Cl^2 dans ce cas peut être provoquée par des actions chimiques secondaires :

1° Le charbon a absorbé de l'air et dans les conditions où il a absorbé de l'oxygène, il peut agir comme oxydant.

2° L'humidité elle-même peut jouer un certain rôle; on en aura la preuve plus loin.

3° Enfin le charbon peut contenir des impuretés et, entre autres, de l'hydrogène.

Pour me mettre à l'abri des objections et bien déterminer que c'est le charbon pur qui agit seul, j'ai de nouveau fait chauffer cette braise, préalablement mouillée d'un peu d'acide sulfurique et d'acide nitrique, au rouge dans une capsule de platine; introduite chaude encore dans la cornue, elle est saturée d'abord par du chlore sec et donne du chlorure de sulfuryle lorsque l'on fait passer l'anhydride sulfureux sec; cette expérience prouve bien que l'action du charbon seul suffit et qu'aucune action chimique secondaire n'intervient dans la formation de SO^2Cl^2.

Cependant on sait que le charbon ou la braise même fortement calcinés renferment de l'hydrogène; aussi ai-je voulu faire une expérience en employant la même braise, mais préalablement soumise dans une cornue de grès pendant quatre heures à l'action d'un courant de chlore sec à la température d'un fourneau à réverbère avec longue cheminée, alimenté par un mélange de coke et de charbon de bois; cette braise peut être considérée comme pure et a encore fourni les mêmes résultats après cette purification énergique : preuve que l'action est bien due à l'action catalytique du corps poreux.

Le temps m'a manqué pour vérifier ces faits en employant tous les carbones purs ou traités à une haute température par du chlore sec, tels que le noir de fumée, le charbon des cornues à gaz, le charbon de sucre, le charbon de sang de chair musculaire ou d'al-

bumine et le charbon animal, même le charbon platiné attaquable par le chlore, la ponce naturelle et la même enduite de charbon. Il ne m'a pas été possible non plus de vérifier si l'activité du charbon est persistante ou s'il perd ses propriétés après un certain temps; il m'a paru cependant que c'est surtout en commençant qu'il est actif et qu'il faut le révivifier en le chauffant fortement pour rendre son emploi continu; comme cela arrive pour beaucoup de corps agissant d'une facon analogue, la préparation de SO^3 par SO^2 et O avec la mousse de platine et même les préparations de l'oxygène ou du chlore par les procédés nouvellement proposés ou par l'oxyde de baryum.

Dans l'une des expériences il me parut qu'il se formait bien peu de produit et je fis passer le gaz par un appareil entouré d'un mélange de glace et de sel marin; il s'en condensa une quantité notable, tandis que les flacons non refroidis n'en contenaient que très-peu. Je fus amené à penser que SO^2Cl^2 pouvait se former au moment où la température d'un mélange de SO^2 et de Cl atteignait le point de liquéfaction de SO^2; mais l'expérience directe m'apprit que le produit condensé avait pris naissance sur le charbon et non dans l'appareil réfrigérant, et qu'il était entraîné par l'excès de gaz passant sur le charbon.

En effet, dans une expérience avec le même appareil sans charbon et refroidi de la même façon, on n'obtint pas trace de produit condensé, si ce n'est un peu d'anhydride sulfureux qui disparut quand on voulut l'examiner en le transvasant.

Avec du charbon très-absorbant on peut même former du chlorure de sulfuryle dans une chambre absolument obscure. La lumière n'intervient donc pas dans le phénomène.

Comment le charbon agit-il dans ce cas? On peut se poser la question qui n'est peut-être pas aussi simple qu'elle le paraît d'abord.

On peut admettre avec Mitscherlich (*) que le charbon, tel que je l'ai employé, renferme les $^5/_8$ de son volume de pores et qu'un volume de charbon condense dans les circonstances ordinaires de température et de pression environ 35 volumes de gaz anhydride

(*) *Annales de chimie et de physique*, t. VII, 3e série, p. 18.

carbonique; celui-ci se trouve nécessairement dans les vides du charbon, c'est-à-dire dans un espace qui est 56 fois plus petit que le volume du gaz; il en conclut que le gaz y forme une couche liquide d'une épaisseur de 0,000002 de pouce ou 0,000054 de millimètre provenant de la condensation d'un peu plus du tiers de l'acide carbonique total.

On serait disposé à croire que l'état de liquidité est la cause déterminante de la formation du chlorure de sulfuryle; or, mes expériences directes semblent prouver que lorsque l'on dissout du chlore dans l'anhydride sulfureux liquide et refroidi et qu'on expose ensuite le tout au soleil le plus ardent et pendant longtemps, la combinaison ne s'effectue que très-imparfaitement; il reste du chlore libre qui colore les tubes scellés à la lampe; il faut donc que d'autres causes interviennent.

Deux expérimentateurs des plus habiles, MM. Favre et Silbermann (*), ont prouvé que la chaleur latente de vaporisation de l'anhydride sulfureux est de 94,56 unités de chaleur et qu'un gramme de gaz condensé par le charbon dégage

$$\left.\begin{array}{lcl} HCl & \ldots & 232.5 \\ SO^2 & \ldots & 139.9 \\ CO^2 & \ldots & 129.6 \end{array}\right\} \text{unités de chaleur;}$$

qu'un gramme de charbon absorbe en volume

HCl — 69^{cc},2
SO^2 — 83^{cc},2
CO^2 — 45^{cc},2.

En prenant les nombres qui se rapportent à l'anhydride sulfureux, on observe que la chaleur latente de vaporisation est inférieure à la chaleur dégagée par la condensation du gaz dans les pores du charbon.

Chaleur de condensation .	139.90. . . .	150.1
Chaleur de vaporisation . .	94.56. . . .	88.3
DIFFÉRENCES . .	45.34	61.8 (**).

(*) *Annales de chimie et de physique*, t. XXXVII, 3e série, p. 471.

(**) Nombres résultant de nouvelles expériences de M. Favre, *Comptes rendus* de l'Académie des sciences de Paris, t. XXXIX, p. 29.

Les différences 45,34 et 61.8 unités de chaleur sont si considérables qu'elles pourraient peut-être comprendre la chaleur latente de solidification de SO^2, en sorte qu'il ne serait pas impossible que ce gaz fût fixé au même état que les matières colorantes ou certains sels que le charbon a la propriété d'enlever à l'eau.

Quoi qu'il en soit, l'observation si importante de MM. Favre et Silbermann nous prouve qu'en effet les gaz affectent dans les pores du charbon un état particulier qui doit intervenir pour provoquer la combinaison. Il faut, comme le font observer ces savants physiciens, faire dans la chaleur dégagée une part qui serait due à l'affinité du charbon pour le produit liquéfié. On sait que l'illustre doyen des chimistes, M. Chevreul, a attiré particulièrement l'attention sur ces faits et qu'il emploie un terme pour les qualifier en admettant *l'affinité capillaire.*

Il paraît incontestable que l'attraction moléculaire ou l'affinité capillaire, peu importe le nom qu'on lui donne, agissant à distance et sans doute d'après une loi analogue à celle de la gravitation, nous permet d'admettre qu'un gaz condensé dans les cellules du charbon y affecte les trois états de la matière: solide sur les parois, il sera liquide à une distance plus grande et restera gazeux au centre de la cellule; le gaz présente donc à un second gaz, qui arrive au contact du charbon, une condition spéciale résultant de ces divers états, que l'état liquide ou gazeux seul ne peut réaliser.

Quoi qu'il en soit, mes expériences prouvent qu'il sera sans doute possible d'arriver, par l'intervention du charbon, à réaliser d'autres combinaisons gazeuses qui ne se produisent que difficilement ou qui ne se produisent pas quand on se borne au mélange des gaz seuls; on faciliterait sans doute l'obtention de certains produits en mettant du charbon saturé de chlore en contact avec des gaz et des vapeurs, ou du charbon saturé de gaz et de vapeurs en contact avec le chlore; il y a dans cette réaction une belle et intéressante série d'expériences à faire tant physiques que chimiques.

---

§ 3. — *Préparation facile et rapide du bichlorure de sulfuryle.*

—

Tous les procédés décrits dans les §§ 1 et 2 donnent du bichlorure de sulfuryle et parmi ceux-ci c'est incontestablement par l'intermédiaire du charbon qu'on en obtient le plus; mais je suis parvenu à obtenir SO^2Cl^2 en quantités considérables à l'état de pureté parfaite et avec la plus grande facilité, en faisant arriver du chlore et de l'anhydride sulfureux dans l'acide acétique cristallisable; tout le chlore et tout l'anhydride sulfureux se condensent et restent mélangés avec les acides chloroacétiques qui se forment en même temps; l'acide chlorhydrique se dégage.

On prépare le chlore à la façon ordinaire; on peut employer, pour préparer l'anhydride sulfureux, l'acide sulfurique et le charbon ou la sciure de bois, car il peut être mélangé de gaz inertes sans que la réaction en souffre beaucoup.

Mais je préfère opérer avec de l'acide sulfureux pur obtenu par l'action de l'acide sulfurique sur le soufre; souvent même je me sers d'acide liquéfié dans une grande fiole; après l'avoir refroidi, j'ouvre la fiole et je laisse s'évaporer spontanément ou je chauffe légèrement.

L'acide acétique est placé dans deux ou trois flacons de Woolf qui se suivent et qui sont rattachés entre eux de façon à ce que les gaz barbotent dans le liquide ajouté préalablement et dans celui qui se condense ensuite; au moment de l'arrivée des gaz, la réaction se produit, l'acide acétique s'échauffe; peu de temps après, quand les liquides sont saturés, il se dégage des torrents d'acide chlorhydrique; il est convenable de refroidir les flacons de manière à les maintenir à la température ordinaire de 15 à 20° C. Pour empêcher les rentrées d'air humide et pour condenser tous les produits, je terminais parfois l'appareil par un tube en *U* ou un appareil refroidi suivis de tubes à boules vides ou renfermant de l'acide sulfurique concentré.

Pour donner une idée de la facilité de la préparation du pro-

duit brut qui se condense, voici quelques détails sur une opération faite à la fin de septembre par un temps couvert avec de faibles éclaircies; l'appareil était monté très-simplement, l'anhydride sulfureux provenait de l'évaporation du produit liquéfié, le chlore arrivait constamment sans interruption; ces gaz se rendaient dans un grand flacon de Woolf d'environ 5 litres, muni d'un thermomètre; le flacon renfermait 438 grammes d'acide acétique pur, il était suivi d'un second flacon à la suite duquel se trouvait un long tube en *U* refroidi par de la glace; on avait commencé à refroidir par un mélange réfrigérant; après le tube en *U* un flacon vide, suivi d'un tube à boules renfermant de l'acide sulfurique concentré.

L'opération, commencée à 10 heures du matin, a marché jusque vers 5 heures du soir; l'anhydride sulfureux du flacon était épuisé; on en avait employé 1,k614 grammes; on entoura le grand flacon de Woolf de glace et on laissa marcher le chlore très-lentement à froid pendant la nuit. Le tube en *U* brisé par accident ne renfermait qu'une très-faible quantité de produit, le passage des gaz était libre au fond.

L'appareil abandonné dans cet état fut pesé le lendemain matin, car il ne s'était presque rien condensé dans le deuxième flacon de Woolf; son augmentation de poids était de 5k920 grammes; il y avait donc eu environ 3 kilogrammes 482 grammes de chlore et d'anhydride sulfureux transformé en produits liquides à la température ordinaire; or 1k614 d'anhydride sulfureux donneraient

$$\frac{1^k614 \times 135}{64} = 3^k404,$$

d'après les rapports :

$$\frac{SO^2}{SO^2Cl^2} = \frac{64}{135};$$

l'acide chlorhydrique, le chlore dissout, la transformation de l'acide acétique en divers acides chloracétiques dont les poids moléculaires sont :

$C^2H^4O^2$ . . . $= 60.0$	$\frac{C^2H^4O^2}{C^2H^3ClO^2} = \frac{60}{94.5}$
$C^2H^3Cl\,O^2$ . . $= 94.5$	$\frac{C^2H^4O^2}{C^2H^2Cl^2O^2} = \frac{60}{139}$
$C^2H^2Cl^2O^2$ . . $= 139.0$	$\frac{C^2H^4O^2}{C^2HCl^3O^2} = \frac{60}{173.5}$
$C^2H\,Cl^3O^2$ . . $= 173.5$	

rendent parfaitement compte de l'excès de 100 grammes de produit en plus, abstraction faite des pertes inévitables et de l'acide chlorhydrique qui se dégage,

$$438 \times \frac{94.5}{60} = 690; \quad 438 \times \frac{139}{60} = 1014; \quad 438 \times \frac{173.5}{60} = 1267,$$

nombres qui donnent l'augmentation possible du poids de l'acide acétique employé, dont le poids pourrait presque tripler.

Abandonné au soleil, la température du liquide étant de 15 à 32°C pendant la journée du lendemain, le liquide bouillait; le deuxième flacon de Woolf fut refroidi par un mélange réfrigérant à — 17°C. depuis 10 heures jusqu'à 3 heures, mais il n'y eut que très-peu de produit condensé; l'appareil, pesé à 4 heures, ne renfermait plus que 3 kilogrammes 570 grammes de liquide — le liquide avait donc dû perdre principalement l'excès de chlore et de l'acide chlorhydrique.

Rien de plus simple que la purification de ce produit par simple distillation.

En effet le liquide brut, qui avait été exposé au soleil, a commencé à bouillir régulièrement vers 40° et a donné un produit coloré en jaune, très-désagréable à manier, très-fumant à l'air, irritant fortement les yeux et les organes respiratoires; on le recueille et on le met à part; il sert dans d'autres opérations de préparation.

On recueille le produit qui distille vers 70 degrés; à cette température le thermomètre reste assez longtemps stationnaire; c'est le deuxième produit; le thermomètre monte ensuite de plus en plus, et il arrive un instant où le liquide distillé mis en contact avec l'eau se dissout directement et entièrement; l'eau renferme des acides acétique et chloracétique, la température va constamment en s'élevant; le produit de la cornue jaunit, les dernières portions s'échauffent jusque vers 240°C. et charbonnent par suite de ce qu'ils contiennent de l'acide sulfurique, produit accessoire, inévitable ou difficilement évitable de la réaction.

Je me propose, si je suis un peu secondé, de reprendre l'étude des produits d'un point d'ébullition, inférieur à 70° degrés, sou-

vent colorés en jaune; leur instabilité et la difficulté de les manier me les ont fait momentanément abandonner; ils renferment parfois de petites quantités de produits carbonés, le chlorure d'acétyle très-probablement entre autres; en général, je les ai fait servir à de nouvelles préparations en les mélangeant avec de l'acide acétique pur et les derniers produits à point d'ébullition élevés. C'est du reste un bon moyen de purification de chauffer jusque vers 60 à 70° degrés le produit brut en disposant l'appareil de façon à faire retomber dans le vase les produits qui se condensent les premiers.

La purification du produit distillant vers 70 degrés est des plus simples.

On peut le laver avec de l'eau *froide*, le chlorure de sulfuryle ne se détruit pas aussi rapidement qu'on l'admet en général; puis on décante et on le distille à diverses reprises sur la chaux vive et du mercure. Il faut que la chaux soit bien pure, car souvent on obtient une certaine quantité de produit jaune et fumant, parfois difficile à décolorer.

Après ces purifications, le produit se présente sous la forme d'un liquide parfaitement blanc, jouissant de toutes les propriétés que lui assigne M. Regnault; j'ai trouvé un point d'ébullition un peu plus bas, c'est-à-dire de 69.6 à 71°C. aux pressions ordinaires.

Il ne fume pas à l'air ordinaire quand il est bien pur. Sa vapeur se répandant dans l'air ressemble en tout point par la réfraction qu'elle y produit à celle de l'éther ordinaire; les fumées n'apparaissent qu'avec des produits impurs; il m'a même paru que de très-petites quantités de produits accessoires rendent fumant une assez grande quantité de chlorure de sulfuryle.

J'ai fait plusieurs analyses du corps provenant de préparations différentes et, entre autres, d'un produit préparé dans l'obscurité parfaite.

Feu M. Émile Husson, mon préparateur, en a fait de son côté; on retrouve exactement les nombres théoriques.

La densité à l'état liquide déterminée par M. V. Regnault est 1.659 à 20°C.; j'ai trouvé 1.666 à 18°.

La moyenne de trois densités de vapeur prises par le procédé Dumas à 99°C., 123° C. et 125°C. et différant très-peu entre elles, bien que provenant de trois préparations distinctes, a été de 4.696; M. V. Regnault a trouvé 4.703; la théorie donne 4.673.

En opérant sur une liqueur pure obtenue sous le soleil de juin et la combinaison directe de SO^2 et Cl, la densité de vapeur trouvée par M. Regnault était de 4.665. J'ai retrouvé le même nombre.

Je crois devoir faire observer, dès à présent, eu égard à cette préparation si facile et si commode, que j'ai soupçonné longtemps que l'état de liquidité qu'affecte l'anhydride sulfureux qui se dissout dans l'acide acétique intervenait pour rendre l'action du chlore plus facile, mais lorsqu'on sature l'anhydride sulfureux liquide et bien refroidi par du chlore desséché, et qu'on scelle ensuite à la lampe, ce mélange peut rester des mois entiers exposé au soleil de l'été sans se décolorer complétement; il reste du chlore libre; en distillant ensuite ces produits, renfermant un excès d'anhydride sulfureux, la presque totalité du produit passe à la distillation vers — 7 ou 10 degrés sous 0°; il se dégage un gaz fumant à l'air, de l'acide chlorhydrique provenant d'humidité accidentelle, et l'on obtient une petite quantité d'un liquide qui se comporte comme le ferait un mélange d'acide sulfurique fumant et d'une faible quantité de chlorure de sulfuryle.

En opérant ainsi, on ferait des pertes énormes et l'on ne parviendrait pas à combiner tout le chlore; cette expérience tend à prouver que ce n'est pas absolument à l'état de liquidité seul qu'est due la production de SO^2Cl^2 quand on fait intervenir l'acide acétique; mais il est incontestable que l'état de dissolution de SO^2 et de Cl doit intervenir et faciliter la combinaison des deux corps gazeux.

§ 4. — *Aperçu de quelques propriétés chimiques du chlorure de sulfuryle.*

Je n'ai pas l'intention, dans cette notice, de faire une étude approfondie des propriétés du chlorure de sulfuryle; mais je crois pouvoir cependant donner quelques aperçus qui pourront être utiles aux chimistes qui voudraient étudier ce corps.

J'ai vainement, à diverses reprises, essayé de produire l'acide sulfurique chlorhydraté de M. Williamson par l'action directe de l'eau;

$$SO^2Cl^2 + H^2O = SO^2 \begin{matrix} Cl \\ HO \end{matrix} + HCl;$$

à cet effet, du chlorure de sulfuryle était introduit dans un tube fermé et placé dans un flacon bouché à l'éméri au fond duquel il y avait une couche d'eau; je réalisais ainsi une double expérience; d'une part, le chlorure de sulfuryle émet des vapeurs qui se condensent dans un excès d'eau et, d'autre part, l'eau venant se condenser dans le chlorure de sulfuryle en excès.

Je n'ai pas réussi en employant le chlorure de sulfuryle et l'eau en quantités équivalentes et enfermés dans des tubes scellés à la lampe; à froid le chlorure de sulfuryle se colore en jaune; en chauffant légèrement, les tubes ordinaires éclatent souvent.

L'acide sulfurique aqueux mélangé de chlorure de sulfuryle n'a pas donné de réaction nette.

Cette tendance sous l'influence de l'eau à la décomposition complète m'amène à faire remarquer que l'hydrogène au soleil en présence d'un excès de chlorure de sulfuryle devrait pouvoir donner

$$(SO^2Cl^2) + H^2 = SO^2ClH + HCl;$$

En effet ce corps est décomposé par l'hydrogène au soleil, mais

il m'a semblé qu'en même temps le chlorure lui-même était décomposé; il y a de l'anhydride sulfureux libre.

Au soleil l'hydrogène sulfuré se décompose avec dépôt de soufre,

$$(SO^2Cl^2)^n + (H^2S)^n = \begin{matrix} (HCl) + SO^2 + S \\ H^2S + SO^2 = S \end{matrix} \text{.. etc..}$$

Les chlorures de soufre se dissolvent dans le chlorure de sulfuryle et l'on obtient des produits à points d'ébullition plus élevés, mais assez variables, et la température augmente considérablement vers la fin de la distillation.

Le sulfure de carbone dissout parfaitement le chlorure de sulfuryle; un ballon scellé exposé à la lumière et contenant les deux corps se colore lentement en jaune, la coloration augmente avec le temps. En distillant on obtient à la fin un produit d'un point d'ébullition supérieur à 70° C. brun tombant au fond de l'eau et que celle-ci ne décompose pas même par l'ébullition prolongée pendant plus d'une demi-heure.

Le chlorure de sulfuryle parfaitement blanc et limpide, débarrassé de toute trace d'eau, se conserve indéfiniment à la lumière solaire; si l'on fait passer sa vapeur dans un tube chauffé par la flamme du gaz des grilles à analyses, elle se décompose en grande partie en ses constituants, mais il se forme en même temps des produits fortement fumants à l'air, en petite quantité cependant, si l'on ne compte que ce qui se liquéfie par un mélange réfrigérant de sel marin et de glace.

Cette propriété de se dédoubler en ses constituants a été remarquée par M. Dubois (*Bulletins de l'Académie royale de Belgique*, t. XXIII, p. 266) dans les réactions de ce corps sur les matières organiques; il a obtenu ainsi la benzine monochlorée et le monochlorophénol

$$C^6H^6 + SO^2Cl^2 = SO^2 + HCl + C^6H^5Cl.$$

$$C^6H^6O + SO^2Cl^2 = SO^2 + HCl + C^6{}^{H^5}_{Cl}O.$$

Le même chimiste a obtenu dans la réaction du chlorure de sulfuryle sur l'alcool très-peu d'acide sulfovinique contrairement à

ce qu'avait trouvé M. Regnault et ensuite M. Odling; il a constaté surtout la formation du sulfate neutre d'éthyle,

$$SO^2Cl^2 + 4C2H^5HO = \begin{cases} (C^2H^5)^2\,SO4 \\ + 2\,(C^2H^5Cl) \\ + 2\,H^2O \end{cases}$$

L'anhydride sulfureux dans ce cas ne se dégage pas, mais prenant de l'oxygène (*Bulletins de l'Académie royale de Belgique*, t. XXXII, p. 72), il devient acide sulfurique.

Malheureusement une partie du travail de M. Dubois n'a pas été imprimée et ce jeune et savant chimiste compte le reprendre; comme d'autres expérimentateurs pourraient avoir les mêmes intentions, et que je désire laisser une simple indication, je crois pouvoir signaler encore quelques faits qui permettront de faire pénétrer le radical monoatomique SO^2Cl dans des composés organiques; il m'a paru qu'il était nécessaire d'éviter l'emploi de la chaleur si l'on opère dans ce but et mettre dans les réactions avec SO^2Cl^2 les corps en contact à la température ordinaire, puis les exposer au soleil et employer un excès de chlorure de sulfuryle.

Le soufre, le sulfure de carbone, l'acide cyanhydrique, l'acide acétique, etc., le chloroforme s'attaquent à la longue dans ce cas et la *durée* de l'action solaire est fonction des produits obtenus; dans quelques cas, il y a encore dissociation.

Je m'arrête un instant à l'action sur le chloroforme, action dont l'étude complète mérite d'être reprise.

Si l'on fait passer des vapeurs de SO^2Cl^2 et $CHCl^3$ le chloroforme dans un tube de verre chauffé plus ou moins fortement, on obtient un dépôt de charbon, des produits chlorés liquides et solides, jouissant des propriétés des chlorures de carbone solides et du chlorure CCl^4 liquide; mais parmi ceux-ci une petite quantité d'un produit jouissant des propriétés du corps découvert et étudié d'abord par MM. Berzelius et Marcet dans le traitement du sulfure de carbone par le chlore humide; ce corps, dont l'étude a été complétée par Kolbe, a pour formule CCl^4SO^2 et on lui a donné les noms suivants :

Hyposulfite de chloroxyde de carbone.
Chlorunterschwefligsaurer chlorkohlenoxid.

$COCl^2SOCl^2$.

Sulfite de bichlorure de carbone.
Schwefligsaurer zweifach-chlorkohlenstof **(Berzelius).**
Schwefligsaurer kohlen superchlorid **(Kolbe).**

CCl^4SO^2.

Méthyle quadrichlorosulfuré (Gerhardt).
Chlorure trichlorométhyl sulfureux } (Bathke).
Chlorure trichloroformène sulfureux } (Albrecht).

Du chloroforme enfermé avec SO^2Cl^2 et exposé au soleil pendant quelques semaines dans un flacon scellé à la lampe, dégage des vapeurs abondantes d'acide chlorhydrique quand on l'ouvre.

Si l'on traite par l'eau et que l'on chauffe, il se condense dans le col de la cornue des cristaux qui jouissent de toutes les propriétés de corps décrits par M. Kolbe; mais j'en ai eu trop peu à ma disposition pour en faire une étude convenable ou une analyse complète.

Il y a dans les deux expériences 1° au soleil et à la lumière diffuse, 2° à chaud, un point important à noter et à étudier : c'est celui de voir incontestablement se former sous l'influence du chlore pris à SO^2Cl^2 au soleil, des corps solides; en partant du chloroforme pur, du chlorure de sulfuryle pur et en faisant passer un mélange de leur vapeur dans un tube chauffé au rouge en quantités équivalentes ou en employant des excès de l'un ou de l'autre de ces corps, on obtient des liquides condensés. Quand on les distille, il y a dégagement de gaz vers 30°C, puis le thermomètre se fixe pendant quelque temps vers 60°, monte graduellement vers 67 ou 68 et s'élève jusqu'à 81°C. quand les 2/3 des liquides condensés ont passé, puis s'élève encore jusqu'au delà de 160°, température à laquelle tout le produit resté dans la cornue est solide à la température ordinaire.

Sous l'influence de la décomposition du chlorure de sulfuryle, du chlore de l'anhydride sulfureux et d'une température élevée, il se fait une condensation des molécules de carbone; il y aurait à comparer les résultats obtenus dans ces conditions avec ceux que

l'on connaît déjà par l'action de la chaleur seule, travail facile et n'exigeant pas de grands efforts; il m'a paru que cette condensation pouvait aller jusqu'à fournir de la naphtaline ou de l'anthracène.

Quoi qu'il en soit et abstraction faite du phénomène de la condensation du carbone, la réaction peut se passer entre ces corps d'après l'égalité

$$CCl^3, H + SO^2Cl^2 = CCl^3, SO^2Cl + HCl;$$

la constitution si bizarre de la combinaison de deux corps dits *saturés* disparaît; en effet, on peut le considérer comme du chloroforme dont l'hydrogène est remplacé par (SO^2Cl) monoatomique. Ce corps est probablement l'analogue du sulfoxybromure de carbone découvert par M. Berthelot et devrait pouvoir s'obtenir aussi par l'action du bromure de sulfuryle sur le bromoforme (*). Je ne suis jamais parvenu à produire le bromure de sulfuryle pas plus que M. Dubois qui a fait beaucoup d'essais, bien qu'il soit signalé comme étant découvert par MM. Odling et Abel (t. VII, *Quarterly journal of the chemical Society*) comme étant un corps blanc, solide, cristallisé et volatil.

(*) Je crois inutile de donner toutes les tentatives faites pour produire le bromure de sulfuryle; il en est une que je signale, car elle mérite une étude, que je ne puis faire dans ce moment. J'espérais obtenir le bromure de sulfuryle par le même procédé que celui qui m'avait fourni le chlorure. Je fis donc passer de la vapeur de brome avec l'anhydride sulfureux dans de l'acide acétique et je le laissai en contact pendant quelques jours; il se dégagea des vapeurs fumantes, mais la liqueur resta fortement colorée en brun. Mise en contact avec l'eau, elle disparaît, mais colore fortement l'eau, il se dégage des vapeurs de brome.

En distillant et recueillant à part les produits qui passent à des températures différentes, on observe que celui qui se condense au-dessous de 80°C cristallise par refroidissement; ces cristaux, parfaitement définis, transparents, colorés en brun, se comportent comme un corps renfermant de l'acide bromhydrique, du brome et les éléments de l'acide acétique; ils se décomposent partiellement en chauffant pour les distiller.

Je croyais avoir obtenu le corps de MM. Abel et Odling; mais ce corps contient de la matière organique et ne donne pas d'acide sulfurique dans sa décomposition par l'eau.

Si l'on abandonne pendant des années un mélange en poids égaux d'acide

Quand dans un tube on introduit de l'acide prussique anhydre avec du chlorure de sulfuryle et que l'on scelle ensuite le tube à la lampe, il se produit lentement un corps solide qui ne m'a pas paru jouir de toutes les propriétés du chlorure cyanogène solide, il est volatil, mais laisse un peu de charbon lorsqu'on le chauffe dans un tube; il est insoluble dans l'eau, soluble dans l'alcool et l'alcool aqueux; il se produit de l'acide chlorhydrique, toute la réaction se fait très-probablement d'après l'égalité

$$CAzH + SO^2Cl^2 = CAzSO^2Cl + HCl.$$

Ce corps paraît pouvoir exister.

Toute la série des composés d'un atome de carbone est du reste des plus intéressantes à étudier et donne une foule de corps dont CH^4 est l'origine.

$CH^4 - CH^3, Cl$ etc...... à CCl^4,
$CO^2 - CO, Cl, Cl - COClSO^2Cl - COS - CS^2 - CS, Cl, Cl$,
$CCl^3SO^2Cl - CCl^3SCl - CCl^3SO^3H$,
$CAzH - CAzCl - CAzSO^2Cl$,
$C(SO^3K)^3 HS$,

acétique, d'anhydride sulfureux et de brome, il se passe une réaction absolument inattendue; une petite quantité d'un mélange pareil ayant été abandonnée pendant plusieurs années m'a fourni une matière qui, refroidie par un mélange de glace et de sel marin, était sirupeuse, elle bouillait à 50° seulement, fumait énormément et le thermomètre allait en s'élevant jusque vers 200°. Elle précipitait du soufre dans son contact avec l'eau; j'avais trop peu de matière pour l'examiner et je ne cite le fait que pour engager de jeunes expérimentateurs à mettre une série d'expériences pareilles en train et à en examiner une d'année en année pour avoir une idée de l'intervention de la *durée* dans les phénomènes où le temps intervient simultanément avec la lumière, ainsi que de la condensation probable de la molécule de l'acide acétique ou des transformations de l'anhydride sulfureux.

Il y aurait lieu de faire les expériences en ajoutant de l'acide sulfurique concentré aux mélanges de brome, d'anhydride sulfureux et d'acide acétique; toujours est-il que SO^2 dissous dans ce cas paraîtrait se comporter comme une dissolution de quelques sulfites ou d'acide sulfureux qui se modifient à la longue.

---

§ 5. — *Théorie de la préparation du chlorure de sulfuryle. — Action de la lumière et des corps intermédiaires agissant catalytiquement.*

—

Dans les cours de chimie la plupart des professeurs se croient encore obligés de se servir du mot *affinité* désignant *la cause* inconnue, quelle qu'elle soit, du reste, *des combinaisons chimiques*; elle implique l'idée de *force*; mais à peine entre-t-on en matière que l'on est astreint, pour bien se faire comprendre, de montrer qu'il existe entre les corps des différences essentielles; les uns mis en contact avec les autres se combinent facilement, d'autres ne se combinent que difficilement, ce qui résulte d'abord de leurs propriétés particulières et ensuite de leur état gazeux, liquide ou solide.

On arrive nécessairement à poser la question : L'affinité est-elle réellement une force spéciale définie, distincte des autres forces naturelles? On la montre alors sous un aspect nouveau, on fait voir qu'elle est modifiée au point de vue analytique (la décombinaison, la ségrégation, la dissociation) et au point de vue synthétique (la combinaison ou l'association) par les forces luminique, calorique, électrique, magnétique, mécanique et par des circonstances plus ou moins obscures, le tout au nombre d'une quinzaine environ.

Mais cette force agit sur ce que nous appelons les *atomes;* elle les met en mouvement pour les rapprocher ou pour les éloigner les uns des autres, dans des rapports finis immuables en poids, et leur donne un nouvel état d'équilibre dans les combinaisons produites; de nouvelles hypothèses sur la constitution de la matière composée d'atomes ou de molécules juxtaposées, s'attirant, se repoussant, se déplaçant, se substituant les unes aux autres, viennent encore augmenter la difficulté. Il est vrai de dire que l'existence de l'atome indivisible, incompressible, fini, immuable peut aujourd'hui se prouver par les données de la thermodynamique, de façon à contenter des esprits même assez difficiles. C'est là un grand pas de fait; aussi, quand un élève est parvenu à bien com-

prendre cette question, il maîtrise facilement les autres et saisit souvent spontanément ce qu'elles ont de spécieux ou de douteux.

Nous pouvons espérer que le temps n'est pas éloigné où nous pourrons introduire logiquement des idées plus simples, plus saisissables dans l'étude des connaissances préliminaires, indispensables pour comprendre les phénomènes chimiques, en ramenant la question à de simples considérations mécaniques, on étudiera et, si c'est possible, on déterminera la force, le moteur, l'*élément dynamique* du corps agissant sur *un mobile*, l'atome de la matière pondérale, variable dans ses propriétés, invariable dans sa masse; mais nous sommes encore éloignés de l'époque où les questions de la combinaison de l'affinité considérée comme force pourront être ramenées à des questions de mécanique moléculaire, puisque la force de combinaison est incontestablement *fonction* ou *résultante* des forces naturelles, la chaleur, la lumière, l'électricité dans ses différentes manières d'être, le magnétisme et toutes les circonstances qui peuvent les modifier. A ce point de vue l'étude de la corrélation ou de l'équivalence des forces et des circonstances peut offrir quelques données premières qui permettront plus tard de mesurer et de soumettre au calcul la force d'attraction moléculaire dans l'acte de la combinaison.

A l'appui de ces considérations je citerais les opinions émises par des savants d'une autorité reconnue; mais je serais entraîné trop loin et je dois me contenter de renvoyer aux travaux classiques, bien connus, et à ceux publiés depuis une quinzaine d'années, aux considérations et aux expériences si intéressantes de M. H. Sainte-Claire Deville sur l'*affinité*, la *dissociation* et l'*état naissant*.

Voici cependant un court extrait qui traite un point de la question :

Bunsen et Roscoe (*) disent : « L'affinité ou la force qui réunit
» en une combinaison chimique les molécules de corps substan-
» tiellement différents est une chose invariable d'essence et de
» grandeur définie, que nous ne pouvons pas plus créer ou

(*) *Annales de chimie et de physique*, t. LV, pp. 352 à 373; 1859.

» détruire que les autres forces ou la matière elle-même. C'est » donc un abus de langage que de parler d'affinités chimiques » qu'un corps peut acquérir ou perdre suivant les circonstances. »

Ces savants comparent les influences contraires aux résistances qui se manifestent dans le frottement, dans la propagation de l'électricité ou de la chaleur, etc.

« C'est une résistance de ce genre que nous surmontons » lorsque nous déterminons par l'agitation la formation d'un » précipité, ou lorsque nous amenons une action chimique quel- » conque à se produire soit par une élévation de température, » soit par une influence catalytique, soit enfin par l'insolation.

. . . .

» Le mode d'action de l'affinité dégagée de toutes les résistances » à la combinaison, c'est-à-dire la loi à laquelle obéit la force » lorsque toutes les influences perturbatrices sont écartées, est » absolument inconnu. Si nous le connaissions, le plus impor- » tant problème de la chimie serait résolu (*). »

Il y aurait peut-être encore à signaler d'une façon expresse l'opinion de M. Clausius en ce qui regarde l'action de l'électricité sur la combinaison ou sur la décomposition des corps et surtout sur l'action de la chaleur qui, bien que provoquant des combinaisons, doit cependant, d'après l'illustre physicien, toujours tendre à dissocier les corps et n'agit dans ces cas qu'en plaçant les atomes dans leurs sphères d'activité.

Ces considérations générales que je n'oserais développer dans cette note m'engagent toutefois à présenter quelques faits nouveaux observés dans la préparation du chlorure de sulfuryle.

La lumière solaire ou mieux les radiations ultra-violettes comprises principalement entre les raies G et H de la lumière solaire, à l'époque où elles sont les plus intenses, constituent le moteur capable de produire la combinaison ou le choc des atomes de deux gaz, de l'élément (C*l*) chlore et du composé SO^2 l'anhydride sulfureux, qui restent ensuite combinés sous forme d'un liquide

(*) Voir aussi le Mémoire de M. Bunsen, Ann. de chimie et de physique, I, 38, p. 344, 1853; *Recherches sur l'affinité chimique.*

sur lequel la lumière n'a plus d'action. Mais, comme je le ferai voir plus loin, il peut rester un doute sur la réalité du fait, c'est-à-dire la *cause* réelle de la combinaison produite sous l'influence de la lumière solaire, surtout si, comme c'est presque toujours le cas, les gaz en présence ne sont pas *absolument* secs.

La lumière est-elle faible, rien ne se produit, les gaz restent isolés; emploie-t-on la chaleur, la combinaison ne se produit pas; fait-on intervenir avec la chaleur la soi-disant *force catalytique*, l'action de présence, on ne réussit pas davantage dans les circonstances dans lesquelles M. V. Regnault a opéré; mais sous l'influence des deux réactions simultanées et indépendantes et de la lumière diffuse, la combinaison se produit à la lumière diffuse ou à une lumière peu intense, celle du soleil en septembre.

Nous avons vu que lorsque, au lieu d'opérer comme l'a fait M. V. Regnault, on emploie comme corps catalytique le charbon de bois pur, on réussit parfaitement; mais dans ce qui va suivre je ferai autant que possible abstraction des expériences sur l'action de ce corps, action que je me propose d'étudier en détail.

On sait que le carbone n'est pas attaqué par le chlore, que l'oxyde d'aluminium n'est pas réduit par le carbone; que le chlore ne chasse pas l'oxygène de l'alumine, mais que ce corps mélangé avec du carbone divisé et traité par le chlore donne de l'oxyde de carbone et du chlore d'aluminium; il y a encore d'autres réactions analogues, mais arrêtons-nous à

$$Al^2O^3 + 3C + Cl^6 = 3CO + Al^2Cl^6,$$

en jetant un coup d'œil sur les formules

$$C^2H^4 + Cl^2 = C^2H^4Cl^2,$$

$$SO^2 + C^2H^4 + Cl^4 = C^2H^4Cl^2 + SO^2Cl^2,$$

$$C^2H^4O^2 + Cl^2 = C^2H^3ClO^2 + HCl,$$

$$(C^2H^4O^2)^n + Cl^m + (SO^2)^n = \begin{cases} C^2H^3ClO^2 + HCl, \\ C^2H^2Cl^2O^2 + H^2Cl^2, \\ C\ H\ Cl^3O^2 + H^3Cl^3, \\ (SO^2Cl^2)^n, \end{cases}$$

On s'aperçoit directement qu'il n'y a plus à tenir compte de ce que dans le premier cas, dans l'action du chlore sur un mélange d'alumine et de charbon, on appelait parfois *affinité prédisposante*.

En effet le chlore agit sur l'acide acétique et les produits formés $HCl + C^2H^3ClO^2$, ne forment pas de combinaison entre eux ou avec SO^2 ou SO^2Cl^2 qui sont à l'état libre, tandis que le chlore s'unit à Al et O à C dans la première expérience.

Les faits découverts par M. V. Regnault me paraissent si remarquables que je veux citer tout ce qu'il en dit, après avoir constaté que SO^2Cl^2 se produit quand on fait arriver ensemble dans un ballon du chlore sec et du gaz oléfiant auquel on a fait traverser deux flacons remplis d'acide sulfurique concentré et qui est mélangé d'une forte proportion d'acide sulfureux (*).

Je me permettrai de faire l'observation suivante :

Si tout le gaz ne s'est pas combiné dans la dernière expérience de M. V. Regnault malgré l'action de la lumière solaire, ne pourrait-on pas supposer que des traces d'humidité se trouvaient mélangées aux gaz? Ceux-ci étant exposés au soleil, le chlore a décomposé l'eau et il s'est formé du chlorure de sulfuryle en quantité correspondante à la somme des éléments des quantités réagissantes dans l'action *provoquante*.

(*) *Annales de chimie et de physique*, 2e sér., t. 69, p. 171 ; 1838. « Un » mélange de chlore et d'acide sulfureux a été exposé pendant plusieurs jours » au soleil dans un flacon fermé, sans que l'on pût remarquer le moindre » changement.

» La combinaison de chlore avec l'acide sulfureux est donc déterminée ici » par le fait seul de la réaction du chlore sur le gaz oléfiant et par la production de la liqueur des Hollandais. On peut même dire que la production de » cette dernière liqueur est déterminée par la combinaison de chlore avec » l'acide sulfureux. Car j'ai remarqué que la réaction du chlore sur l'hydrogène bicarboné n'avait pas lieu quand les deux gaz étaient parfaitement » secs, au moins à la lumière diffuse. Ainsi, quand les gaz sont secs, le » chlore n'a pas d'action sur l'acide sulfureux; il n'a pas non plus d'action sur » l'hydrogène bicarboné; mais si on le met en présence avec les deux gaz » à la fois, il y a une réaction instantanée et production de liqueur des Hollandais et d'acide chloro-sulfurique. »

Dans sa seconde note (*Ann. de chimie et de physique*, t. LXXI, p. 445,

On sait que l'acide acétique étendu d'un peu d'eau s'attaque mieux par le chlore que l'acide pur, d'après les expériences de M. Maumené; on pourrait supposer que la combinaison de SO^2 avec Cl^2 s'est arrêtée quand toute la vapeur d'eau était décomposée.

Ce doute que je me permets de jeter sur la *siccité absolue* des gaz enfermés dans les flacons m'amène à montrer une recherche que je dois faire et que malheureusement il m'a été impossible de terminer.

En effet, 100 litres de volumes égaux d'anhydride sulfureux et de chlore pèsent en nombres ronds 300 grammes, et M. Regnault n'a dû guère provoquer la combinaison que d'environ un dixième de ce poids, peut-être même un quinzième, si l'on compte 20 grammes seulement.

On peut se demander si c'est bien la lumière solaire qui a produit la combinaison? Ne doit-on pas l'attribuer à la présence d'un peu de vapeur d'eau? Pourquoi la force vive du soleil s'arrêterait-elle à ce terme?

En ajoutant de nouveau du chlore et de l'anhydride sulfureux dans les flacons, mais à l'état de siccité parfaite, la réaction aurait-elle repris son cours?

1839), M. V. Regnault constate la formation de SO^2Cl^2 par les gaz exposés au soleil de juin; l'expérience négative citée plus haut avait été faite au mois de septembre :

« Le soleil n'était probablement pas assez intense à l'époque où ces expé-
» riences (de 1838) ont été faites; c'était au mois de septembre; mais depuis
» les grandes chaleurs que nous avons eues au mois de juin, j'ai été plus
» heureux. Des flacons remplis d'un mélange de chlore et d'acide sulfureux
» bien secs, exposés aux rayons directs du soleil; ont laissé apercevoir, au
» bout de quelques heures d'insolation, une vapeur blanche, qui s'est con-
» densée en gouttelettes sur les parois. La quantité de liqueur produite a
» augmenté les jours suivants, au point qu'on pouvait facilement la sortir des
» flacons; on ne parvint pas cependant à déterminer la combinaison de la
» totalité des gaz mélangés; il est probable que leur affinité cesse quand ils
» sont arrivés à un certain état de raréfaction.

« Cinq flacons, de la capacité de 20 litres, m'ont donné 20 grammes de
» liqueur chloro-sulfurique. »

Pourquoi, dans mes expériences, la combinaison n'est-elle pas complète en enfermant du chlore en présence d'anhydride sulfureux en excès?

Il y a donc, ce me semble, à contrôler l'expérience de M. Regnault en prenant les précautions les plus minutieuses, d'abord pour dessécher les gaz, et ensuite en opérant avec des gaz légèrement humides; il faudra déterminer exactement quelle quantité de SO^2Cl^2 peut être produite par l'action de Cl à la lumière ou à l'obscurité complète par un poids donné d'acide acétique. On devra examiner si le résultat serait négatif en employant de l'acide perchloracétique ou en corps non attaquable par le chlore au lieu d'acide acétique et en opérant dans des circonstances identiques. En un mot, faire la série complète d'expériences et remplacer C^2H^4 ou $C^2H^4O^2$ par des corps attaquables par le chlore à la lumière solaire ou à l'obscurité; les métaux, les corps simples métalloïdes, l'eau et les corps composés minéraux ou les corps organiques, ceux qui restent gaz après la combinaison, comme ceux qui se liquéfient ou qui se solidifient.

On ne se rend pas bien compte de la non-réussite de l'expérience tentée par M. Regnault au soleil de septembre, car nécessairement sa lumière doit renfermer et renferme en effet les rayons chimiques compris entre la raie G et H, leur intensité, leur nombre, seuls, peuvent varier par suite d'une absorption due à l'état hygrométrique de l'atmosphère, à l'heure, à la latitude du lieu, la hauteur du soleil sur l'horizon, d'après les expériences de MM. Bunsen, Roscoe, Baxendell; mais cette action peut-elle être anéantie? Nous ne le pensons pas, quand on sait que la lumière du crépuscule suffit pour provoquer la combinaison du mélange de chlore et d'hydrogène. Il y aura toujours des rayons chimiques correspondant à $\lambda = 0^{mm},000423$, c'est-à-dire au violet moyen entre les raies G et H ou à un nombre de vibrations de 728 trillions par seconde, car la chaleur n'intervient pas dans ce genre de phénomènes, et ce n'est pas l'intensité, mais la période du mouvement vibratoire qui a une influence.

Il me semble même qu'il n'y a pas lieu de tenir compte de la distinction entre les rayons *excitateurs* et *continuateurs* ; les premiers doivent exister en septembre comme en juin.

On doit admettre que ce n'est pas l'amplitude ou l'intensité du mouvement vibratoire de la lumière, mais bien sa période ou la longueur d'ondulation qui dans les actions chimiques joue le rôle principal, mais il est incontestable aussi qu'il faut tenir compte des radiations du spectre entier.

Les rayons ultra-violets du mois de septembre sont cependant toujours des rayons agissant chimiquement comme ceux du mois de juin et la réaction devrait, ce me semble, non pas être arrêtée absolument, mais enrayée dans les rapports plus ou moins considérables, comme elle serait enrayée en n'exposant les corps qu'à la lumière du soleil couchant qui, d'après Bocca, ne contient plus que très-peu de radiations chimiques.

On a vu que M. Regnault avait déjà fait une remarque importante qui vient à l'appui de l'opinion que j'émets, c'est-à-dire que ce n'est pas la lumière seule qui agit; il fait remarquer que le chlore et l'hydrogène carboné parfaitement secs n'avaient pas d'action à la lumière diffuse.

De plus, lorsque MM. *Becquerel* et *Frémy* ont voulu répéter l'expérience de *Draper* sur l'activité du chlore insolé, ils ont prouvé que le chlore employé devait être humide et qu'avec du chlore sec elle ne réussissait pas; ils pensent que la présence de l'eau produit des composés oxygènes du chlore, auxquels très-probablement cette activité peut être attribuée; dans les cas du mélange de certains corps exposés à la lumière solaire, il serait possible que la présence d'une fort petite quantité d'une substance vînt provoquer des réactions qui ne s'effectueraient pas sans cette intervention.

Observons aussi que MM. Favre et Silberman, d'une part, MM. Bunsen et Roscoe, de l'autre, ont opéré sur des gaz humides et que toutes les expériences devraient être reprises sur des mélanges *gazeux absolument purs et secs.*

Ceci m'amène à parler d'une expérience que j'ai faite et que je considère comme très-importante au point de vue théorique. Bien que l'on sache que l'acide acétique et l'hydrogène ne sont pas attaqués par le chlore à l'obscurité, j'ai fait l'expérience. J'ai préparé du chlore sec dans une chambre noire éclairée par une bou-

gie ou un petit bec de gaz et j'ai fait passer pendant longtemps le gaz dans de l'acide acétique pur mis en excès; le liquide ne s'est pas sensiblement échauffé, n'a pas visiblement dégagé des vapeurs d'acide chlorhydrique; dans quelques flacons j'ai mis très-peu d'acide acétique, dans d'autres ce corps était en excès; on les a laissés pendant quelques semaines dans une cave absolument obscure de 10°C. à 15°C.; ramenés à la chambre obscure, on a chassé le chlore par un courant d'acide carbonique; l'acide acétique lavé de cette façon ne troublait pas le nitrate d'argent; on n'avait observé aucune fumée d'acide chlorhydrique. Ce même acide, soumis un instant dans l'obscurité à un courant de chlore et d'acide sulfureux, dégageait de suite des vapeurs d'acide chlorhydrique, précipitait abondamment le nitrate d'argent et indiquait la présence du chlorure de sulfuryle dans son traitement par l'eau.

S'il peut, comme je viens de le dire, rester un léger doute sur la question de savoir si la lumière solaire intense du mois de juin 1859 est capable de provoquer la combinaison de l'anhydride sulfureux et du chlore, ce doute n'est plus possible à l'égard de l'action de la *force vive* ou attractive produite par une réaction secondaire, l'opération se faisant à la lumière artificielle d'un petit bec de gaz ou d'une bougie.

Après avoir fait chambre obscure complète dans mon laboratoire, je fais passer dans de l'acide acétique du chlore sec et de l'anhydride sulfureux provenant de la distillation spontanée d'anhydride liquide, dans deux flacons de Woolf d'un litre environ. Le dernier flacon, terminé d'abord par un appareil de Liebig renfermant de l'acide sulfurique, est ensuite mis en communication avec l'air pour laisser se dégager librement l'acide chlorhydrique formé; on marchait assez lentement; en deux heures l'acide acétique avait gagné 500 grammes par la condensation des deux gaz; on mit fin à l'opération 2 ½ heures après : comptons donc environ 4 heures de travail; la somme de gaz sulfureux et de chlore condensé a été de 900 grammes environ. Le produit obtenu était en tout semblable à celui d'une opération faite à la lumière du jour; on en conclut que la lumière diffuse est absolument

inutile et qu'elle n'intervient pas de façon à être nécessaire lorsque l'on opère au jour.

L'intervention d'une lumière artificielle, quelque faible qu'elle soit, pourvu que la flamme renferme du charbon en suspension pouvant avoir une action, fût-elle minime, et agir comme agent excitateur, je me plaçai dans une chambre noire éclairée par une lanterne monochromatique de verre jaune sous lequel le chlorure d'argent ne fut pas impressionné, bien qu'il fût exposé, dans les premiers jours d'août, à une lumière solaire des plus vives par un temps splendide.

Le chlore lavé était desséché sur deux flacons de ponce sulfurique d'une capacité de 4 litres environ; l'acide sulfureux produit par l'action de l'acide sulfurique sur le soufre au contact de fragments de platine, lavé d'abord, était desséché sur deux flacons d'un litre chacun de ponce sulfurique. Les deux gaz barbotaient dans un flacon de 3 litres au fond duquel on avait placé 200 grammes d'acide acétique.

La liqueur s'est échauffée très-légèrement et très-graduellement sous une température ordinaire, environ 20° C., jusqu'un peu au delà de 50°C., et en 2 1/2 heures l'on constata une augmentation de 125 grammes. Après ce temps, l'acide acétique était jaune, il fumait à l'air, des fumées s'étaient dégagées pendant le passage des gaz; il perdait du gaz vers 40° déjà et son point d'ébullition était déjà assez fixe vers 60°C.; il livra entre 60 et 75°C. un produit fumant légèrement jaune tombant au fond de l'eau, s'y décomposant lentement en acide chlorhydrique et sulfurique.

La conclusion est nette : on peut préparer SO^2Cl^2 sans l'intervention de la lumière; il ne reste que la question de la légère action de la chaleur et de la circonstance que les corps réagissants sont à l'état liquide.

Une objection encore. Un volet de la chambre s'étant dérangé dans la première demi-heure d'action, il avait pu filtrer une trace de lumière diffuse et la flamme des fourneaux aurait pu avoir une action bien que le flacon dans lequel on opérait fût entouré de verre rouge.

J'exagérai toutes les précautions dans une dernière expérience,

la chambre noire ne présentait aucune lueur venant de l'extérieur; la lampe monochromatique fut disposée de façon à ne laisser passer absolument que des rayons jaunes ou rouges, les fourneaux destinés à chauffer les appareils à chlore et à anhydride sulfureux, présentaient une flamme absolument bleue, qu'on prit la précaution de cacher.

Le flacon avec l'acide acétique était enveloppé de papier noir, on marchait assez vite et en moins d'une heure l'augmentation a été de 70 grammes dans le premier flacon, de 10 grammes dans le second, car la liqueur s'était échauffée jusque vers 60°C.

Pour m'assurer si l'état de liquidité des corps intervient, abstraction faite de la lumière, j'ai fait barboter du chlore et de l'anhydride sulfureux secs dans un flacon renfermant 490 grammes de chlorure de sulfuryle pur en l'absence de toute lumière; l'acide sulfureux était produit par l'action de l'acide sulfurique sur le charbon; le chlorure de sulfuryle fut d'abord bien saturé par le chlore et ensuite on laissa marcher les gaz pendant une heure et demie; le liquide ne s'échauffa pas et au lieu de gain, il y eut perte de poids; donc pas d'action et pas de condensation sensible dans ces conditions.

On ajouta ensuite une certaine quantité d'acide acétique renfermant du chlorure de sulfuryle produit dans les expériences précédentes; après quelques instants, des fumées abondantes se montrèrent, le liquide s'échauffa et la réaction s'opéra directement.

L'Académie me permettra une dernière observation qui, bien que prise dans le domaine d'une science qui ne m'est pas familière, la géologie, se rattache aussi aux opinions que je compte lui soumettre sous peu à propos de la courte note qui a été insérée dans le *Bulletin* de la séance du 2 décembre 1871, sur les *Générations spontanées*.

Je lis dans les *Comptes rendus* de l'une des séances du mois d'août 1872 de l'Académie des sciences de Paris :

« M. Élie de Beaumont est frappé de ce que M. H. Sainte-

» Claire Deville vient de dire en présentant le mémoire de M. Laurence, de l'action de l'acide acétique anhydre sur l'oxyde d'étain.
» L'acide acétique, cet acide réputé faible, agit aussi sur l'aluminium. Son action sur deux corps qui semblent presque inertes
» en présence des agents chimiques qui jouent les rôles les plus
» efficaces dans la nature actuelle le confirme dans la pensée que,
» dans les premiers âges du monde, la nature mettait en pratique
» une chimie différente de celle qui fonctionne aujourd'hui dans
» les volcans et dans les phénomènes atmosphériques. Cette chimie primitive, qui a donné naissance aux granites et à beaucoup
» de roches que l'on n'a pas encore reproduites, employait sans
» doute des agents susceptibles de produire des effets autres que
» ceux dont nous sommes aujourd'hui les témoins, moins parce
» qu'ils auraient agi avec plus d'énergie à une température ou à
» une pression plus élevée, que parce qu'ils étaient *différents et*
» *capables de réactions différentes*. Le phosphore, le chlore, le
» fluor qu'on trouve si fréquemment dans les minéraux de l'âge
» du tungstène, du molybdène, du cérium, de l'yttryum, du tantale, etc., ne sont peut-être que des résultats de ces manipulations primordiales. »

Peut-être l'illustre savant n'a-t-il pas voulu dire toute sa pensée.

Il est incontestable, d'après les expériences de M. Regnault, qu'à la lumière diffuse le chlore sec ne réagit pas sur l'éthylène sec, que l'anhydride sulfureux n'a aucune action sur le chlore et que le mélange de trois gaz donne naissance à deux corps chlorés, dont l'un ne se produit qu'avec la plus grande difficulté et jamais d'une façon complète sous l'influence de la lumière la plus intense, l'action de la chaleur ou une action de présence étant absolument inertes; en un mot, deux réactions impossibles, quand on les prend isolément, se font instantanément à la lumière diffuse ou peu intense.

Dans mes expériences on voit trois corps, n'ayant aucune action l'un sur l'autre à l'obscurité parfaite si on les prend deux à deux :

Acide acétique + chlore —
Acide acétique + SO^2 —
Chlore + SO^2 —

produire tout à coup à la température ordinaire au minimum trois et peut-être cinq corps nouveaux, non compris des produits accessoires, sans que l'action d'une force extérieure intervienne,

SO^2Cl^2,
HCl,
$C^2H^3Cl^3O^2$,
$C^2H^2Cl^2O^2$,
$C^2H^2Cl^3O^2$,
C^2H^3OCl,

Il me semble qu'on est en droit de se demander si des phénomènes pareils ne doivent pas être pris en sérieuse considération quand on remonte aux premiers âges du monde ou aux premiers temps de refroidissement des corps en partie sans doute dissociés à cette époque.

Mais ce qui a pu arriver alors se passe encore aujourd'hui dans ce laboratoire qui s'appelle le corps des animaux. Que de transformations lentes dans les phénomènes qui font passer les aliments à l'état d'urée, d'acide carbonique et d'eau, que d'entraînements vers des réactions, que nous ne réalisons qu'avec peine dans nos laboratoires et que souvent nous sommes incapables de produire !

La chimie était autre que celle que nous connaissons aujourd'hui, nous dit l'illustre secrétaire perpétuel de l'Académie des sciences de l'Institut de France.

Le corps de l'homme n'est pas un creuset, nous disent quelques physiologistes et quelques médecins !

Que penser de ces assertions ? — Un mot résume tout et ce mot, c'est notre ignorance !

Les forces ou mieux peut-être *la force* dans la nature est indestructible, elle se transforme et ses manifestations infinies seront, espérons-le, mesurées pour les phénomènes moléculaires avec autant d'exactitude qu'on mesure l'attraction universelle.

La chimie ancienne, celle des premières époques de la terre, doit encore être la chimie actuelle; les lois naturelles sont immuables, mais que de travail à faire encore avant de savoir appliquer dans un but déterminé à des mobiles déterminés en

poids et mesure, à la matière en un mot, les diverses transformations de l'élément dynamique, de l'attraction.

Que cet élément soit la force d'attraction, de répulsion, la chaleur, la lumière, l'électricité, le magnétisme, la force du soleil en un mot.

Que cet élément dynamique provienne du potentiel libéré par le choc de deux molécules qui se combinent, qu'il intervienne en modifiant l'attraction entre deux molécules, augmentée de l'action d'une troisième.

Ce qui est incontestable, c'est que nous sommes loin encore de pouvoir réaliser dans les laboratoires toutes les ressources combinées des différentes manifestations de la force dans la nature et nous placer dans les conditions déterminées, modifiant dans l'un ou dans l'autre sens l'action d'un mélange de plusieurs corps les uns sur les autres; soit lorsqu'il y a action chimique entre les corps mis en présence, soit que l'un d'eux agisse physiquement comme le charbon, par exemple.

Il est nécessaire de porter une attention sévère sur un fait inexplicable avec nos connaissances actuelles, celui de la formation de SO^2Cl^2 à l'obscurité parfaite.

On doit nécessairement chercher à bien se rendre compte des forces excitatrices (*de l'affinité*) qui provoquent dans une chambre absolument obscure ou à la lumière diffuse les réactions principales que cette note renferme.

Remarquons que, dans le premier cas, il reste des doutes sur la siccité absolue; dans le second cas l'état de *dissolution liquide* peut intervenir, car il semble que l'on ne peut pas absolument assimiler à la dissolution (mélange homogène de plusieurs corps liquefiés) la diffusion des gaz (mélange homogène de différents gaz à l'état de gaz en vapeurs).

Quelle que soit la théorie que l'on admette sur la constitution des gaz, on ne voit pas clairement la nature de toutes les forces mises en jeu au moment où s'opère le mélange des gaz et où la combinaison elle-même, se faisant d'abord sous diverses influences dont l'une peut n'être *qu'excitatrice*, marche, comme qui dirait spontanément, sous des influences *continuatrices*.

On est porté à admettre, ce me semble, que l'attraction ou l'affinité entre deux molécules de SO^2 et *Cl*, insuffisante pour provoquer leur combinaison, acquiert une intensité nouvelle par l'action de C^2H^4 qui s'interpose et dont l'attraction sur *Cl* et SO^2 peut, pour ces deux corps, donner une résultante provenant de leurs réactions mutuelles; en d'autres termes : l'attraction de SO^2 sur *Cl* étant plus petite que celle de *Cl* sur SO^2 et sur C^2H^4, il peut y avoir formation simultanée de $C^2H^4Cl^2 + SO^2Cl^2$.

Le même raisonnement, abstraction faite de la solidité, de la liquidité des produits, paraît applicable quand on emploie l'intervention de l'acide acétique ou l'intermédiaire d'une surface énorme comme celle du charbon, et comme je l'ai déjà dit et répété, nous avons ici des circonstances analogues à celles dans lesquelles les rayons ultra-violets de la lumière solaire, dans quelques cas l'étincelle électrique ou la chaleur produisent les combinaisons; il me paraît cependant qu'il n'en reste pas moins établi irrévocablement que la force du soleil peut être remplacée par l'action d'un corps qui en condense d'autres à sa surface par la force libérée au moment d'une combinaison chimique et que c'est un exemple à ajouter au grand principe de la corrélation et de l'équivalence des forces naturelles.

QUATRIÈME NOTE.

SUR LA COMBINAISON DIRECTE DU CHLORE ET DE L'HYDROGÈNE SECS PRODUITE A FROID ET DANS L'OBSCURITÉ COMPLÈTE.

OBSERVATIONS PRÉLIMINAIRES.

La combinaison directe de l'anhydride sulfureux et du chlore sous l'influence de l'action catalytique du charbon dans l'obscurité parfaite m'ayant prouvé que les attractions capillaires peuvent remplacer les effets produits par les rayons chimiques des corps lumineux, il m'a paru intéressant d'étudier à ce point de vue les phénomènes qui se produiraient au contact du charbon entre les corps halogènes, l'hydrogène et l'eau.

Si, sur du charbon saturé de chlore et refroidi, on envoie de l'hydrogène, il se produit instantanément à la lumière diffuse beaucoup d'acide chlorhydrique, mais le charbon ne s'échauffe pas, comme si la chaleur de combinaison produite par l'union du chlore et de l'hydrogène était utilisée à rendre l'état gazeux à l'acide chlorhydrique qui se produit et aù chlore, car celui-ci se dégage en partie; il y a refroidissement très-sensible à la main, tandis que le charbon s'échauffe avec Cl et SO^2, le produit SO^2Cl^2, étant liquide.

Mais je compte revenir sur ces faits tout en engageant les chimistes à s'en occuper; il y a dans cette action du carbone incontestablement une longue série d'expériences à exécuter et ce que j'en dis ici ne doit être considéré que comme un moyen de prendre date du fait qui prouve que le charbon a une action sinon identique, du moins analogue à celle de la lumière solaire et de la chaleur, c'est-à-dire qu'il produit une combinaison qui ne se réalise en général que par une température élevée ou par la lumière solaire et les corps lumineux dont la lumière possède des radiations chimiques.

§ 1. — *Sur la combinaison du chlore et de l'hydrogène secs produite à froid et dans l'obscurité complète.*

—

Je crois d'abord utile de décrire succinctement quelques expériences. Cent cinquante grammes de braise pure, qui m'avaient servi dans plusieurs expériences, sont portés au rouge dans une capsule de platine, puis mis à chaud dans une cornue tubulée en verre traversée par un courant d'air sec; cette braise cède encore des traces d'acide chlorhydrique à chaud, preuve que l'on se fait illusion sur l'énergie avec laquelle certains gaz, qui se dégagent partiellement déjà à la température ordinaire, sont retenus par les pores du charbon; il faut maintenir la braise au rouge pendant assez longtemps pour la débarrasser des dernières traces de gaz qu'elle condense facilement et en grande quantité. On laissa refroidir dans le courant d'air et on adapta ensuite au col de la cornue un tube de Will contenant une dissolution de nitrate d'argent; le passage de l'air froid et sec pendant un quart d'heure ne produisit aucun trouble dans la liqueur; on pouvait considérer le charbon comme sensiblement pur et on lui fit absorber du chlore lavé dans une grande masse d'eau et traversant ensuite un flacon de 3 litres contenant de la ponce humectée par de l'eau pure destinée à enlever l'acide chlorhydrique, le gaz étant ensuite desséché sur deux flacons de 3 litres renfermant de la ponce imbibée d'acide sulfurique. Les 150 grammes de charbon condensèrent environ 64 grammes de chlore en deux heures; on opérait à la lumière diffuse, sous la pression de $0^m.752$, la température étant de 14°C.

On fit chambre obscure dans le laboratoire en l'éclairant par une lanterne munie d'un verre jaune, qui ne laisse pas passer les rayons chimiques et l'on fit passer un courant d'hydrogène sec pendant 65 minutes; d'abondantes fumées mélangées de chlore se dégagèrent et la cornue se refroidit très-sensiblement, car elle fut couverte de rosée après quelques instants. La perte en poids s'élevait à 26 grammes.

Le courant d'hydrogène marchait assez rapidement, on recueillit à froid de l'acide chlorhydrique en quantité notable; en chauffant la cornue de verre pendant une heure environ, on obtint un dégagement très-abondant de gaz fumant, qui, recueilli dans le tube de Will rempli d'eau, la satura au point d'avoir de l'acide chlorhydrique liquide et fumant à la température ordinaire; mais le lendemain le charbon introduit rapidement dans une cornue de porcelaine chauffée au rouge perdit encore environ 3 grammes de produits volatils essentiellement composé d'acide chlorhydrique *gazeux* et d'eau.

Cette expérience résout une question physico-chimique que l'on peut poser en termes assez frappants : *On demande comment on peut brûler l'hydrogène par le chlore à la température ordinaire, à l'abri complet de la lumière, mais en se plaçant dans des circonstances physiques telles qu'il se produise un abaissement de température.*

On constate facilement l'abaissement de température, car, au moment où l'hydrogène arrive sur le charbon saturé de chlore, on voit la cornue se couvrir de rosée.

L'explication de ce fait est très-simple; en effet, du charbon pur et sec s'échauffe assez fortement quand on le sature de chlore sec; si ensuite on laisse le vase dans lequel il se trouve se refroidir jusqu'à la température ordinaire et si l'on y fait passer de l'hydrogène, celui-ci déplace beaucoup de chlore qui, reprenant l'état gazeux, absorbe de la chaleur; cette chaleur absorbée est plus considérable que celle qui résulte de la combinaison du chlore avec l'hydrogène dans un temps donné, car il doit se condenser peu d'hydrogène, soit libre, soit sous la forme d'acide chlorhydrique pour beaucoup de chlore dégagé; l'effet frigorifique de la gazéification du chlore dépasse les effets calorifiques, surtout dans les premiers moments de l'action. Quand on fait l'expérience en plongeant la boule d'un thermomètre au centre du charbon, on observe, après quelque temps, des alternatives d'abaissement et d'élévation de température et nécessairement d'après la rapidité avec laquelle se fait le dégagement de l'hydrogène; comme aussi il doit arriver un état d'équilibre, suivi d'une

élévation de température plus ou moins appréciable quand la réaction est telle qu'il se fixe du chlore et de l'hydrogène à l'état d'acide chlorhydrique alors qu'il ne se déplace plus autant de chlore par l'arrivée de l'hydrogène.

En faisant l'expérience après avoir pesé la cornue de charbon saturé de chlore, on constate après le passage de l'hydrogène une perte en poids considérable.

Je n'ai pas l'intention de traiter la question calorifique, je ne possède du reste aucun calorimètre exact, mais voici une expérience décrite très-succinctement; elle suffit pour constater le fait.

140 grammes de charbon pur calcinés dans une cornue de porcelaine sont introduits dans une cornue de verre, puis saturés de chlore, la cornue est refroidie et on l'amène à la température ordinaire très-sensiblement; le thermomètre donnant très-visiblement le 10e du degré marque la température de 16°2 C.

On fait chambre obscure dans le laboratoire et on l'éclaire par une lanterne munie d'un vert jaune; puis on fait passer l'hydrogène dans le charbon saturé de chlore. Voici les températures successivement accusées :

TEMPS.	TEMPÉRATURE.	OBSERVATIONS.
0′.	16°,1	Commencement de l'expérience.
10′.	4,9	H marche rapidement.
12′.	3,0	
17′.	2,9	
20′.	4,0	H se ralentit.
22′.	5,0	
26′.	10,0	
26′ à 30′. . .	11°,0 et 9°,0	Alternatives.
35′.	9°,0	
40′.	14,5	
43′.	13,0	
45′.	11,5	
50′.	11,2	
55′.	13,0	A ce moment, on est obligé de renouveler l'appareil à hydrogène.
60′.	18,6	
65′.	15,0	L'hydrogène arrive vivement.
75′.	15,8	
80′.	16,0	
90′.	17,0	

On arrête l'expérience et l'on fait traverser l'appareil par un courant d'air sec pendant une demi-heure, après ce temps on s'éclaire par la lumière diffuse.

On constate dans un appareil à boules de Liebig rempli d'eau pure d'abord, qu'il renferme une dissolution de chlore et d'acide chlorhydrique en quantité notable; la cornue renfermant le charbon chauffée légèrement dégage des fumées intenses; on la munit d'un tube de Will qui s'échauffe par la condensation des gaz qui se dégagent, l'eau a condensé du chlore et de l'acide chlorhydrique en quantité assez forte pour perdre celui-ci à l'état de fumées à la température ordinaire.

J'ai fait plusieurs expériences analogues et donnant les mêmes résultats; je n'en cite qu'une qui est susceptible d'être montrée dans les cours.

On sature par du chlore sec une 50e de grammes de charbon pur placés dans un goulot de verre mince, muni d'un tube plongeant jusqu'au fond, d'un tube à dégagement et d'un thermomètre; puis on fait arriver un courant rapide d'hydrogène sec par le tube qui se rend au fond du vase; après quelques instants, il se dégage des torrents d'acide chlorhydrique fumant et de chlore, le vase se couvre de givre et le thermomètre descend rapidement d'une 20e de degrés, de + 12° à — 8° C.

On ne peut s'empêcher de faire une comparaison physiologique très-intéressante en jetant un coup d'œil rapide sur le tableau des températures. En effet, dans les fièvres d'accès, dans le choléra et quelques maladies, on voit la température des malades augmenter tout à coup ou diminuer; ne serait-on pas tenté d'attribuer à l'action des parois des globules du sang un rôle analogue à celui du charbon saturé par un comburant, qu'un combustible en excès déplace en ne se combinant que très-partiellement de façon à ce que la combustion qui dégage de la chaleur ait, par suite des phénomènes physiques, une résultante qui se traduit par un abaissement de température ou par un sentiment de froid chez le patient.

Je ne dois pas cacher que tout en constatant la combinaison de l'hydrogène et du chlore accompagnée d'un refroidissement notable et à l'obscurité, je me suis fait une série d'objections.

Le chlore était-il absolument débarrassé d'acide chlorhydrique?

Peut-on le préparer à la lumière?

Ne décompose-t-il pas l'eau dans laquelle on lave le gaz quand on opère à la lumière, et l'acide chlorhydrique constaté ne provient-il pas de cette action (*)?

Les quelques litres de ponce acidifiée par l'acide sulfurique concentré ne livrent-elles pas, quand on opère à la lumière, des traces d'acide chlorhydrique qui s'accumule pendant la préparation; car la ponce même calcinée en donne souvent de très-faibles quantités. L'acide sulfurique n'est-il pas décomposé sous l'influence de la lumière?

Les traces d'humidité interviennent-elles? Il est difficile de se mettre à l'abri de l'humidité de l'air quand on transvase le charbon calciné de la cornue de porcelaine dans la cornue de verre, car il faut fortement calciner le charbon qui a condensé de l'acide chlorhydrique pour l'en débarrasser; et de plus, il faut le calciner pendant longtemps et en laisser brûler une partie.

Au moment où l'on examine le charbon, il faut chauffer à la lampe; n'est-ce pas un effet de température qui peut intervenir et provoquer la présence de l'acide chlorhydrique par suite de la décomposition de l'eau ou de traces d'hydrogène non balayées par l'air?

Le nombre considérable de bouchons de liége des appareils

(*) De l'eau de chlore exposée au soleil en novembre et en décembre 1872 peut même, dans ces circonstances, être décomposée et ne plus renfermer que des traces de chlore; en déplaçant ce gaz par l'acide carbonique et neutralisant par le carbonate de potassium, on constate qu'il s'est formé du chlorure et du chlorate de potassium sans perchlorate. — La décomposition de l'eau, comme on sait, est accompagnée d'un dégagement d'oxygène.

L'eau de chlore exposée à la lumière diffuse dans un lieu tranquille au N.-O., le 24 décembre 1872, renferme encore aujourd'hui 15 août 1873, beaucoup de chlore libre, elle n'a pas dégagé d'oxygène et paraît se décolorer lentement.

Je signale le fait pour montrer que l'acide chlorhydrique qui pourrait se produire accidentellement doit être en bien minime quantité; mais il y a lieu de tenir compte peut-être du mouvement qui accompagne la production du gaz.

Je poursuis l'examen de la décomposition de l'eau de chlore sous ces diverses influences.

laveurs et dessiccateurs ne devait-il pas donner de l'acide chlorhydrique?

Malgré plusieurs expériences qui, toutes, constataient la formation d'acide chlorhydrique à l'abri de toute lumière et de l'action de la chaleur et, entre autres, deux, faites avec le concours de mon excellent ami M. Félix Le Blanc, et dans lesquelles les quantités d'acide chlorhydrique recueillies étaient beaucoup trop considérables pour pouvoir être attribuées à ces causes secondaires, une expérience, en opérant avec des gaz humides, était péremptoire. En effet, une cornue tubulée dont le col était fermé par un bouchon et dans laquelle il y avait du charbon saturé par du chlore fut mise en communication avec un gazomètre Pepys, rempli préalablement d'hydrogène.

On vit ce gaz disparaître assez vite dès le premier jour, puis l'absorption se ralentir pendant les jours suivants; la cornue, placée dans une caisse noire, absorba 28 litres d'hydrogène en quatre jours; le charbon était *fortement* chargé d'acide chlorhydrique. Les expériences paraissaient décisives dans les conditions où je me plaçais; j'ai cependant cherché à éviter toutes les objections dans l'expérience suivante que je me vois forcé de décrire avec détail.

On prépare du chlore par l'acide chlorhydrique concentré et le péroxyde de manganèse naturel dans un grand ballon de verre très-peu chauffé placé dans une chambre absolument noire éclairée par un bec de gaz placé dans le porte-lumière de M. Dubosc muni d'un verre jaune sur un de ses côtés et formant ainsi lanterne monochromatique; on s'éclaire parfois au moyen d'une lampe à alcool salé.

Le chlore est lavé d'abord dans un flacon à trois tubulures renfermant un litre d'eau; de là il passe dans un deuxième flacon de trois litres contenant des fragments de porcelaine humectés par de l'eau; un troisième flacon, également de trois litres, renferme du marbre en menus fragments, mais humectés d'eau; c'est l'appareil destiné à me donner du chlore humide et bien débarrassé d'acide chlorhydrique; pour le dessécher, je le fais suivre d'un quatrième flacon de trois litres renfermant du chlorure de cal-

cium, qui avait été chauffé jusqu'au point de fondre, de façon à l'avoir spongieux et très-absorbant; mais je l'avais, avant sa solidification et pendant sa concentration, rendu fortement alcalin par une quantité convenable de chaux vive. Toutes les précautions pour le rendre le plus absorbant possible furent prises.

Les charbons récemment calcinés dans des creusets de porcelaine ou des cornues de grès furent introduits dans trois cornues. La première contenait environ 90 grammes de charbon sec, que l'on satura de chlore sec, dans l'obscurité complète; dans la deuxième on introduisit environ 80 grammes de charbon sensiblement sec, car il n'avait eu qu'un contact peu prolongé avec l'air humide, et l'on satura celle-ci par du chlore humide; dans la troisième on introduisit environ 80 grammes de charbon, mais on ne le satura pas de chlore; ce charbon pur était destiné à absorber les gaz que les deux premières cornues pouvaient abandonner.

Ces trois cornues, rattachées ensuite dans l'ordre dans lequel je viens de les décrire, furent introduites dans une grande caisse obscure en bois, garnie de papier noir; à la dernière on adapta un appareil de Liebig à huit grandes boules pouvant contenir plus de 130 centimètres cubes d'eau distillée. Tout ceci se fit dans la chambre obscure; deux tubes, pour l'entrée et la sortie des gaz dans les appareils, sortaient des parois de la caisse; on les rendit opaques par des tubes de caoutchouc et du papier noir; les tubes de caoutchouc étaient assez longs pour pouvoir recevoir un nœud coulant et empêcher la moindre trace de lumière de pénétrer dans la caisse.

Les choses étant ainsi disposées, on put s'éclairer par la lumière diffuse pour observer le passage de l'hydrogène; on se servit des trois flacons laveurs employés pour purifier le chlore, mais après les avoir parfaitement lavés à grande eau; le flacon à chlorure de calcium fut balayé par un courant d'air; mais entre le flacon laveur renfermant de l'eau et un flacon renfermant de la porcelaine humectée par du bichlorure de mercure, on interposa deux grandes éprouvettes renfermant, la première de la ponce humectée par une dissolution de potasse, la seconde, de la potasse solide; c'est dans cet ensemble d'appareils purificateurs que l'on fit passer

pendant longtemps de l'hydrogène préparé par le zinc et l'eau acidulée de manière à éviter toute élévation de température; l'appareil complet bien balayé par l'hydrogène ne fut mis en communication avec les appareils de la caisse qu'à la nuit; il pouvait rester encore un peu de chlore sur le chlorure de calcium qui avait servi à dessécher le chlore et qui était destiné à dessécher l'hydrogène.

L'hydrogène passa toute la nuit et la journée suivante bulle à bulle à travers les appareils jusqu'à neuf heures du soir; le lendemain matin on trouva un des tubes des appareils à potasse brisé spontanément pendant la nuit; le passage de l'hydrogène a donc duré vingt-sept heures au minimum, trente-six heures au maximum.

On fit alors passer dans les appareils pendant trois heures et demie un courant d'air, que l'on aspire à travers tous les laveurs et les appareils dessiccateurs; on constate que cet air est chargé de vapeurs acides et de chlore.

On fait de nouveau chambre obscure et on ouvre la caisse.

La première cornue renfermant le charbon sec fume fortement à l'air et dégage l'odeur de chlore; il en est de même de la deuxième qui était humide et de la troisième dans laquelle on avait placé le charbon pur.

Quant au tube à boules, il renfermait une eau acide décolorant le papier de tournesol; on le mit en contact avec l'aspirateur toujours dans la chambre noire et l'on y fit passer de l'air ordinaire pendant deux heures; après ce temps on put l'examiner au jour; le liquide était absolument incolore fortement acide par HC*l* et ne décolorant plus le papier de tournesol; l'appareil en renfermait 150 centimètres cubes, qui ont dissous 5^{gr},985 de cristaux de spath calcaire.

Les charbons des cornues furent placés dans trois entonnoirs à robinets de verre et de la forme de ceux qui servent à la filtration des liquides très-volatils pouvant se fermer à l'émeri à leur partie supérieure.

On les lava méthodiquement par un litre d'eau froide chacune; celle-ci était acide et renfermait encore une petite quantité de

chlore; on lava ensuite à l'eau chaude, mais les eaux de lavages étaient encore acides après l'emploi de 2 litres d'eau répartie sur les trois charbons; ces eaux de lavage réunies, mises en contact avec un excès de marbre blanc, furent capables d'en dissoudre 75 grammes.

On se décida, à la suite d'un essai sur une petite quantité de charbon qui démontra la présence d'une quantité notable d'acide chlorhydrique, à introduire les charbons humides dans une grande cornue de verre vert que l'on chauffa, en opérant au grand jour, jusqu'à la fusion du verre; on chassa du charbon environ un litre d'eau sans odeur sensible de chlore, fortement acide; 24 grammes de marbre furent dissous par ce liquide.

Ce même charbon fut ensuite introduit dans une cornue de grès et chauffé au fourneau à réverbère; il se dégagea encore des vapeurs acides et de l'eau capable de dissoudre encore 2gr,25 de spath; mais on s'aperçut qu'il avait dû y avoir une perte de gaz acides, car la cornue, brisée ensuite, nous fit voir qu'elle était très-mal vernissée à l'intérieur.

En somme on a recueilli par une action lente, car le temps est ici un élément important pour la somme des produits qui se forment, en vingt-sept ou trente-six heures environ, une quantité d'acide chlorhydrique gazeux ne s'élevant pas à moins de 75 grammes, indépendamment des pertes inévitables; mais il ne s'agit pas, dans cette question, de *quantités*, car il suffirait des 6 grammes dissous dans l'appareil à boules pour affirmer le fait de la formation indiscutable de l'acide chlorhydrique dans les circonstances de l'expérience, c'est-à-dire à froid dans l'obscurité complète avec du chlore sec et humide, préparé lui-même dans une chambre obscure.

Il me parut impossible, après les expériences sur la formation du chlorure de sulfuryle et de l'acide chorhydrique produit dans la dernière expérience, surtout en tenant compte des quantités, de ne pas conclure que le charbon a une action comparable à celle de la lumière solaire la plus intense pour la première de ces réactions et au moins analogue à celle de la lumière diffuse pour la seconde.

Il en résulte que le charbon pourra utilement servir d'intermédiaire dans une foule de réactions et rendre des services incontestables lorsque l'on se proposera d'étudier l'action du chlore sur les corps organiques.

Mais indépendamment d'une action secondaire, c'est-à-dire celle qui se produit lorsqu'on lave du charbon chloré par l'eau, j'ai cru nécessaire d'aller au-devant d'une dernière objection; en effet le chlorure de calcium n'est qu'un dessiccant relatif et l'action pourrait être provoquée par suite de la décomposition de traces d'eau provenant d'une dessiccation imparfaite et de l'emploi de bouchons de liége.

Je me remis exactement dans les mêmes conditions pour la préparation de chlore, mais on remplaça le flacon contenant du marbre humide par un flacon renfermant des fragments de porcelaine humectée, et après une dessiccation sur le chlorure de calcium, les gaz furent desséchés dans deux grandes éprouvettes de 7 centimètres de diamètre renfermant, sur une longueur de 70 centimètres, de l'acide phosphorique anhydre divisé sur des fragments de porcelaine; ces éprouvettes étaient munies de bouchons de caoutchouc et l'on fit arriver les deux gaz lentement pour les laisser assez longtemps en contact avec l'anhydride phosphorique.

Deux expériences furent faites dans ces conditions; je crois inutile d'en donner tous les détails, mais je puis conclure hardiment que la formation de l'acide chlorhydrique est indépendante de la présence de l'eau, si ces deux colonnes d'anhydride phosphorique jouissent de la propriété d'enlever les dernières traces d'eau.

Je crois cependant devoir appeler l'attention sur un point particulier de l'une de ces expériences; le charbon placé dans la cornue pesait 160 grammes et avait absorbé 133 grammes de chlore; du dimanche au jeudi, il passa environ 600 litres d'hydrogène qui se débarrassait du gaz chlorhydrique, formé au contact du charbon chloré en le faisant passer par quatre appareils à boules nombreuses remplis d'eau et dans un flacon rempli de ponce humide; tous ces appareils étaient renfermés dans la caisse noire ils étaient suivis de deux appareils à boules placés à l'extérieur;

l'hydrogène était encore mélangé de chlore; on voulut laver l'appareil et l'on fit marcher l'hydrogène plus rapidement; du jeudi matin au vendredi soir, il passa encore environ 400 litres, mais il se dégageait toujours un peu de chlore; du vendredi, six heures du soir, jusqu'au samedi, dix heures et demie du matin, on fit passer environ 300 litres d'air; celui-ci resta constamment mélangé de petites quantités de chlore.

Le col de la cornue était suivi d'un gros tube en U rempli de fragments de porcelaine et d'anhydride phosphorique afin d'éviter la diffusion possible de la vapeur d'eau vers la cornue; celle-ci fut enlevée de la caisse noire; elle fumait à l'air, dégageait du chlore; elle avait perdu 79 grammes de son poids; on la chauffa et, à peine chaude, elle dégagea des torrents d'acide chlorhydrique; celui-ci, après un quart d'heure, était assez chargé de chlore pour colorer en jaune le col de la cornue et cette coloration alla en augmentant jusqu'à présenter la coloration due au chlore pur. Cette expérience prouve que le chlore adhère même plus fortement au charbon que l'acide chlorhydrique.

J'ai voulu signaler ce fait pour montrer avec quelle difficulté l'hydrogène et l'air déplacent le chlore et l'acide chlorhydrique fixés sur le charbon.

On se demande si réellement cette fixation n'entraîne pas avec elle l'idée d'une combinaison particulière, comme le pense l'illustre Chevreul?

Mais cette observation entraîne une autre considération qui consiste à supposer que lorsqu'une quantité assez considérable de chlore a été transformée en acide chlorhydrique par l'hydrogène, l'action se trouve ou entravée ou arrêtée, l'acide chlorhydrique condensé en partie lui-même ne permet plus au chlore de se combiner avec l'hydrogène et l'effet mécanique du déplacement par diffusion ou d'une autre façon est lui-même rendu difficile.

Voici une donnée qui le prouve: un flacon renfermant 58 grammes de charbon est saturé par du chlore sec, puis mis à l'abri de la lumière en l'enveloppant de linges noirs. On le fait traverser par un courant rapide d'hydrogène purifié par le chlorure de mercure, puis de la ponce alcalisée par la potasse et enfin par la

potasse solide en vue de bien constater l'abaissement de température qui s'élève à une vingtaine de degrés. Les jours suivants on fait passer l'hydrogène du matin au soir, en exposant l'appareil à la lumière; après vingt-cinq jours il dégageait encore des vapeurs acides et fumantes surtout chauffant.

Je me propose d'étudier cette action avec les détails qu'elle comporte.

---

§ 2. *Décomposition de l'eau par le charbon saturé de chlore.*

—

En assimilant l'action du charbon, soit dans la préparation du chlorure de sulfuryle, soit dans la production de l'acide chlorhydrique, à celle de la lumière solaire ou des radiations chimiques, je crois rester dans les bornes de la stricte observation des faits; mais il est évident que s'il y a de l'analogie, il n'y a pas identité.

Aussi l'étude de l'action du charbon chloré doit-elle être poursuivie non-seulement au point de vue synthétique, mais au point de vue analytique.

On sait que l'action assez longtemps prolongée de la lumière solaire sur la dissolution aqueuse de chlore est telle qu'il se fait lentement un partage des éléments de l'eau, accompagné d'un dégagement d'oxygène. Il est même probable qu'il se produit tous les acides amphides du chlore, et peut-être de l'ozone et du bioxyde d'hydrogène.

Les produits sont tout autres si l'on ajoute à l'eau de chlore des braises lavées par les acides et maintenues ensuite pendant cinq ou six heures à la haute température d'un bon fourneau à vent.

Voici les résultats d'une expérience comparative faite sur la même eau de chlore, renfermée dans deux grands ballons, exposée au soleil pendant trois semaines, en décembre 1872 et en janvier 1873.

L'eau de chlore pure a dégagé de l'oxygène, elle est encore colorée en jaune pâle et décolore énergiquement le sulfate d'indigo;

après en avoir chassé le chlore par un courant prolongé d'acide carbonique, on la neutralise à froid par du carbonate de calcium et on finit la neutralisation par un excès de carbonate de potassium; les sels sont constitués par un mélange de chlorure et de chlorate de potassium, sans perchlorate.

L'eau de chlore, en contact avec le charbon qui la surnage encore en partie, est sensiblement incolore et ne renferme qu'une très-faible trace de chlore; le peu de gaz qu'elle a laissé dégager se comporte comme l'air atmosphérique.

On y fait passer de l'air lavé sur une grande éprouvette renfermant de la pierre ponce imbibée par une dissolution concentrée de potasse caustique; cet air, bien débarrassé d'acide carbonique, traverse ensuite de l'eau de chaux qui se trouble fortement.

Séparé du charbon et filtré, le liquide acide, absolument débarrassé de chlore par le passage de l'air, est mis en contact à froid avec du marbre, il en dissout 3 grammes, mais reste acide et l'on termine la neutralisation par du carbonate de potassium en excès pour précipiter la chaux; la liqueur évaporée renferme du chlorure de potassium, sans traces de chlorate et sans matière organique.

Le charbon traité par une dissolution de potasse caustique ne lui cède sensiblement rien de colorable en brun (acide ulmique) ou autres matières ou sels organiques.

Voyons maintenant ce qui arrive quand on ne fait pas intervenir l'action de la lumière.

Quand, en opérant dans une chambre obscure, on sature du charbon pur par du chlore parfaitement desséché sur deux longues colonnes d'anhydride phosphorique et que, placé à l'abri de toute lumière, on laisse ensuite arriver petit à petit de l'eau dans le vase, qui contient le charbon chloré, on observe, pendant toute la durée de l'arrivée de l'eau, un dégagement de chlore, ou au moins d'un gaz coloré, complétement absorbable par la potasse, sans trace de gaz non absorbable, pourvu que l'on ait pris soin de bien remplir le vide de la cornue ou de l'appareil par du chlore pur; il n'y a donc pas d'oxygène mis en liberté par l'action du charbon chloré sur l'eau; c'est déjà une première diffé-

rence entre l'action de la lumière et celle du charbon; lorsque tout le charbon est baigné et qu'il ne se dégage plus de gaz, on constate, si on laisse l'action se prolonger pendant quelque temps, que l'eau est fortement chargée d'acide chlorhydrique et que tout le chlore a disparu; en effet, cette eau acide ne jouit d'aucune propriété décolorante, preuve qu'elle ne contient ni chlore, ni acide hypochloreux.

L'action du charbon chloré sur l'eau diffère donc de l'action de la lumière sur la dissolution de chlore, d'abord par la nature des produits et ensuite parce qu'elle s'exerce rapidement même à l'abri de toute lumière; autant que je puisse en juger, elle est complète au bout de quelques heures quand on opère dans certaines conditions; car nous avons vu dans notre première expérience sur l'eau de chlore additionnée du charbon que la réaction n'a lieu que lentement.

Si l'on neutralise à froid le liquide qui baigne le charbon par du marbre et que l'on achève la neutralisation par du carbonate de potassium, on ne retrouve aucun composé acide de chlore et d'oxygène; il en est de même pour les eaux de lavages à froid ou à chaud du charbon; mais j'ai à différentes reprises et dans des expériences assez nombreuses lavé aussi directement par des liqueurs alcalisées par la potasse ou le carbonate de potassium, dans le but de rechercher les sels organiques qui auraient pu prendre naissance aux dépens du carbone, sans rencontrer aucun des acides à un ou deux atomes de carbone ou les acides dits ulmiques, dont j'avais un intérêt tout particulier à constater la présence.

Le charbon provenant du traitement par l'eau est très-difficile à laver pour ne pas dire qu'il est impossible de lui enlever, même à l'eau bouillante, les sels et les acides qu'il a condensés; si, après un long lavage, on le chauffe à feu nu, dans une cornue de verre peu fusible, il perd encore de l'eau acide, mais rien d'organique.

Je ne crois pas devoir donner les détails de toutes les expériences que j'ai faites dans cette direction, soit en prenant des précautions particulières pour découvrir tous les produits, soit en variant les circonstances des expériences; car je me réserve

de faire une étude plus détaillée des propriétés du carbone ayant condensé des gaz, en y introduisant, s'il est possible, le poids des matières mises en présence. Je m'arrête au point essentiel : en effet il faut que l'on se rende compte de l'oxygène provenant de la décomposition de l'eau par suite de la production de l'acide chlorhydrique.

J'ai constaté que le chlore qui se dégage renferme de l'acide carbonique sans oxyde de carbone; le carbone intervient donc dans la réaction, mais, chose remarquable, il est brûlé à froid ou à la température ordinaire directement à l'état d'acide carbonique; la réaction essentielle doit se passer d'après la formule :

$$C + 2H^2O + Cl^4 = (ClH)^4 + CO^2.$$
$$12 + 36 + 142 = 146 + 44.$$

il se produit donc très-sensiblement un volume d'anhydride carbonique pour quatre volumes d'acide chlorhydrique.

Cette réaction et celle de la décomposition lente de l'eau de chlore additionnée de charbon sont d'autant plus intéressantes, que j'ai prouvé (*Comptes rendus* des séances de l'Académie des sciences, t. XIX, p. 1292, 2e semestre de 1844) que le charbon pur et la braise pure suspendus dans de l'eau maintenue bouillante et traversée par un courant de chlore, donne, entre autres produits, naissance à des acides bruns de nature organique, analogues aux acides dits *ulmiques*; j'avais dans le temps préparé cet acide brun en suspendant du charbon pur dans de l'eau bouillante acidulée par de l'acide chlorhydrique et en y ajoutant du chlorate de potassium.

Il y aura donc à examiner si l'action simultanée du chlore, de l'eau et du charbon, sous l'influence de la lumière solaire, est capable de produire la combustion complète du charbon ou sa transformation en acide ulmique ou graphitique, comme cela se passe sous l'influence du chlore ou de l'acide chlorhydrique associé au chlorate de potassium dans de l'eau bouillante, c'est-à-dire de la chaleur; il faudra rechercher si la dissolution de chlore se décompose au soleil en présence du charbon d'une autre manière que lorsque cette dissolution est pure, et qu'elle livre de l'oxy-

gène et de l'acide chlorique; la saison est trop avancée pour faire cette étude, car je n'oserais pas absolument affirmer le fait résultant de la seule expérience décrite ci-dessus dans laquelle de trop faibles quantités de produits organiques ou carburés auraient pu échapper à mes recherches.

Mais il est encore un point sur lequel il est utile d'appeler l'attention. En effet, de même que le gaz hydrogène déplace une quantité considérable de chlore du charbon chloré, de même l'eau qui arrive sur le charbon chloré en déplace, mais il y a une double combustion dans le liquide, d'abord la combustion de l'hydrogène par le chlore et ensuite celle du carbone par l'oxygène; de plus, la majeure partie des produits reste condensée, combinée ou dissoute dans l'eau, et les phénomènes thermiques doivent être modifiés; il y a, en effet, élévation de température, même lorsque l'on fait arriver assez rapidement l'eau en contact du charbon et qu'il se dégage des gaz assez abondamment.

Si l'on fait arriver l'eau assez rapidement, le thermomètre plongé dans le charbon reste d'abord sensiblement stationnaire, mais peu à peu il s'élève quand tout le charbon est noyé, et continue à s'élever pendant quelque temps pour s'abaisser lentement et graduellement jusqu'à la température de l'enceinte.

La quantité de charbon et le poids du chlore condensé dans ses pores, le poids de l'eau, la rapidité avec laquelle on fait arriver l'eau, qui déplace dans un temps donné un volume plus ou moins considérable de chlore ou des gaz qui prennent naissance, pendant que d'autres se dissolvent, etc., sont autant de circonstances qui font varier les indications thermométriques.

On verra plus loin avec le brome une expérience de production de chaleur qui se manifeste lorsque des liquides sont mis en présence du charbon; je n'entrerai ici dans aucun détail, mais je dois cependant m'arrêter un instant et prouver l'élévation de température sans avoir la prétention de mesurer des quantités de chaleur.

On prend une fiole en verre allemand renfermant environ 60 grammes de charbon chloré munie d'un thermomètre et de deux tubes dont l'un, plongeant jusqu'au fond, est destiné à intro-

duire l'eau, et l'autre à laisser échapper le chlore; on entoure le flacon de linges pour éviter les pertes ou les gains de chaleur.

La température initiale du charbon chloré, de l'enceinte et de l'eau est de 8°5 à douze heures et demi; pendant tout le temps que l'on met à remplir l'appareil d'eau, la température reste sensiblement stationnaire, par suite du déplacement du chlore; mais lorsque l'appareil est rempli, la température va en augmentant et à une heure et demie, elle est à 13°C.; elle augmente encore jusque vers deux heures et s'arrête au maximum de 15°C. pour diminuer lentement ensuite.

Trente-deux grammes de charbon placés dans une fiole à fond plat absorbent trente et un grammes et demi de chlore sec; la température est de 14°3C., l'eau dans laquelle on le baigne marque 16°C; aussitôt que l'eau arrive au contact, le thermomètre accuse une élévation de température, en cinq minutes il arrive à 17°9C et vingt minutes après, la température avait atteint 24°1C.

Ces deux expériences ne laissent aucun doute sur le dégagement de chaleur.

La question d'une élévation de la température pendant la réaction de l'eau sur le charbon chloré mise de côté, je me suis demandé si les phénomènes de la décomposition de l'eau se produiraient encore à 0°C.

De la braise fortement calcinée est saturée par du chlore sec dans un grand ballon refroidi dans un courant d'eau froide, puis placé pendant une demi-heure dans un mélange réfrigérant de glace et de sel marin. Après cette opération, on l'enfouit complétement dans une grande caisse où il se trouve partout entouré d'une couche épaisse de neige; ensuite on y fait pénétrer l'eau dans laquelle nagent de petits glaçons solides; toute l'opération se fait le soir à la lumière lointaine du gaz.

On recueille les gaz qui se dégagent, aucune précaution n'ayant été prise pour éviter la présence de l'air. Vingt heures après, tout ayant été mis à l'abri de la lumière, on constate la présence de l'acide carbonique dans l'eau qui baigne le charbon, tandis qu'elle ne contient plus trace de chlore, mais elle est fortement acide.

Une température basse n'empêche donc pas la réaction.

Les gaz qui s'étaient dégagés au moment de l'introduction de l'eau avaient été recueillis; après l'action de la potasse qui en absorba beaucoup, il en restait un gaz présentant toutes les propriétés de l'air atmosphérique; son analyse par l'eudiomètre de Volta donna un léger excès d'oxygène, c'est-à-dire 23 pour cent.

J'ai fait un très-grand nombre d'expériences avec des charbons de nature différente, purifiés par des procédés assez divers provenant d'essences de bois durs ou légers, buis, sapin, hêtre, bourdaine, chènevottes, jouissant de propriétés absorbantes plus ou moins prononcées; j'ai opéré à l'abri de la lumière et à la lumière diffuse, en employant des quantités variables de charbon, d'eau et de chlore dont on faisait varier les quantités en le saturant parfois complétement par un passage prolongé de chlore en excès dans des vases refroidis. Mon but était de déplacer de cette façon par un excès de chlore l'acide carbonique que des charbons auraient pu retenir; parfois je ne saturais les charbons qu'imparfaitement et la réaction s'est toujours produite avec son caractère essentiel, c'est-à-dire la disparition complète ou à peu près complète du chlore, la formation d'acide chlorhydrique et d'acide carbonique.

J'ai recherché avec le plus grand soin dans toutes ces expériences, soit dans l'eau, soit sur le charbon :

1° Des composés acides amphides du chlore.

2° Des composés carbonés ou acides organiques solubles dans l'eau ou dans la potasse, portant surtout mon attention sur les acides bruns ulmiques, les acides formique, acétique et même l'acide oxalique; ils m'ont toujours fait défaut; s'il s'en produit, ce n'est qu'en quantité extrêmement faible; je pense que quelques milligrammes de ces corps n'auraient pas échappé à mon examen, car je crois l'avoir fait avec beaucoup de précaution.

S'agit-il des gaz déplacés par l'eau, je n'ai jamais rencontré que des gaz entièrement absorbables par la potasse sans oxyde de carbone en quantité appréciable; mais souvent n'ayant pas cru

devoir m'astreindre à éliminer tout l'air, il me restait de l'azote et de l'oxygène ou un gaz qui se comportait comme l'air.

J'ai fait souvent l'analyse eudiométrique de cet air; parfois je retrouvais exactement la composition de l'air atmosphérique, d'autres fois il y avait un ou deux pour cent d'oxygène en moins, d'autres fois encore il y avait un léger excès d'oxygène, une fois même j'ai trouvé 26.6 pour cent de ce corps.

Je crois pouvoir admettre sans erreur sensible que l'excès, comme le défaut d'oxygène, provient des corps mis en présence: mais je me propose cependant d'étudier encore la question que j'ai été obligé d'abandonner momentanément.

Quand on prend des charbons ou dés braises de nature différente et qu'après les avoir fortement calcinés, on les abandonne à l'air libre pendant quelques jours pour les baigner ensuite dans de l'eau ordinaire ou distillée bien aérée en la battant à l'air et que cette eau préparée en grande quantité soit la *même* pour tous, on s'aperçoit de suite de différences assez considérables dans la composition de l'air qui s'échappe petit à petit des charbons baignés; voici comment je fais l'expérience.

Des cols droits d'un ou de deux litres sont remplis de charbon préalablement exposés à l'air et à l'ombre; on remplit rapidement le vide par l'eau sur laquelle on expérimente et l'on renverse le flacon dans cette eau; les charbons perdent du gaz, que l'on analyse au bout de quelques heures ou après un temps plus ou moins long.

J'ai trouvé des nombres assez différents, quelquefois un peu plus d'oxygène que dans l'air, d'autres fois moins, ou j'obtenais très-exactement la composition de l'air; le gaz que le charbon cède d'abord quelques heures plus tard présente assez souvent un peu plus d'oxygène que l'air; celui qui se dégage ensuite en présente toujours moins et les quantités diminuent de plus en plus. J'ai même, après un temps assez long, rencontré de l'azote presque pur.

Lorsqu'on est arrivé à ce terme, c'est-à-dire qu'il ne se dégage que de petites quantités de gaz par l'exposition de ces charbons dans l'eau pendant plus d'une semaine, par exemple, on peut se

demander quelle est la nature du gaz condensé sur le charbon. A cet effet on prend de l'eau bouillie pendant plusieurs heures de façon à en évaporer au moins les deux tiers, puis on la refroidit à l'abri du contact de l'air.

Les charbons égouttés rapidement sont introduits dans un grand ballon que l'on remplit d'eau froide et privée d'air et l'on chasse les gaz sur la cuve à mercure. Les premières cloches renferment de l'azote et un peu d'acide carbonique; celui-ci va en augmentant jusqu'à l'ébullition prolongée; dans une dernière cloche j'ai trouvé trois volumes d'anhydride carbonique et un volume d'azote.

Il me paraît plausible d'admettre que dans mes expériences le petit excès d'oxygène retrouvé provient de l'air dissous dans l'eau dont on se sert pour baigner le charbon; et ce que je viens de dire permet de comprendre l'absence d'oxygène.

Mais il est un point sur lequel je dois appeler l'attention, c'est celui de la constatation de l'acide carbonique dans la réaction de l'eau sur le charbon chloré, car je ne puis aller dans cette note jusqu'à doser tous les produits.

On remplit de charbon une petite fiole, d'environ 500 centimètres cubes, comme celle dans laquelle les Anglais servent la *ginger-beer*, puis on sature le charbon de chlore; une seconde fiole de même capacité est remplie d'eau distillée pure non aérée; un bouchon traversé par un tube de verre s'adapte sur les deux goulots et permet de rattacher les deux fioles. En les renversant de temps à autre après les avoir bien fixées, l'eau s'écoule sur le charbon et en renouvelle ainsi le contact sans perte de chlore.

Quarante heures après, le vide qui restait dans les fioles paraissait incolore; on les plonge dans la cuve à eau et on les sépare prudemment au-dessus d'une grande cloche destinée à recueillir les gaz. On constata une assez forte pression de l'intérieur vers l'extérieur, et l'on recueillit environ 450 centimètres cubes d'un gaz légèrement coloré par du chlore; battu avec l'eau de la cuve, ce gaz se décolore complétement et s'absorbe partiellement; il en restait environ 300 centimètres cubes, qui furent entièrement absorbés par la potasse caustique, à l'exception d'une

petite quantité trop faible pour être bien examinée, mais qui, certainement, n'était pas de l'oxygène ou un gaz inflammable, l'oxyde de carbone.

L'eau qui baignait le charbon était acide et renfermait encore un peu de chlore; une partie en fut filtrée; lorsqu'on la secouait, elle se comportait comme une eau mousseuse; on adapta au vase qui la contenait un tube à boule renfermant de l'eau de baryte et on laissa tomber un peu de zinc dans le liquide filtré; il se dégagea de l'hydrogène qui, déplaçant l'acide carbonique, précipita beaucoup de carbonate de baryum placé dans un tube de Liebig.

On ajouta de l'eau distillée au charbon baigné par l'eau dans l'une des fioles, et vingt-quatre heures après, tout le chlore avait disparu dans le liquide.

La même expérience fut répétée en prenant d'autres dispositions et toujours avec les mêmes résultats, c'est-à-dire que l'eau est décomposée à froid par le charbon chloré et *essentiellement* en acide carbonique et acide chlorhydrique, sans autres produits en quantité notable.

Je dis *essentiellement*, et voici pourquoi :

On sait que le coke renferme des cendres, de l'hydrogène, de l'azote et probablement une certaine quantité d'oxygène ; mais à quel état l'oxygène se trouve-t-il dans le coke ?

L'oxygène provenant de la décomposition de l'eau par le charbon chloré ne produit-il que de l'acide carbonique ?

Est-il impossible qu'il s'en fixe sur le carbone sans que cette fixation soit accompagnée de la formation de corps acides, attaquables par la potasse ou solubles dans l'eau ?

Après avoir constaté la production de l'acide carbonique *à froid*, j'ai voulu, par l'action de la chaleur, l'extraire de l'eau et du charbon, sur lequel il doit s'en fixer beaucoup.

A cet effet, j'ai disposé l'expérience comme on le fait ordinairement lorsqu'on cherche à extraire l'air de l'eau en opérant sur la cuve à mercure.

On observe souvent qu'il se trouve une petite quantité de gaz non absorbable par la potasse dans les premières cloches de gaz que l'on recueille ainsi; ce gaz jouit des propriétés de l'air atmo-

sphérique; mais au fur et à mesure que l'on continue à chauffer, il reste dans toutes les éprouvettes que l'on obtient successivement une petite quantité de gaz non absorbé par la potasse; il présente les propriétés de l'oxyde de carbone.

On serait tenté de croire que ce corps se produit au moment de la réaction et qu'il ne se dégage pas à froid; mais l'expérience suivante prouve que l'on a affaire à une action plus compliquée.

Je me suis même demandé si l'acide carbonique fixé sur le charbon ne brûlerait pas ce corps au sein de l'eau bouillante, à l'état d'oxyde de carbone?

Voici les expériences qui répondent à la question. Sur du charbon bien pur, je fais arriver de l'anhydride carbonique sec, pendant que le charbon est encore rouge de feu, et je maintiens pendant longtemps le courant de gaz jusqu'à ce que le charbon soit parfaitement froid.

Le charbon saturé de CO^2 est baigné d'eau; celle-ci en chasse une grande quantité, mais il en reste, ce qu'il est facile de constater en le déplaçant à chaud par le procédé décrit plus haut; l'acide carbonique se dégage, mais tout le gaz recueilli sur le mercure est absorbé par la potasse, et l'on ne décèle pas la moindre trace d'oxyde de carbone. Cette expérience a été répétée souvent et donne toujours le même résultat.

On fait passer le mélange des gaz CO^2 et CO provenant de la décomposition de l'acide oxalique par l'acide sulfurique sur du charbon pur; ces gaz s'absorbent, on baigne d'eau le charbon qui les contient et l'on renverse la fiole dans une cuve à eau; en secouant quelquefois, tout le charbon est imprégné d'eau et tombe au fond de la cuve; on chasse l'acide carbonique par la chaleur sur la cuve à mercure, sans rencontrer la moindre trace d'oxyde de carbone.

Cette expérience, répétée à diverses reprises avec des charbons de nature différente, donne toujours le même résultat, c'est-à-dire que tout l'oxyde de carbone est déplacé par l'eau qui baigne le charbon qui avait condensé le mélange d'anhydride carbonique et d'oxyde de carbone.

Il résulte de ces faits que l'oxyde de carbone qui se dégage pen-

dant toute la durée de l'ébullition de l'eau qui tient en suspension du charbon chloré, dont tout le chlore a disparu par un contact prolongé, ne préexiste pas dans le charbon, mais qu'il provient de la décomposition d'un composé non défini de carbone et d'oxygène auquel on pourrait donner le nom de *carbone oxydé;* celui-ci se dédoublerait en carbone acide carbonique et oxyde de carbone, au fur et à mesure que l'eau en vapeur se dégage avec l'acide carbonique, et que l'acide chlorhydrique, dissous dans cette eau et fixé sur le charbon, se dégage.

J'ai fait l'expérience plusieurs fois directement sur la cuve à eau alcalisée par la potasse.

On laissait perdre la vapeur pendant quelque temps, puis on plongeait le tube abducteur des gaz dans l'eau de la cuve; l'acide carbonique s'absorbait, mais jusque vers la fin, lorsque le charbon dans le ballon était presque sec, il se dégageait des bulles microscopiques de gaz non absorbable, ce gaz brûlait avec la flamme caractéristique de l'oxyde de carbone pur.

On ne doit pas se dissimuler que les propriétés spéciales du carbone condensant des gaz et en retenant quelques-uns avec une énergie très-considérable, compliquent singulièrement les réactions et rendent assez difficiles une explication complète.

L'hypothèse que je viens d'émettre sur l'existence d'un *carbone oxydé* peut ne pas représenter exactement ce qui se passe : en effet, s'il est certain que l'eau mise en contact avec du charbon chloré ne renferme plus trace de chlore après un contact pendant un temps plus ou moins variable ; que les lavages à l'eau distillée froide ou bouillante ne parviennent pas à enlever complétement l'acide chlorhydrique ou le chlorure d'ammonium fixé sur le charbon, comme je l'ai prouvé en 1844, dans mes recherches sur les mélanoses; il se peut que le charbon retienne obstinément des traces de chlore, et que celui-ci, décomposant l'eau lentement, donne lieu au dégagement très-peu abondant, mais longtemps prolongé d'oxyde de carbone.

Mais il serait indispensable, pour bien traiter cette question, de faire des expériences dirigées en vue de se rendre un compte exact des circonstances qui ont une influence sur la production de ce gaz

et ses rapports en quantité comparés aux quantités d'acide carbonique; dans les mesures approximatives que j'ai faites, ces rapports ont été très-variables, d'un à deux pour cent, jusqu'à dix-sept pour cent environ; souvent ces rapports variaient dans des limites sensibles pendant la même opération, parfois l'oxyde de carbone se dégageait en plus grande quantité au commencement de l'ébullition, d'autres fois et même plus souvent, c'était l'inverse qui arrivait; on ne doit, du reste, pas perdre de vue dans cette question que l'acide carbonique se trouve dans le liquide chauffé sous deux formes très-différentes : d'abord à l'état de simple dissolution dans l'eau acide, dont les quantités étaient très-variables dans mes expériences, et ensuite une autre portion variable nécessairement, mais condensée sur le charbon.

Bien que j'espère pouvoir reprendre la question plus tard, je donne les détails principaux de mes premières expériences faites en vue du dosage des gaz.

On sature parfaitement de chlore sec du charbon de bois bien purifié, placé dans une grande fiole d'environ quatre litres, à fond plat, munie d'un tube pouvant porter l'eau jusqu'à son fond, et portant un tube à dégagement plongé dans la cuve à eau. On baigne rapidement tout le charbon avec de l'eau distillée, jusqu'à ce que celle-ci s'écoule par le tube plongé dans la cuve à eau; l'opération ne dure pas sept minutes; il se dégage beaucoup de chlore, mais il reste environ 170 centimètres cubes de gaz non absorbé; ce gaz se comporte comme l'air.

Pendant la nuit, le charbon s'est affaissé et a absorbé une partie de l'eau qui le baignait; le col du ballon renfermait du gaz et il s'en était dégagé pendant la nuit sur l'éprouvette de la cuve à eau dans laquelle on fit passer tout le gaz contenu dans le col, en introduisant de l'eau par le tube *ad hoc;* on en recueille 450 centimètres cubes; il est incolore et les six septièmes disparaissent par la potasse, le septième restant se comporte comme l'air. On déplaça par de l'eau fraîche une petite quantité de l'eau baignant le charbon; elle ne décolorait plus le sulfate d'indigo; la disparition du chlore dans l'eau était donc complète en dix-huit heures environ, dont quatorze heures de nuit à peu près.

J'ajoute cependant que j'ai observé à différentes reprises qu'un temps très-court suffit pour enlever à l'eau la propriété de décolorer le papier de tournesol ou le sulfate d'indigo; et une fois en moins d'une heure à la lumière diffuse.

Quoi qu'il en soit, on laissa encore la réaction se terminer pendant quarante-huit heures avant de procéder à l'extraction des gaz.

On remplit de ce charbon un matras de 1240 centimèters cubes, puis on y ajoute l'eau acide de façon à la remplir complétement, ainsi que le tube abducteur plongé dans la cuve à mercure et l'on chauffe lentement. La première cloche renferme 70 centimètres cubes d'eau et 157 centimètres cubes de gaz incolore, n'ayant du reste pas attaqué le mercure; après l'action de la potasse, il reste 9 centimètres cubes de gaz, qui se comporte comme l'air; on recueille ensuite, abstraction faite de petites quantités d'eau, en maintenant une légère ébullition pendant deux jours de suite, trois litres 200 centilitres cubes, d'acide carbonique, qui, jusque dans les dernières cloches, renfermait en moyenne environ un et demi pour cent d'un gaz non absorbable brûlant avec une flamme bleue et que l'on examinait à chaque éprouvette; les dernières éprouvettes étaient plus riches en oxyde de carbone et celle que l'on recueillit en terminant l'expérience contenait 116 centimètres cubes de gaz, dont 107 disparurent par la potasse.

---

§ 3. — ..... *Action du brome sur l'hydrogène et l'eau en présence du carbone.*

On sait qu'un mélange de brome et d'hydrogène ne se combine pas sous l'influence de la lumière solaire, qu'il ne brûle pas à l'approche d'une allumette enflammée; mais en faisant passer ce mélange dans un tube de porcelaine chauffé au rouge (700°C.), la combinaison s'effectue; elle se produit même vers

400°C, si le tube de porcelaine renferme de la mousse de platine.

Je ne connais pas d'expériences tentées pour produire l'acide bromhydrique par l'étincelle électrique.

Le brome ne décompose pas l'eau à froid; sa vapeur, mélangée de vapeur d'eau, peut traverser un tube de verre sans décomposer l'eau; il faut une température telle que l'emploi d'un tube de porcelaine est indispensable.

La lumière solaire frappant une dissolution de brome paraît donner lieu à un dégagement d'oxygène.

Le brome se distingue donc par ses propriétés chimiques du chlore auquel cependant il ressemble beaucoup.

J'avais un intérêt tout particulier à m'assurer comment ce corps se comporterait en présence du carbone.

Le charbon pur, placé dans une cloche à côté du vase renfermant du brome, enlève la vapeur que celui-ci émet et peut en prendre facilement son poids.

Du *charbon bromé* sur lequel on envoie de l'hydrogène sec et purifié, comme je l'ai dit précédemment, en transforme une quantité notable en acide bromhydrique; le charbon agit donc pour le cas du brome à la façon de la chaleur et avec une intensité supérieure à celle de la lumière solaire, puisque celle-ci est impuissante à provoquer la combinaison; dans le cas du chlore, nous avons vu cette action des parois agir avec une intensité comparable à celle de la lumière solaire diffuse; dans la préparation du chlorure de sulfuryle, son action est au moins comparable à celle de la lumière solaire directe la plus intense.

Je me demande cependant s'il n'y a pas lieu d'appliquer à la lumière ce que j'ai dit à propos de l'action de la chaleur; la lumière, considérée comme force, doit toujours tendre à la décomposition des corps, tandis que l'action du charbon a un effet contraire.

Je compte revenir en détail sur l'étude de ces phénomènes, me contentant de les signaler dans ce moment.

Il était à supposer que le *charbon bromé* décomposerait l'eau à la façon du charbon chloré et, en effet, la réaction se produit

avec assez de facilité, en employant des quantités considérables de charbon eu égard au poids du brome; en quelques heures tout le brome paraît avoir disparu; il se fait de l'acide bromhydrique et de l'acide carbonique; c'est donc une réaction en tout semblable à celle produite par le chlore; il m'a paru cependant que le brome ne décompose pas l'eau aussi facilement que le chlore; l'état physique du brome, ses affinités particulières peuvent et doivent nécessairement modifier certains détails de la réaction, en changeant l'équilibre des forces mises en jeu dans ces phénomènes de dissociation particulière.

Le temps m'a empêché de faire une étude complète de cette réaction; j'ai constaté la formation de l'acide carbonique à froid, et j'ai observé à chaud la présence de l'oxyde de carbone dans l'acide carbonique déplacé par l'eau bouillante; mais je me réserve de faire une étude plus détaillée de cette réaction; car dans certaines conditions que, faute de temps, je n'ai pu apprécier convenablement, elle m'a paru offrir des particularités dignes d'intérêt, mais on peut admettre que la décomposition de l'eau par le charbon bromé se fait comme celle qui se produit avec le chlore

$$C + Br^4 + H^4O^2 = (BrH)^4 + CO^2$$
$$12 + 320 + 36 = 324 + 44$$

---

§ 4. — *Action de l'hydrogène et de l'eau sur le charbon iodé.*

Les propriétés physiques de l'iode, ses affinités moins énergiques, sa solidité et son insolubilité dans l'eau, constituent une série de prémisses qui font admettre *à priori* que les réactions de ce corps seront autres que celles que le chlore et le brome nous offrent.

Les expériences que le temps m'a permis de faire sont trop incomplètes; j'ai été arrêté par quelques petites difficultés qui exigeront une étude nouvelle.

J'ai vainement essayé de produire de l'acide iodhydrique *à froid*, par l'action de l'hydrogène sur l'iode en présence de charbon, bien que j'aie fait varier les circonstances dans lesquelles je me plaçais, mais j'ai toujours évité l'action de la chaleur, car on sait que la mousse de platine chauffée sur laquelle on fait passer de la vapeur d'iode et de l'hydrogène, provoque la formation d'acide iodhydrique.

S'agit-il de la décomposition de l'eau

$$C + I^4 + H^4O^2 = (IH)^4 + CO^2$$
$$12 + 508 + 36 = 512 + 44$$

il ne faut pas songer à employer la dissolution aqueuse d'iode qui ne renferme que 1/5524 de son poids d'iode.

J'ai fait usage de la dissolution d'iode dans l'iodure de potassium, préalablement calciné et légèrement alcalin.

Mise en contact avec du charbon, cette dissolution est parfaitement décolorée. Obligé de rechercher *à froid*, non-seulement l'acide iodhydrique, mais l'acide carbonique dans l'eau qui baigne le charbon et dans le charbon lui-même, je trouvais d'abord cette eau parfaitement neutre, mais si l'on filtre sur du charbon bien pur de l'eau contenant de l'iodure de potassium, de l'iode et de l'acide iodhydrique, le liquide peut perdre la propriété de colorer en rouge le papier de tournesol bleu.

Il faut donc évaporer l'eau et chasser l'acide iodhydrique fixé sur le charbon. Fait-on cette opération, on voit de l'iode en nature se volatiliser avec l'eau, et l'on se demande si l'acide iodhydrique formé n'est pas décomposé à son tour. Comme j'ai poussé la dessiccation du charbon jusqu'à la fusion des cornues de verre, on voit que l'iodure de potassium qui est employé pour dissoudre l'iode se trouve chauffé dans une atmosphère de vapeur d'eau et l'on se demande s'il n'est pas décomposé lui-même. En effet, si l'on place de l'iodure de potassium fondu avec un peu de potasse caustique, de façon à le rendre franchement alcalin, dans une nacelle de porcelaine chauffée dans un tube de porcelaine placé sur un petit fourneau long à gaz, et que l'on y fasse passer de la vapeur

d'eau, une partie de l'iode est mis en liberté; l'eau de condensation paraît absolument neutre au papier de tournesol.

Le papier de tournesol, dont on croit l'emploi pratique si simple, a donné lieu à quelques observations sur lesquelles je compte appeler l'attention, quand je compléterai les données de ces dernières réactions.

CINQUIÈME NOTE.

SUR LA LIQUÉFACTION DES GAZ CONDENSÉS PAR LE CHARBON.

OBSERVATIONS PRÉLIMINAIRES.

Dans ma note sur la préparation du chlorure de sulfuryle (page 29), rappelant les expériences de MM. Favre et Silbermann, j'ai fait voir qu'il est logique d'admettre que des gaz condensés dans les pores du charbon y affectent les trois états de la matière.

Si l'on met en contact avec du charbon un liquide volatil solidifiable, il semble naturel de supposer aussi qu'une partie de ce liquide se solidifiera à la surface des parois des cellules; mais lorsque l'on imprègne le charbon de liquides que l'on n'est pas parvenu à solidifier par des froids excessifs, peut-on encore croire que cette solidification aura réellement lieu?

Or, pour admettre la solidification du chlore, que l'on n'est pas encore parvenu à réaliser, nous avons eu recours à la discussion des phénomènes thermiques qui accompagnent sa condensation et c'est la mesure des quantités de chaleur produites qui nous permet de rester logique en admettant sa solidification, comme celle de l'acide sulfureux pour lequel les expériences calorimétriques de MM. Favre et Silbermann ne laissent rien à désirer.

Mais si l'on considère que lorsque le gaz fixé sur le charbon devra reprendre son état primitif, il faudra non-seulement vaincre par la chaleur que l'on appliquera les attractions ou les cohésions du solide, du liquide et du gaz avec le charbon, mais aussi lui restituer toute la chaleur perdue lors de sa condensation, on

arrive à se demander dans quel sens variera la tension d'un corps volatil quelconque qui se trouve condensé sur un corps poreux.

Bien plus, prenons un liquide très-volatil et introduisons-en un poids donné avec un poids donné de charbon dans un long tube de Faraday terminé par une branche fermée, disposée de façon à pouvoir être refroidie par un mélange réfrigérant. Il faudra non-seulement chauffer le charbon à une température supérieure à celle de l'ébullition du liquide, mais l'élever bien au delà de ce point, et encore dans ce cas ne parviendra-t-on pas à débarrasser le charbon du liquide, à une température variable par la nature du charbon, sa quantité, la nature du liquide, etc., etc....; il y aura un instant qui donnera un moment d'équilibre dans le phénomène de dissociation, s'il est permis de s'exprimer ainsi dans ce cas particulier; pour une température déterminée la quantité de liquide dans la branche refroidie restera stationnaire; car remarquons qu'il ne s'agit pas seulement de restituer une quantité donnée de chaleur, mais de la restituer sous une forme telle qu'elle permet au liquide de vaincre la force d'attraction du solide; c'est, si l'on me permet l'expression, un autoclave muni d'une soupape chargée de poids; le point d'ébullition est d'autant plus retardé que la soupape est chargée davantage.

Si des liquides mis en contact avec des solides, et je ne parle que du charbon, peuvent changer d'état, si l'attraction moléculaire est considérable, tout liquide avec lequel on baignera du charbon doit être accompagné d'une élévation de température.

Malheureusement la science, que je sache, ne possède guère que les expériences faites par Pouillet en 1822 (*).

L'illustre physicien français avait été conduit à une proposition générale, qu'il énonçait de la manière suivante :

« *A l'instant où un liquide mouille un solide, il y a dégage-*
» *ment de chaleur.* »

Mais il fait une distinction en ce qui regarde les phénomènes chimiques ou les phénomènes de l'absorption de l'eau par les substances organisées : amidon, racines diverses, sciures de bois,

(*) Pouillet, *Annales de chimie et de physique,* t. XX, 2e série; 1822.

farines, graines, coton, matières animales, soie, etc..., et, chose étonnante, il place dans le tableau qui termine son mémoire le charbon parmi les corps organisés.

Quoi qu'il en soit, voici l'énoncé de sa seconde proposition, qu'il considérait comme aussi générale que la première :

« *A l'instant où un solide absorbe un liquide, il y a dégagement de chaleur.* »

On doit regretter qu'à côté de détails sur les thermomètres, les précautions à prendre, etc., etc., on ne trouve dans le mémoire aucune donnée qui permette de se rendre compte même approximativement des quantités de chaleur; les rapports des matières solides et des quantités de liquide employé n'y sont même pas indiqués.

Pour les matières minérales très-divisées : verre, métaux, oxydes métalliques, briques, argiles, silice, etc., il se contente de donner l'*élévation de température en degrés du thermomètre centigrade; quand elles sont mouillées* par les quatre liquides dont il s'est servi : eau, huile, alcool, éther acétique, l'élévation de température a été de 0°,160 à 0°,94 pour l'eau qui, en général, donne les élévations les plus fortes; la moyenne prise sur dix-neuf expériences s'élève à 0°,310C, soit environ un tiers de degré centigrade.

Quant aux substances organisées, l'*élévation de température, quand elles absorbent* les mêmes liquides, est plus considérable; voici quelques nombres qui ont trait à l'élévation de température produite par l'absorption de l'eau :

Charbon	1°,16	
Amidon	9,70	
Sciure de bois	2,17	
Racine de réglisse. . .	10,20	
Six farines	2,33	en moyenne générale.
Dix graines	1,33	en moyenne générale.
Cheveux	2,06	
Laine	3,17	
Ivoire.	3,14	
Baleine	2,86	
Cuir	2,43	

Éponge.	1,90
Vessie de porc	2,40
Tendon de bœuf	3,16
Membranes très-minces d'intestins de mouton.	9,63

Je justifie par une seconde citation textuelle ce que j'ai dit plus haut.

« La durée d'une expérience est variable suivant la quantité » de poudre qu'on emploie, et suivant sa nature; on avait es- » sayé d'en tenir compte pour évaluer les quantités de chaleur » dégagée; mais cette évaluation dépend d'éléments trop incer- » tains. »

---

§ 1er. — *De l'élévation de température produite par l'imbibition du charbon par l'eau, l'alcool, l'éther éthylique rectifié, le sulfure de carbone et le brome.*

—

Ne possédant pas de calorimètre et n'ayant d'autre but que de constater l'élévation de température produite par des liquides qui arrivent au contact du charbon, je me vois forcé de décrire les expériences faites dans un appareil que tout chimiste peut monter et qui est susceptible de donner une expérience facile à faire voir dans les cours.

Un grand vase à précipité en verre allemand est entouré d'un essuie-main en toile et posé sur un support en bois; on le remplit d'ouate cardée, au centre du coton on place un petit tube d'essai en verre très-mince, d'une hauteur de 15 centimètres et d'un diamètre de 2 centimètres environ.

Un thermomètre, donnant les dixièmes de degré espacés d'environ 1 millimètre, est muni d'un bouchon qui en arrête la cuvette cylindrique très-longue au centre du charbon; ce bouchon porte à sa face inférieure une lame de platine, et sur le côté une rainure par laquelle passe la longue queue d'un entonnoir très-mince en verre soufflé, destiné à laisser écouler le liquide au centre du charbon.

Expériences avec l'eau.

1. Poids du charbon, 6gr,5.

Température initiale du charbon	0°,6
— — de l'eau	0°
Quantité d'eau employée.	28gr,5
Élévation de température après trois minutes environ, l'introduction de l'eau ayant duré trente secondes.	7°,C
Température de l'enceinte	17,8

2. Autre charbon, 9gr,5.

Température du charbon	20°,6
50 grammes d'eau glacée sont introduits en une minute environ; en 2'30 la température du charbon ne s'est abaissée de 20°,6 que jusqu'à 7°,5.	
Température de l'enceinte	17,8

3. Autre charbon, 9gr,5.

Température du charbon	21°
— des 42 grammes d'eau versée en quarante-cinq secondes	18°,5
Température du mélange après une minute 21°,5, et s'abaisse de suite après.	
Température de l'enceinte	18,7

4. Autre charbon, 10gr.

Température du charbon	20°,5
— des 25 c. c. d'eau ajoutée en trente secondes.	18,8
Température de l'enceinte	18,8
— du mélange	

Après	1'.	19°,8
—	1' 1/2.	20,0
—	2'.	20,10
—	3'.	20,15
—	4'.	20,20
—	5'.	20,25
—	10'.	20,50

On observe que le réservoir du thermomètre n'est pas entière-mentplongé, et l'on ajoute 25 c. c. d'eau à 18°,7 faible,

Après 12'.	20°,45
— 13'.	20,45
— 15'.	20,40
Température de l'enceinte à la fin de l'expérience	18°,5

5. Alcool titrant 96 Gay-Lussac.

Charbon	10gr	à	20°,5C.
Alcool	25c.c.	»	18,3C.

On introduit les 25 c. c. d'alcool en trente secondes.

Température du mélange

Après 1'.	23°,8
— 1'30''	24,25
— 2'.	24,60
— 3'.	24,80
— 4'.	24,80
— 5'.	24,80

On introduit de nouveau 25 c. c. d'alcool à 18°,3C.

Température du mélange

Après 8'.	23°,20
— 9'.	23,10
— 11'.	23,00
— 13'.	22,90
— 14'.	22,75

Le mélange ne possède pas une température homogène dans toute sa masse, car, en soulevant légèrement le thermomètre, il remonte à 23°,3C.

Température de l'enceinte . . . . 18°

Éther rectifié.

6. Charbon, 10 grammes à 20°,3C; éther, 25 c. c. à 17°,1C, sont versés en trente secondes.

Température du mélange

Après	1′	24°,9
—	1′30″	26,25
—	2′	26,55
—	3′	26,80
—	3′30″	26,85
—	4′	26,85
—	4′30″	26,85
—	5′	26,83
—	6′	26,86
—	11′	26,40
—	11′30, on introduit de nouveau 25 c. c. d'éther à 16°,5 en trente secondes.	
—	12′30″	21,55
—	13′	21,60
—	13′30″	21,70
—	14′	21,80
—	14′30″	22,00
—	15′	22,10
—	15′30″	22,20 fort.
—	16′	22,30
—	16′30″	22,40
—	17′	22,40 fort.
—	18′, après avoir soulevé le thermomètre	22,20
Température de l'enceinte		17,6

Sulfure de carbone.

7. Température du charbon	17°,8C
— des 25 c. c. de sulfure de carbone introduits en 30″	16°,0
Température de l'enceinte	17,6
— du mélange	
Après 1′	29,5
— 1′30″	32,5
— 2′	33,8

Après	2′30″	34,0
—	3′	33,8
—	4′, on verse de nouveau 25 c. c. de sulfure, à 16°.	
—	5′	30,2
—	6′	28,2
—	7′	28,1
—	8′, mais on soulève le thermomètre	25,3
	Puis on le plonge de nouveau.	
—	9′	25,6
—	10′	25,8
—	11′	25,8
—	12′, tend à descendre.	

Brome.

Quand on introduit du brome liquide dans un vase contenant du charbon, on n'a besoin d'aucun instrument pour s'apercevoir que la température s'élève considérablement lors du contact des deux corps.

Voici deux expériences qui donnent des indications un peu plus précises, en attendant que je sois à même de faire des expériences exactes.

8. Brome du commerce redistillé.

> Température de 4gr,450, charbon 14°,8C.
> — de 11 c. c, soit environ 33 grammes de brome, 16°,2, que l'on introduit en 1′30″ environ.
> La température du mélange s'élève en un temps très-court à 51°,5.
> Température de l'enceinte, 16°.

9. Brome du commerce, lavé à grande eau, lavé ensuite et battu avec de l'eau et du bromure de potassium; après décantation, il est redistillé sur du bromure de potassium mélangé de chlorure de calcium et conservé dans un flacon fermé à la lampe.

Le flacon, plongé dans la glace, y passe toute une nuit, et le lendemain, jusqu'au moment de s'en servir, il a donc bien la température de 0°,C.

Le charbon est refroidi aussi, mais il se réchauffe pendant le transvasement et la pesée.

La température du charbon, au moment de verser le brome, est de 5°,6.

Température de l'enceinte, 15°,C.

On introduit en une minute environ 97gr de brome à 0°, sur 11 grammes de charbon; une minute après environ, le thermomètre marquait 30°C., température à laquelle il s'est maintenu pendant quelque temps, pour s'abaisser graduellement ensuite.

Je pense qu'après ces expériences il ne peut rester aucun doute sur l'élévation de température qui se produit au contact des liquides et du charbon; aussi me semble-t-il inutile de décrire les expériences que j'ai faites avec les matières solides tant minérales qu'organiques employées par M. Pouillet, les élévations de température étant, du reste, bien inférieures à celles fournies en employant le charbon. Peu importent dans ce moment les quantités de chaleur ainsi dégagées et leur équivalence en travail mécanique interne détruit.

Il faut des expériences faites avec la plus grande précision pour apprécier le travail négatif ou détruit, et alors il sera possible de calculer toutes les données des expériences; mais, en attendant, il paraît au moins plausible d'admettre que les liquides se solidifient lorsqu'ils arrivent au contact du charbon, et que c'est la chaleur devenue libre lors du changement d'état qui donne l'élévation de température que l'on remarque.

Peu importe la nature de l'affinité mise en jeu, affinité chimique en proportions définies, affinité moléculaire en rapports arbitraires, affinité capillaire avec élévation de niveau le long des parois capillaires; un fait est certain, c'est qu'il se dégage de la chaleur dont l'origine semble ne pouvoir être due qu'à du travail moléculaire interne détruit.

On ne manquera pas d'observer qu'il nous manque encore beaucoup de données physiques pour pouvoir assurer avec toute la rigueur que la science exige que les liquides soient réellement solidifiés à la surface du charbon; on peut seulement admettre que

cette opinion est hautement probable, et je ne comprends pas autrement les expériences calorimétriques de MM. Favre et Silbermann.

Il ne faut cependant pas se faire illusion sur la valeur d'une telle conclusion, car on se trouve, pour l'eau, par exemple, vis-à-vis de données dont il n'est pas permis de faire abstraction; elles sont de nature à faire supposer qu'il peut exister un état particulier de la matière distinct de la solidité ou de la liquidité. Cet état serait dû à un arrangement ou à un rapprochement particuliers des molécules du corps liquide produits avec dégagement de chaleur sans solidification proprement dite, quand un fluide serait attiré par un solide. — Dans cet *état*, l'action des forces attractives ou répulsives, affinité, chaleur, lumière, électricité, magnétisme, agiraient tout autrement que sur le corps considéré à l'état liquide ou solide.

Privé de moyens d'investigation qui me permettraient de traiter la question, je dois me contenter de signaler quelques points à l'attention des physiciens en prenant l'eau pour exemple.

La densité à 0°C. à 4°C. et à l'état de glace sont connus pour l'eau, ainsi que les chaleurs spécifiques et le calorique de fusion.

Ces données resteront-elles les mêmes pour l'eau en contact avec le charbon? Si elles varient, quel sera le sens de la variation?

On a déterminé avec soin l'abaissement du point de congélation de l'eau par l'effet de la pression (*); on peut admettre que ce coefficient est représenté par 0°,0075C par atmosphère; mais on sait, d'un autre côté, que l'eau ne se congèle qu'entre 16 et 17°C. sous zéro dans les tubes capillaires de $^1/_{10}$° de millimètre de diamètre; l'abaissement du point de congélation produit par des effets dus à ces espaces capillaires équivaudrait à une pression qui ne s'élèverait pas à moins de 2133 ou 2266 atmosphères; or, les espaces capillaires du charbon peuvent hardiment se comparer à ceux des tubes capillaires, et sont sans doute infiniment plus petits.

(*) Voir les travaux de MM. Bunsen, J. Thompson, W. Thompson, Mousson, Joule, Sorby (*Annales de chimie et de physique*, t. 35, 36, 38 et 63; 3me série).

Mais la question de savoir si l'attraction accompagnée d'un développement de chaleur ou d'une destruction de *travail interne* dans le liquide peut se mesurer par un effort ou par un changement d'état, peut encore être posée d'une autre façon.

En effet, les expériences de M. V. Regnault ont prouvé qu'une compression brusque de dix atmosphères exercée subitement sur l'eau ne produit pas une élévation de température de $^1/_{50}$° de degré centigrade. M. W. Thompson, se basant sur les données de la *Thermodynamique*, a donné une formule qui permet de calculer la faible élévation de température due à une compression brusque; les effets calculés et vérifiés expérimentalement par M. Joule sont réellement inférieurs à la limite donnée par M. V. Regnault; car à la température de 18°C., ils ne s'élèvent pour une pression de dix atmosphères qu'à 0°,015C. ou $^1/_{77}$° de degré; or, en ne prenant pour effectuer le calcul que le résultat des expériences de M. Pouillet pour le charbon 1°,16C., résultat bien plus faible que les miens, on n'en arrive pas moins à la conséquence que l'échauffement, dans ce cas, équivaut à l'effet produit par une pression de huit cent quatre-vingt-douze ou près de neuf cents atmosphères; des calculs analogues avec les nombres des expériences ci-dessus donneraient des pressions bien autrement considérables.

On pourrait présenter la question sous une autre forme encore; bien que celle-ci ne paraisse comporter aucune exactitude, je crois pouvoir l'indiquer, en éliminant les données accessoires dont il faudrait tenir compte.

On se demanderait quel effort il faut exercer sur un volume de glace pour l'amener à occuper un volume égal à un même poids d'eau liquide à 0°C., et en y appliquant le coefficient moyen de compressibilité de l'eau liquide.

Le rapport du volume de l'eau à 0°, comparé à celui de la glace étant de 100 : 109 et admettant 0,00005 comme coefficient de compressibilité de l'eau par atmosphère, la pression qui maintiendrait le volume de l'eau et qui l'empêcherait de se solidifier en se dilatant, devrait être de mille huit cents atmosphères.

---

§ 2. — *De la tension des liquides volatils au contact du charbon.*

Il y a un long travail à faire pour bien déterminer toutes les conditions qui donnent, eu égard à l'essence de bois dont on part pour les préparer, les charbons qui jouissent d'un pouvoir absorbant maximum; j'ai reconnu, comme MM. Favre et Silbermann, qu'il n'y a aucun rapport entre la solubilité des gaz dans l'eau et leur pouvoir à la condensation sur le charbon; quant à leur pouvoir pour retenir les vapeurs plus ou moins chauffées, il m'a paru de même qu'il y avait entre les charbons et entre les divers liquides des différences du même ordre, tel liquide, très-volatil ayant une tension considérable et..... est moins disposé que tel autre à quitter le charbon, et des charbons d'origine et de préparation différentes ne se comportent pas de la même façon avec le même liquide volatil ou le même gaz; bien plus, j'ai vu des charbons n'absorber d'abord qu'une fraction de leur poids de chlore, bien que parfaitement lavés et calcinés dans un courant de chlore sec au rouge, et finir, après avoir servi dans plusieurs expériences, par condenser leur poids de ce gaz; ce même charbon n'absorbait qu'une faible fraction de son poids de gaz ammoniac sec.

Il y a donc lieu de tenir compte de toutes ces données dans ce qui va suivre, me proposant de décrire avec les détails qu'ils comporteront les divers charbons que j'étudie dans ce moment et qui sont principalement les charbons provenant du bois de sapin, du bourdaine et des chènevottes, ainsi que les charbons dont l'origine n'est pas une essence de bois.

Brome.

Dans un tube de Faraday, on a introduit 28 grammes de charbon pur et 9 centimètres cubes de brome; la longue branche renfermant le charbon bromé est introduite dans un long tube de fer-blanc rempli d'eau que l'on porte lentement à l'ébullition; la

courte branche plonge dans un mélange réfrigérant. Après une ébullition d'un quart d'heure, celle-ci reste toujours parfaitement incolore.

On se décide à ouvrir la pointe qui termine la petite branche; il se fait une véritable projection, mais c'est à l'air chauffé qu'elle est due; on ferme de nouveau et l'on recommence l'ébullition, en renouvelant le mélange réfrigérant à diverses reprises, de façon à le maintenir toujours vers 15°, mais le brome ne quitte pas le charbon. Cependant, en enlevant le tube à l'eau bouillante, on voit la longue branche colorée par de la vapeur de brome, qui ne dépasse pas la colonne de charbon.

Acide cyanhydrique.

Dans un tube de Faraday, on a introduit 19 grammes de charbon au centre duquel on fait arriver 18gr,5 d'acide cyanhydrique, préparé depuis longtemps et conservé pur sans altération, en y ajoutant un peu d'acide oxalique; ces 18gr,5 correspondent sensiblement à 27 centimètres cubes de liquide.

Il a fallu chauffer pendant plus d'une heure et refroidir par un mélange réfrigérant pour obtenir 2 ou 3 centimètres cubes de liquide dans la courte branche.

Sulfure de carbone.

On introduit 31 grammes, soit 23 centimètres cubes de sulfure de carbone dans un tube contenant 30 grammes de charbon.

Il a fallu chauffer pendant plus d'une heure à l'ébullition, pour recueillir 3 ou 4 centimètres cubes de liquide dans la courte branche refroidie par un mélange maintenu entre 15 et 17°C. sous zéro.

Éther sulfurique rectifié.

Vingt centimètres cubes d'éther, soit environ 14 grammes, sont introduits dans un tube contenant 19 grammes de carbone.

Il a fallu maintenir l'ébullition pendant trois quarts d'heure,

et refroidir par un mélange réfrigérant à — 15, pour faire passer à la distillation environ les deux tiers de l'éther.

Mais celui-ci avait été introduit sur les couches de charbon les plus rapprochées de la courte branche et recouvert ensuite par du charbon pur et sec.

Il y aura lieu de donner d'autres dispositions à cette expérience.

Alcool rectifié à 96° Gay-Lussac.

On introduit dans un tube de Faraday 18 grammes de charbon sur lequel on fait couler 15 centimètres cubes d'alcool à 96° Gay-Lussac, et l'on ajoute ensuite encore 4gr,5 de charbon, puis on ferme à la lampe; il y a donc en tout 22gr,5 de charbon et 12gr,5 d'alcool; mais, contrairement à ce qui a été fait pour l'éther, l'alcool occupe la partie du tube la plus éloignée de la branche que l'on refroidira.

On fait chauffer à 100° pendant deux heures, en refroidissant la courte branche par de l'eau à 10°C., mais il ne distille pas de trace d'alcool.

Le lendemain, on porte de nouveau à l'ébullition et on la maintient pendant plus d'une heure, en refroidissant la courte branche par un mélange réfrigérant maintenu de — 17 à — 12, sans obtenir la moindre trace d'alcool.

Ces expériences préliminaires dont on pouvait, du reste, prévoir les données principales, par ce que j'ai dit dans ma troisième et ma quatrième note, m'ont paru devoir être faites en vue de bien préciser les expériences sur la liquéfaction des gaz condensés par le charbon.

Elles prouvent qu'une partie des liquides volatils est fixée sur le charbon, et qu'elle ne distille plus à une température bien plus élevée que le point d'ébullition.

---

§ 3. — *Liquéfaction des gaz absorbés par le charbon.*

On introduit du charbon récemment calciné, aussi rapidement que possible, dans la longue branche d'un tube de Faraday, au fond de laquelle on place un petit bouchon d'asbeste. Ce tube, qu'on laisse provisoirement ouvert aux deux bouts effilés prêts à être fermés au chalumeau, est entouré d'un linge humide sur lequel on place de la glace pilée, puis mis en communication avec les appareils donnant le gaz pur et sec sur lequel on veut expérimenter; on fait passer lentement un excès de gaz et l'on ferme les deux extrémités à la lampe; on connaît le poids du charbon, le poids du gaz absorbé, et, au besoin, on peut connaître le volume total de l'appareil.

Il est convenable pour quelques gaz difficilement condensables de rendre la petite branche plus étroite que la grande.

Le tube, ainsi préparé, est placé dans un long tube de fer-blanc rempli d'eau et terminé par une ouverture qui laisse échapper la vapeur, la partie supérieure de ce tube est munie d'un bouchon que l'on garnit d'un mastic ou d'un lut convenable pour empêcher la vapeur de chauffer la courte branche plongée dans un mélange réfrigérant.

Mon intention est d'être très-court dans cette notice, me proposant de revenir sur ces expériences; qu'il me suffise de constater que je suis parvenu ainsi à liquéfier en chauffant à 100°C., en refroidissant par un mélange de glace et de sel marin, les gaz suivants :

SO^2	H^2S
Cl	AzH^3
C^2H^5Cl	IH
CAz	

CH^3Cl a exigé une température plus élevée; on a dû chauffer le tube par quelques charbons.

HCl a fait éclater plusieurs tubes.

$ArsH^3$ même à l'eau bouillante a fait éclater plusieurs tubes.

J'ajoute que ces huit tubes ont été déjà chauffés à différentes reprises, et que pour les démonstrations dans les leçons ils sont parfaitement suffisants; en effet, par le refroidissement, on voit le gaz condensé et transformé en liquide dans la courte branche, s'évaporer, bouillir et retourner au charbon pendant que du givre se dépose sur toute la partie du tube préalablement remplie de liquide.

Je dispose dans ce moment un appareil en cuivre dans lequel je pourrai apprécier exactement la température à laquelle il faut chauffer le charbon pour en dégager les gaz condensés, les liquifier par le mélange de glace et de sel marin, ou s'exposer à voir les tubes éclater.

Je me fais un devoir, en terminant, de signaler à l'Académie la conduite de mon jeune préparateur à l'École de médecine vétérinaire; M. R. Courtoy m'a secondé dans les expériences décrites dans la quatrième note et dans la présente, avec un zèle et une intelligence qui me font espérer que ce jeune savant est entré avec aptitude et dévouement dans la voie du travail scientifique et qu'il y persévérera dans l'avenir.

TABLEAU DE L'ASTRONOMIE

DANS

L'HÉMISPHÈRE AUSTRAL

ET DANS L'INDE;

PAR

ÉD. MAILLY,

CORRESPONDANT DE L'ACADÉMIE ROYALE DE BELGIQUE.

(Présenté à la classe des sciences le 2 mars 1872.)

TABLEAU DE L'ASTRONOMIE

DANS

L'HÉMISPHÈRE AUSTRAL ET DANS L'INDE.

CHAPITRE I.

Les étoiles et les constellations du ciel austral avant Halley. — Le voyage et les travaux de Halley à l'île de Sainte-Hélène.

Les grandes découvertes géographiques qui signalèrent la fin du quinzième siècle et le commencement du seizième, ouvrirent à l'astronomie d'observation un champ inconnu aux anciens. Les marins, en descendant la côte occidentale de l'Afrique et la côte orientale du nouveau monde, voyaient s'élargir les espaces célestes : lorsqu'ils eurent dépassé l'équateur, l'aspect du ciel méridional fit sur eux une impression dont la vivacité se retrouve dans leurs lettres et leurs journaux de voyage. Quatre objets, d'après l'illustre auteur du *Cosmos*, durent exciter surtout la curiosité des pilotes : la recherche d'une étoile polaire australe, la forme de la Croix du Sud, les sacs à charbon et les nuages lumineux qui circulent autour du pôle. Leur étonnement fut extrême de ne trouver dans le voisinage du pôle opposé au nôtre

aucune étoile brillante, et de n'y rencontrer ni grande ni petite Ourse ; la solitude et le caractère de dévastation de toute cette région leur parurent étranges et devinrent pour Amerigo Vespucci et Vicente Yañez Pinzon un sujet de plainte. En revanche, Vespucci se vante dans son journal d'avoir vu « les quatre étoiles que le premier couple humain avait seul pu voir. » Il rappelle le passage célèbre du Purgatoire de Dante :

Io mi volsi a man destra, e posi mente
All' altro polo, e vidi quattro stelle
Non viste mai, fuor ch' alla prima gente.
Goder pareva' l Ciel di lor fiammelle.
O settentrional vedovo sito,
Poi che privato se' di mirar quelle !

Mais, pas plus que Dante, Vespucci ne donne à ces étoiles la dénomination de Croix du Sud : il se borne à dire que les quatre étoiles forment une figure rhomboïdale. La dénomination de *Croix merveilleuse* (Croce maravigliosa) se rencontre quatorze ans après (en 1515) chez le Florentin Andrea Corsali, et un peu plus tard, en 1520, chez Pigafetta, le compagnon de Magellan dans son voyage autour du monde. Corsali admire l'esprit prophétique de Dante, « comme si ce grand poëte, » dit M. de Humboldt, » ne possédait pas autant d'érudition que d'imagination, comme » s'il n'avait pas vu les globes célestes des Arabes et ne s'était » pas trouvé en rapport avec un grand nombre de Persans qui » avaient visité les contrées orientales [1]. » — Les taches noires, connues sous le nom de *Sacs à charbon* (Coalbags, Kohlensäcke), paraissent avoir été décrites pour la première fois par Pierre Martyr d'Anghiera, en 1510. Elles avaient déjà été remarquées par les compagnons de Vicente Yañez Pinzon pendant l'expédition qui aborda le 26 janvier 1500 au Brésil. La plus remar-

[1] *Cosmos*, t. II, traduction de M. Galuski. — Au deuxième siècle de notre ère, Ptolémée observait les quatre étoiles de la Croix du Sud à Alexandrie, et les rangeait dans la constellation du Centaure. Le docteur Galle a calculé qu'elles avaient dû disparaître de l'horizon de Berlin 2900 ans avant Jésus-Christ.

quable de ces taches est située à l'est de la Croix du Sud; c'est probablement le *Canopo fosco* d'Amerigo Vespucci. Elle a la forme d'une poire et occupe 8° en longueur et 5° en largeur; dans ce vaste espace se trouve une seule étoile visible à l'œil nu. — Les deux *Nuages de Magellan* (Nubecula major, Nubecula minor) dont la découverte a été attribuée à Pigafetta avaient été mentionnés par Martyr d'Anghiera, huit ans avant l'achèvement du voyage de Magellan autour de la terre; les marins qui doublaient le cap de Bonne-Espérance pour aller aux Indes, les appelaient les *Nuages du Cap*. Anghiera compare leur doux éclat à celui de la voie lactée : le passage des *Oceanica* où il en traite doit avoir été écrit entre 1514 et 1515. Vers le même temps, Andrea Corsali décrivait aussi, dans une lettre à Julien de Médicis, le mouvement de translation circulaire « de due nugolette di ragionevol grandezza, » et ce n'est que dix ans plus tard que le compagnon de Magellan parle de *Nebbiette* dans son journal de voyage, au moment où le vaisseau *Victoria* sortait du détroit de Patagonie pour entrer dans la mer du Sud. Anghiera n'avait pas été dans l'hémisphère austral : le seul voyage qu'il eût fait s'était borné à l'Égypte. Ce qu'il dit des sacs à charbon et des nuages de Magellan est fondé sur les récits des navigateurs espagnols et portugais. Amerigo Vespucci, Vicente Yañez Pinzon, Pigafetta, Andrea Corsali se bornèrent à décrire sous les couleurs les plus vives l'aspect du ciel du Midi au delà des pieds du Centaure et de la constellation du Navire, aucun d'eux ne nous a laissé d'observations. Amerigo affirme, il est vrai, dans une lettre à Pierre-François de Médicis, que dans son troisième voyage (sous l'amiral portugais Pedro Alvarez Cabral, du 10 mai 1501 au 7 septembre 1502), il s'est soigneusement occupé des constellations méridionales, qu'il a mesuré la distance des principales d'entre elles au pôle et qu'il en a reproduit la disposition. « Les détails dans lesquels il entre à ce sujet font peu regretter la perte de ces mesures [1]. » Il faut descendre jusqu'à la fin du seizième siècle, avant de rencontrer le marin et le voyageur hollandais dont les observations, quoique

[1] De Humboldt, *Cosmos*.

bien imparfaites, permirent de grouper les étoiles australes en constellations. Mais avant d'entamer ce sujet, nous exposerons brièvement l'état de l'astronomie stellaire à l'époque qui va nous occuper.

Ptolémée, le plus célèbre, sinon le plus grand astronome de l'antiquité, comptait 48 constellations, 12 dans le zodiaque, 21 au nord, et 15 au midi. La latitude d'Alexandrie où il observait dans la première moitié du deuxième siècle de l'ère chrétienne lui avait permis d'atteindre à un assez grand nombre d'étoiles australes. Les 15 constellations au sud de l'écliptique, décrites par lui, sont : 1. Orion; 2. la Baleine (Cetus); 3. l'Éridan (Eridanus); 4. le Lièvre (Lepus); 5. le grand Chien (Canis major); 6. le petit Chien (Canis minor); 7. l'Hydre (Hydra); 8. la Coupe (Crater); 9. le Corbeau (Corvus); 10. le Centaure; 11. le Loup (Lupus); 12. l'Autel (Ara); 13. le Poisson austral (Piscis austrinus); 14. le Navire (Argo); 15. la Couronne australe (Corona austrina). Ces quinze constellations comprenaient 316 étoiles, savoir : 7 étoiles de la première grandeur, 18 de la seconde, 63 de la troisième, 164 de la quatrième, 54 de la cinquième, 9 de la sixième, et une nébuleuse.

Lorsque, vers la fin du quinzième siècle, les marins s'avancèrent jusqu'à l'équateur et le dépassèrent, ils aperçurent des étoiles qui étaient restées complétement inconnues aux anciens : afin d'aider la mémoire et de permettre de s'orienter au milieu de ces étoiles nouvelles, ils durent songer bientôt à les partager en groupes distincts ou constellations, ainsi qu'avaient fait les Grecs pour la partie du ciel accessible à leur vue; mais ce n'est qu'un siècle plus tard que les douze nouvelles constellations dénommées ci-après commencèrent à figurer sur les globes et sur les cartes célestes : avant 1597, elles étaient, semblerait-il, complétement inconnues.

L'origine des constellations méridionales est encore obscure : on se borne en général à dire qu'elles furent introduites par des navigateurs portugais, espagnols et hollandais. Ideler [1] déclare n'avoir trouvé aucune d'elles, à l'exception de la Croix et des

[1] *Ueber den Ursprung der Sternnamen*. Berlin, 1805.

deux Nuages, qui ne sont pas à proprement parler des constellations, chez les navigateurs de la péninsule ibérique ou de l'Italie. Cependant il est probable que quelques-uns des groupes d'étoiles les plus remarquables reçurent d'eux le nom qu'ils portent, le *Flamingo*, par exemple, connu aujourd'hui sous le nom de Grue. Olbers [1] préconise les services rendus par les Hollandais; et surtout ceux de Petrus Theodori Van Emden (Embdanus) dont Merula et Bayer parlent avec les plus grands éloges. Petrus Theodori fit partie de la première expédition envoyée de Hollande aux Indes orientales en 1595; il mourut le 1er septembre 1596 devant Bantam, dans l'île de Java, et laissa de vifs regrets ainsi que la réputation d'un excellent pilote et d'un marin très-expérimenté. Au retour de la flotte, en août 1597, les observations de Petrus Theodori furent, selon toute apparence, utilisées par Jodocus Hondius et par Jacobus Florentius Van Langren ou par son fils, Arnoldus Florentius, pour la construction de leurs globes célestes, et c'est à l'un de ces globes que Bayer, en 1603, aura emprunté son dessin des constellations australes. Petrus Theodori avait observé 121 étoiles australes, mais ces observations étaient, comme il fallait s'y attendre, très-défectueuses. Afin de ne pas laisser aux nouveaux globes l'avantage sur les siens, Guil.-Jansonius Caesius (Bleau) s'adressa à Frédéric Houtman qui était alors prisonnier du roi d'Achem, et lui recommanda d'observer les mêmes étoiles australes. Olbers mentionne un globe céleste de Bleau, portant la date de 1603, sur lequel on lisait: « Habetis hic, astronomiae studiosi! [1] trecentas antarctico mundi vertici viciniores stellas, ex observationibus secundum jam a Friderico Houtmanno, majori studio, et accommodatioribus instrumentis ad stellas, à Tychone positas factis, et accuratiore dispositione vestro commodo et delectationi depictas. A. 1603. »

Les douze constellations méridionales introduites au commencement du dix-septième siècle, sont: 1. l'Indien (Indus); 2. la Grue (Grus); 3. le Phénix (Phoenix); 4. l'Abeille ou la Mouche

[1] *Ueber die neueren Sternbilder*, dans le *Jahrbuch* de Schumacher pour 1840.

(Apis ou Musca); 5. le Triangle austral (Triangulus australis); 6. l'Oiseau de paradis (Apus ou Apis Indica) 7. le Paon (Pavo); 8. le Toucan (Pica Indica ou Toucan); 9. l'Hydre mâle (Hydrus); 10. la Dorade (Xyphias, Dorado); 11. le Poisson volant (Piscis volans); 12. le Caméléon (Chamoeleon). Si l'on joint à ces constellations la Croix du Sud dont nous avons parlé précédemment et la Colombe de Noé, imaginée par Plancius, le maître de Petrus Theodori Van Emden, on aura l'ensemble des astérismes connus à l'époque de Halley.

C'est du voyage de ce grand homme à l'île de Sainte-Hélène que date pour le ciel austral l'astronomie de mesures : jusque-là on n'avait eu qu'une espèce d'astronomie descriptive. Les essais informes de Vespucci ne comptaient pas; les observations encore grossières de Van Emden et de Frédéric Houtman ne pouvaient servir qu'à figurer plus ou moins bien les constellations sur les globes célestes. En recueillant tout ce qui avait été fait, Bartsch [1] forma en 1624 un catalogue de 136 étoiles principales. Mais un travail plus correct et plus complet était réclamé à la fois par les marins et par les hommes de science. A différentes reprises, Hevelius avait entretenu la Société royale de Londres de cet objet important; il lui avait représenté combien il serait utile de compléter la description du ciel par l'adjonction des étoiles situées dans une position trop australe pour pouvoir être aperçues des astronomes du Nord [2]. Ptolémée, à Alexandrie, aurait pu étendre ses observations jusqu'au 54e degré de déclinaison australe; malheureusement les étoiles de cette partie du ciel qu'il avait notées étaient en très-petit nombre et n'offraient aucune garantie d'exactitude.

Halley, à son début dans la carrière qu'il a tant illustrée, avait reconnu l'insuffisance des Tables astronomiques publiées jusqu'alors, pour représenter le mouvement des planètes : l'obser-

[1] Bartsch (Jacobus Bartschius) était gendre de Kepler.

[2] *Annus climactericus;* Danzig, 1685. — Dès l'année 1598, Tycho Brahe avait exprimé le désir que quelque prince envoyât un observateur dans l'hémisphère austral, pour compléter la description du ciel. *Astronomiae instauratae Mechanica.*

vation lui avait fait voir que Saturne retardait considérablement sur les positions calculées, tandis que Jupiter se trouvait toujours en avance. La nécessité de corriger les Tables existantes était donc manifeste, mais lorsque notre jeune savant avait porté son attention sur cet objet, il s'était bien vite convaincu que s'il ne voulait pas perdre son temps et ses peines, il lui fallait, avant tout, obtenir un catalogue plus exact des étoiles fixes.

Kepler avait inséré dans son édition des *Tables Rudolphines*, publiée en 1627, un catalogue de 1005 étoiles observées par Tycho Brahe : il avait fait suivre ce catalogue des positions de 136 étoiles australes, compilées par Bartsch, ainsi qu'il a été dit plus haut. Halley ne crut pas pouvoir entreprendre la révision du ciel boréal : il savait que Flamsteed et Hevelius s'en occupaient, et ne se croyait pas digne d'entrer en parallèle avec des observateurs aussi éminents. Le ciel austral, au contraire, était resté à peu près inexploré : on ne le connaissait que par les récits des navigateurs et par les observations très-imparfaites et très-restreintes de Ptolémée et de quelques pilotes. Halley ne tarda pas à tourner son attention de ce côté : ce fut de sa part un trait d'habileté et de modestie tout à la fois. Ayant pris son parti, il consulta quelques amis sur la station qu'il aurait à choisir : on lui proposa successivement Rio-Janeiro, le cap de Bonne-Espérance et l'île de Sainte-Hélène qui appartenait aux Anglais. La conformité de mœurs et de langage lui fit donner la préférence à cette dernière station. Restait à obtenir le consentement de sa famille et la protection du gouvernement. Tout alla pour le mieux : non-seulement son père applaudit à sa résolution, mais il lui alloua 300 livres par an pour tout le temps que durerait son voyage. De leur côté, sir John Williamson, secrétaire d'État, et sir Jonas Moore, inspecteur de l'artillerie, à qui il s'était adressé, mirent son projet sous les yeux de Charles II. Sa Majesté daigna en témoigner sa satisfaction, et la compagnie des Indes orientales, sur la recommandation du roi, promit de transporter le jeune Halley à l'île de Sainte-Hélène, et de faire pour lui tout ce qui serait en son pouvoir.

Halley s'empressa de faire construire un sextant de cinq pieds

et demi de rayon, assez semblable à celui de Flamsteed; il se procura un quart de cercle d'environ deux pieds de rayon, qu'il comptait employer surtout aux observations nécessaires pour régler sa pendule, une lunette de vingt-quatre pieds, quelques autres plus petites, deux micromètres et une bonne horloge à pendule; et au mois de novembre 1676, il s'embarqua pour l'île de Sainte-Hélène où il arriva après un voyage de trois mois. Halley avait alors vingt ans [1]; il était plein d'ardeur et pénétré de l'importance des observations qu'il allait faire. Mais il eut à lutter contre la pluie et les nuages, et c'est à peine si, malgré le soin avec lequel il profitait de la moindre éclaircie, il put, dans l'espace d'une année, déterminer la position de 335 étoiles. Le catalogue qu'il publia en 1679 en renferme 341 : six d'entre elles avaient été observées en pleine mer.

Halley était retourné en Angleterre dans le courant de l'année 1678. Le 7 novembre, il présenta le résultat de ses observations à la Société royale, et, le 11 du même mois, il en envoya une copie à Hevelius. Le catalogue imprimé porte la date de 1679; en voici le titre : «Edmundi Halleii Catalogus stellarum australium, sive supplementum Catalogi Tychonici, exhibens longitudines et latitudines stellarum fixarum, quae prope polum antarcticum sitae, in horizonte Uraniburgico Tychoni inconspicuae fuere, accurato calculo ex distantiis supputatas, et ad annum 1677 completum correctas; cum ipsis observationibus in insulâ S. Helenae (cujus latitudo 15°55' austr. et longitudo 7°0' ad occasum à Londino), summâ curâ et sextante satis magno de coelo depromptis. Accedit appendicula de rebus quibusdam astronomicis notatu non indignis. In appendice occurrunt Mercurii transitus sub disco solis die 28 octob. 1677; item modi quidam geometrici pro parallaxi lunae investigandâ; item, quaedam quae ad emendationem theoriae lunaris spectant. »

Dans sa préface, Halley explique la manière dont il observait : il se bornait à prendre avec son sextant les distances des étoiles

[1] Edmond Halley était né à Londres, le 8 novembre 1656 (29 octobre, vieux style).

australes à d'autres étoiles connues, et, négligeant les hauteurs méridiennes, il déduisait de ces distances les lieux cherchés. Cette méthode lui avait été imposée par l'état nuageux du ciel. « J'ai pris, » dit-il, « pour base de mes calculs dont l'exactitude me paraît incontestable, les positions de quelques étoiles de Tycho, dans lesquelles l'obliquité de l'écliptique est portée à 23° 31′ 30″, nombre certainement trop fort. Mais comme mon dessein n'a pas été de changer toute la sphère des fixes; comme, d'un autre côté, l'obliquité en question n'est pas connue à une demi-minute près, je n'ai pas voulu modifier ce point fondamental de l'astronomie Brahéenne; d'autant plus qu'il sera toujours facile de réduire notre catalogue à une autre obliquité quelconque. J'ai conservé presque partout les anciens noms des étoiles; les grandeurs ont été estimées avec le plus grand soin... Je donne les distances observées elles-mêmes, afin que si Hevelius publie quelque jour un catalogue plus exact, on puisse corriger aussi les positions des étoiles australes, et qu'entre temps, il soit toujours possible à chacun de vérifier l'exactitude de mes calculs... »

Halley met en regard de ses positions celles que fournissent, soit le catalogue ajouté par Clavius à son commentaire sur la sphère de Sacro Bosco, soit le catalogue de Bartsch : « On pourra constater ainsi à chaque page, » dit-il, « le grand désaccord qui existe entre les anciens globes et l'état réel du ciel. »

On lit encore dans la préface de Halley : « Jean Kepler publia le premier un catalogue complet des fixes, mais les constellations les plus australes ou bien sont celles mêmes de Ptolémée, ou bien sont déduites de ces dernières au moyen d'observations grossières faites par des pilotes: il n'en a été publié aucun autre dénombrement. On assure, il est vrai, qu'un certain Frédéric Houtman, un Hollandais, se serait occupé de ces étoiles dans l'île de Sumatra, et que ses observations auraient servi à corriger le globe céleste, édité par Guillaume Blaeu. J'ignore de quels instruments il a fait usage, mais la comparaison de ce globe avec notre catalogue démontre à l'évidence le peu d'habitude que le susdit Houtman avait de ces sortes d'observations. »

Halley compare les grandeurs de quelques étoiles, données par

Ptolémée, avec celles qu'il a trouvées lui-même. A la suite de la constellation du Sagittaire, on lit cette note : « Il semble étrange que les étoiles placées au jarret gauche de devant et au genou de la même jambe, que Ptolémée appelle brillantes, et que l'ancien catalogue ainsi que les tables de Bayer font de seconde grandeur, soient aujourd'hui de la quatrième tout au plus : ce qui paraît démontrer, sinon la corruptibilité, du moins la mutabilité des corps célestes. Cette diminution de lumière doit, en effet, être attribuée à quelque accident; et, par une raison semblable, les étoiles, qui, selon Ptolémée, sont placées à la cuisse gauche et à l'extrémité du genou de droite, disparaissent déjà, ou bien sont tellement faibles que Tycho Brahe les jugea tout à fait indignes d'être observées. » Halley remarque encore que les étoiles que Ptolémée met en avant du Poisson austral, ne sont plus que de la sixième ou de la cinquième grandeur tout au plus. « Est-ce encore un effet de la succession des temps? »

Delambre fait remarquer [1] que Lacaille a donné les mêmes grandeurs que Halley. Le prétendu changement de grandeur ne viendrait-il pas, ajoute-t-il à propos des étoiles du Sagittaire, d'une faute de copie dans le catalogue de Ptolémée? C'est en effet, ce qui paraît le plus probable : on est revenu aujourd'hui, après de longs détours, à l'antique idée de l'INCORRUPTIBILITAS COELORUM. Sur cinquante mille étoiles bien déterminées, il n'en existe qu'un très-petit nombre qui aient une variabilité périodique; toutes les étoiles observées par Bessel ont été retrouvées par les astronomes de Bonn.

Le catalogue de Bartsch plaçait à l'extrémité de la queue de l'Hydre, trois étoiles voisines du pôle austral. Halley assure qu'il n'a pu réussir à les apercevoir : il ajoute que ce pôle est absolument dépourvu d'étoiles; tout au moins n'y en a-t-il pas de visibles à l'œil nu. La plus voisine du pôle qu'il ait pu observer est à la queue de l'Oiseau de paradis (Apus), à une distance d'un peu plus de 8°. « Deux nuages, que les marins appellent *Nuages de Magellan*, ressemblent par la blancheur à la voie lactée, et, avec la lunette, on y distingue aussi quelques étoiles. »

[1] *Histoire de l'astronomie au dix-huitième siècle*. Paris, 1827.

Halley avait adopté les noms des nouvelles constellations du Sud tels qu'ils étaient donnés dans le catalogue de Bartsch, en y joignant la Colombe de Noé, et s'était proposé de soumettre à un nouvel examen toutes les étoiles australes connues à cette époque : mais le mauvais temps l'empêcha d'observer les étoiles des constellations *Piscis austrinus* et *Indus;* il espérait obtenir ces dernières d'un ami résidant à la Jamaïque; quant aux étoiles du Poisson austral, elles pouvaient être observées en Angleterre, quoique très-près de l'horizon. Voici comment se partagent les 341 étoiles de son catalogue :

Scorpius. . . .	29	Centaurus . . .	35	Apus	11
Sagittarius . . .	21	Lupus.	17	Musca Apis . . .	4
Eridanus. . . .	30	Id.	6	Chamoeleon . . .	10
Canis major. . .	6	Ara.	9	Triangulum austr. .	5
Columba Noachi .	10	Corona austr. . .	12	Piscis volans. . .	8
Argo Navis . . .	46	Grus	13	Dorado, Xiphias. .	6
Robur Carolinum.	12	Phoenix	13	Toucan.	9
Hydra.	5	Pavo	14	Hydrus.	10

On remarquera dans la liste qui précède la nouvelle constellation *Robur Carolinum* : Halley, pour former cette constellation, a détaché de la partie sud du Navire (Argo) un groupe d'étoiles qu'il a représenté par un arbre et qu'il appelle le Chêne de Charles II, en souvenir du chêne qui a sauvé la vie à ce roi : « In perpetuam sub illius latebris servati Caroli II Magnae Britanniae, etc. Regis memoriam in coelum meritò translatum. » Par contre, les étoiles de la Croix du Sud continuent à figurer, comme du temps de Ptolémée, parmi celles du Centaure.

Halley, en s'occupant des étoiles de l'hémisphère austral, avait abordé un sujet tout neuf, ce qui n'est pas un mince avantage dans les sciences : son catalogue, présenté comme un supplément de celui de Tycho Brahe [Supplementum Catalogi Tychonici, continens plerasque fixas, quas ob elevatiorem Poli Uraniburgici situm, Tycho vel non omnino, vel incertius observare potuit; observationibus in Insula Sanctae Helenae habitis, et accurato calculo in debita loca restitutas. Ad annum Incarnationis MDCLXXVII completum], plaçait immédiatement son nom à côté

de la plus grande renommée astronomique de l'époque, et Flamsteed le proclamait le Tycho du Sud. Il y a lieu de s'étonner que Halley n'ait jamais entrepris de recalculer ses observations, lui qui n'avait pas une très-grande foi, comme nous l'avons vu, dans la sûreté des étoiles de comparaison dont il avait dû faire usage : aurait-il peut-être aussi manqué de confiance dans ses propres observations? Quoi qu'il en soit, ces observations furent recalculées par Abraham Sharp, qui en tira les positions des étoiles pour l'an 1726, non-seulement en longitude et en latitude, comme l'avait fait Halley, mais aussi en ascension droite et en déclinaison : les résultats parurent dans le troisième volume de l'*Histoire céleste* de Flamsteed [1].

Le 28 octobre 1677 [2], Halley avait observé le passage de Mercure sur le soleil, avec sa lunette de 24 pieds. Il avait été assez heureux pour pouvoir saisir et noter le moment de l'entrée et de la sortie de la planète, et se flattait d'avoir obtenu la durée du passage à une seconde de temps près.

Par son observation, combinée avec une observation douteuse faite à Avignon par M. Gallet, il était arrivé à une parallaxe du soleil, de 45″, mais il attache peu de poids à cette détermination, et semble pencher pour une valeur de 25″.

Il ajoute que la parallaxe du soleil est d'une grande importance; il n'y a, selon lui, qu'un genre d'observations qui pourra, dans le siècle suivant, nous la faire connaître bien précisément : « C'est lorsque Vénus se trouvera sur le disque du soleil, le 26 mai 1761 [3]; alors la parallaxe de Vénus sera presque triple de celle du soleil; les observations requises seront des plus faciles, en sorte que par ce phénomène on apprendra tout ce qu'il est possible aux hommes de savoir là-dessus. » — « Je sais bien, »

[1] Le catalogue primitif de Halley a été réimprimé par M. Baily dans le t. XIII des *Mémoires* de la Société astronomique de Londres (1845).

[2] Il est à remarquer que la réforme grégorienne n'ayant été admise par les Anglais qu'en 1752, toutes les dates antérieures à cette époque sont exprimées en *vieux style* : la date, *nouveau style*, du passage de Mercure dont il est question dans le texte, est le 7 novembre.

[3] 6 juin, nouveau style.

dit-il encore, « que la parallaxe de Mars acronique, étant deux fois plus grande, pourrait servir à calculer celle du soleil, mais cette méthode est fort sujette à caution, parce qu'elle suppose les observations de la distance de Mars aux étoiles fixes, faites avec le plus grand soin, une lunette très-longue et un micromètre exact, encore n'est-on pas assuré d'y parvenir. »

Halley s'est également occupé des moyens propres à déterminer la parallaxe de la lune. Cette parallaxe serait donnée avec une grande exactitude, par des observations des hauteurs méridiennes de la lune, faites à l'île de Sainte-Hélène et comparées à des observations semblables faites en Europe. « Mais comme le ciel était presque toujours nuageux, j'ai voulu, » dit-il, « consacrer les rares intervalles où il se montrait à découvert, à l'observation des étoiles qui n'apparaissent pas sur l'horizon de ma patrie. S'il m'avait fallu attendre le passage de la lune au méridien, j'aurais perdu un temps précieux, et je n'étais pas même sûr qu'un observateur européen observerait la hauteur méridienne de la lune pendant la même nuit que moi. »

Halley recommande ensuite la méthode qui consiste à déterminer la parallaxe par les plus grandes latitudes de la lune, observées au nord et au midi de l'écliptique. « La seule et grande difficulté de cette méthode, » ajoute-t-il, « consiste à observer les latitudes visibles dont l'observation réclame celle des étoiles fixes : or, aucun des catalogues d'étoiles, publiés jusqu'ici, ne donne les latitudes des étoiles à moins d'une minute près. Il faut donc, pour obtenir une solution exacte de ces questions ardues, attendre un catalogue d'étoiles beaucoup plus exact, une connaissance plus approfondie des réfractions qui ont lieu dans notre atmosphère, et des instruments astronomiques qui fassent tomber l'erreur des observations au-dessous de dix secondes, supérieurs, par conséquent, à ceux dont a disposé jusqu'ici le plus soigneux des astronomes (qualia vix adhuc tractavit Astronomorum accuratissimus). »

Le départ de Halley de l'île de Sainte-Hélène semble avoir été précipité par le dégoût que lui avaient inspiré les vexations nullement méritées de quelqu'un qui exerçait dans l'île une véritable

tyrannie ; le jeune astronome était en même temps très-fatigué par suite des veilles consacrées inutilement à l'observation du ciel : « Navem conscendimus inanibus vigiliis plurimum fatigati, et injuriis nequaquam meritis, à quodam ibi tyrannidem exercente, usque in fastidium laesi. »

Les résultats *pratiques* de ce voyage se bornèrent au catalogue des étoiles australes dont nous avons parlé, au passage de Mercure sur le soleil, du 7 novembre 1677, le quatrième qui eût encore été observé, et à la découverte de la nébuleuse située près de ω du Centaure : remarquons, en passant, que cette nébuleuse d'une forme ronde si remarquable vient aussi à la quatrième place dans l'ordre chronologique.

Envisagé à un autre point de vue, le voyage de Halley acquit une importance très-grande. Il appela l'attention sur la nécessité de travailler à la formation d'un bon catalogue d'étoiles, étendu aux deux hémisphères, et posa les deux conditions sans lesquelles ce catalogue devenait en quelque sorte impossible : la connaissance des réfractions et le perfectionnement des instruments. Le passage de Mercure suggéra la première idée de faire servir ces passages au calcul de la parallaxe du soleil : un examen subséquent de la question conduisit Halley à donner la préférence, pour cette détermination, aux passages de Vénus [1]. Il revint sur cet objet dans deux mémoires insérés aux *Transactions philosophiques* pour 1691 et 1716 [2], et pressa vivement les astronomes qui vivraient lors des passages de Vénus en 1761 et 1769, de ne pas laisser échapper une occasion si rare : « découverte qui suffirait seule pour sauver à jamais son nom de l'oubli, quand même les autres grands services rendus par lui dans presque toutes les branches de l'astronomie ne lui assureraient pas le souvenir reconnaissant de la postérité [3]. » Halley croyait qu'on pourrait déterminer l'intervalle de temps entre les deux contacts intérieurs

[1] La parallaxe de Mercure était à peu près égale à celle du soleil, tandis que la parallaxe de Vénus était de trois à quatre fois plus grande.

[2] Nos 193 et 348.

[3] Encke, *Die Entfernung der Sonne von der Erde aus dem Venusdurchgange von 1761 hergeleitet ;* Gotha, 1822.

des bords de Vénus et du soleil à une seconde près, et il en concluait qu'en choisissant deux lieux d'observation d'une manière convenable [1], on obtiendrait la distance du soleil à la terre à un cinq-centième près. C'était une illusion de géomètre, mais elle n'ôte rien à l'originalité de la conception.

L'idée, qui n'était pas neuve, du reste, de déterminer la parallaxe de la lune par les hauteurs méridiennes de cet astre, observées simultanément dans l'hémisphère austral et en Europe, fut reprise plus tard par Lacaille, au cap de Bonne-Espérance, ainsi que nous allons le voir.

Il n'entre pas dans notre cadre de retracer la vie de Halley; contentons-nous de rappeler qu'il termina sa glorieuse carrière à Greenwich le 25 janvier 1742 (14 janvier, vieux style) après avoir occupé pendant vingt-deux ans le poste d'astronome royal d'Angleterre.

CHAPITRE II.

Le voyage et les travaux de Lacaille au cap de Bonne-Espérance.

Le 21 novembre 1750, l'astronome français Lacaille quittait le port de Lorient sur le bâtiment *le Glorieux*, commandé par le capitaine d'Apres de Mannevillette, en destination de l'île Maurice; il devait descendre au cap de Bonne-Espérance, et reprendre, après un intervalle de soixante-quatorze ans, les travaux commencés par Halley à l'île de Sainte-Hélène. L'autorisation de séjourner dans la colonie hollandaise du Cap avait été obtenue du gouvernement des Pays-Bas par l'intermédiaire de son ambassadeur à Paris, M. Lestevenon van Berkenrode. Voici le mémoire émanant de l'Académie des sciences, qui avait été remis à ce dernier par le marquis de Puisieulx, et que M. van Berkenrode s'était empressé de faire parvenir aux États généraux par sa lettre du 20 août 1750, en appuyant la demande de Lacaille.

[1] Halley assigna dans son mémoire de 1716 les lieux de la terre où il faudrait se transporter pour observer le passage de 1761.

« Les savants qui ont eu jusqu'ici un vrai zèle pour le progrès de l'astronomie, et, par conséquent, pour perfectionner la géographie et la navigation, ont reconnu qu'il serait presque impossible de parvenir à quelque chose d'exact, principalement à l'égard de la partie qui a pour objet la détermination des longitudes sur mer par les observations de la lune, à moins que des observateurs les plus exercés et les mieux fournis de bons instruments ne se concertassent ensemble pour faire en même temps des observations du soleil et de la lune, dans les lieux de la terre les plus éloignés qu'il est possible dans le sens du méridien.

» C'est dans cette vue que depuis plus d'un siècle plusieurs astronomes célèbres ont entrepris de longs voyages; mais, malheureusement, celui qui était le plus important pour les longitudes a été celui qui a eu le moins de succès. En 1705, M. De Krosieck, conseiller privé du roi de Prusse, envoya à ses frais M. Kolbe au cap de Bonne-Espérance, muni de plusieurs instruments et d'une permission des États de Hollande, pour y faire toutes sortes d'observations astronomiques; sans doute que le peu d'expérience de M. Kolbe pour les observations, et peut-être aussi l'imperfection de ses instruments, ont été cause que l'astronomie ni la géographie n'ont tiré aucune utilité de ce voyage.

» Deux circonstances, extrêmement favorables pour obtenir un succès complet, se présentent dans le cours de l'année 1751; une opposition de Mars près de son périhélie, et une conjonction inférieure visible de Vénus : c'est pour profiter d'une occasion si rare que le sieur De La Caille, exercé depuis plus de treize années, aux observations les plus délicates, et fourni de tous les instruments les plus propres pour des recherches si désirées des astronomes, et si utiles à la navigation, demande qu'on lui procure les moyens de passer une année au cap de Bonne-Espérance, qui est à tous égards le seul lieu avantageusement situé, parce qu'il est le plus éloigné de Paris, et en même temps le plus proche du méridien qui passe par le milieu de l'Europe : deux conditions absolument essentielles, et sans lesquelles on ne peut espérer un succès raisonnable.

» Voyez donc les observations que le sieur De La Caille se propose de faire pendant son séjour :

» 1. Il déterminera exactement la vraie position de ce fameux cap, sur laquelle les plus célèbres géographes diffèrent d'environ 100 lieues : et quoique MM. de la compagnie des Indes aient chargé de ce soin M. d'Apres, capitaine de leurs vaisseaux, très-capable de bien établir cette position, tant par son habileté dans les observations, que par les instruments qu'ils ont fait faire exprès, cependant cet habile officier ne pourra y parvenir que par des méthodes indirectes et par conséquent peu susceptibles de précision, parce que les éclipses des satellites de Jupiter ne pourront être visibles pendant le temps de relâche que les affaires de la compagnie lui permettront de prendre.

» 2. Il déterminera par des observations concertées, la parallaxe de la lune, élément le plus important et le moins connu de la théorie de cet astre. Tous les astronomes conviennent que c'est là la seule manière de l'établir avec toute la précision que l'on peut désirer.

» 3. Il observera la parallaxe du soleil, élément encore plus incertain à proportion que n'est la parallaxe de la lune : les deux phénomènes rares dont il a été parlé ci-dessus, en fourniront plusieurs moyens également sûrs.

» 4. Il complétera le catalogue des principales étoiles fixes, par la même méthode, et avec les mêmes instruments avec lesquels il a déjà établi les positions exactes des étoiles boréales : celles du zodiaque qui sont australes ne peuvent être déterminées que très-imparfaitement dans l'Europe, à cause qu'elles se lèvent trop peu et trop lentement sur l'horizon : c'est par cette raison qu'on a été obligé jusqu'ici d'éviter de comparer la lune à ces étoiles, parce que les observations étaient trop incertaines.

» A l'égard de l'exécution de ce projet les moyens en sont extrêmement simples.

» Il n'y a aucune dépense à faire pour la construction des instruments; elle consiste toute dans la traversée et dans la nourriture du sieur De La Caille seul, pendant environ une année. Il n'a besoin d'aucun aide, d'aucun domestique; il restera en pension dans le lieu qu'on lui indiquera; la nature de ses observations n'exige qu'un séjour tranquille dans un même lieu, et tout lieu sera propre pour y établir ses instruments.

» Les Hollandais, qui ont accordé à M. Krosieck la permission d'entretenir au Cap un astronome prussien, destiné à exécuter précisément le même projet dont il s'agit ici, ne peuvent raisonnablement la refuser au roi pour un astronome de son Académie, qui se tiendra exactement dans le lieu qu'on lui assignera, soit dans le fort, soit dans l'intérieur des terres : ce projet regardera d'ailleurs le bien commun de toutes les nations. » — Le mémoire se termine brusquement ici; il ne porte pas de signature [1].

Nicolas Louis De La Caille était né à Rumigny près de Reims,

[1] Ce mémoire est extrait des archives de la colonie du Cap : il a été publié avec d'autres pièces historiques dans l'ouvrage intitulé : *Verification and extension of Lacaille's arc of meridian at the Cape of Good Hope; by sir Thomas Maclear*, dont nous aurons à parler plus tard. Il montre à quel point les autorités hollandaises étaient jalouses de leur colonie du Cap. « Il n'a besoin » d'aucun aide, d'aucun domestique; il restera en pension dans le lieu qu'on » lui indiquera... Les Hollandais, qui ont accordé à M. Krosieck la permission » d'entretenir au Cap un astronome prussien, destiné à exécuter précisément » le même projet dont il s'agit ici, ne peuvent raisonnablement la refuser au » roi pour un astronome de son Académie, qui se tiendra exactement dans le » lieu qu'on lui assignera, soit dans le fort, soit dans l'intérieur des terres... » Kolbe, dont la résidence au Cap est invoquée comme un précédent en faveur de Lacaille, y était arrivé en 1705, et, le 17 février 1710, le gouverneur consignait dans son livre de résolutions, ce qui suit : — « L'astronome Pieter Kolbe, qui » vint ici d'Europe, dans l'année 1705, sur le bateau appelé *le Ulme*, et qui » depuis longtemps demeure dans l'oisiveté, sans vaquer à ses observations » astronomiques ou rendre aucun service civil : — Il a été jugé à propos de » lui demander s'il compte rester ici plus longtemps pour être, dans ce cas, » considéré comme un citoyen (burger) et assujetti aux taxes et aux devoirs » du citoyen; sinon nous lui donnerons son congé pour qu'il puisse retourner » en Europe. » Le gouvernement colonial avait des raisons particulières de s'inquiéter de la présence de Kolbe. Ce dernier ne se bornait pas à manger et à boire; il recueillait les plaintes des colons hollandais contre le gouvernement local et les envoyait en Europe; tandis que, transmises par d'autres intermédiaires, elles avaient toujours été interceptées. Le résultat de leur publication, après le retour de Kolbe, en 1713, fut que le gouvernement central rappela et punit à peu près tous les employés du gouvernement du Cap.

Pierre Kolbe, docteur en philosophie, avait été *Privatdocent* à Halle, puis instituteur des enfants de Bernard Frédéric, baron de Krosigk [et non Krosieck], grand amateur d'astronomie qui se fit bâtir un observatoire à Berlin, en 1705.

le 15 mars 1713. Il avait fait ses études à Paris au collége de Lisieux, et son intention était d'entrer dans les ordres, mais il n'alla pas plus loin que le diaconat et se voua tout entier à l'astronomie pour laquelle il avait ressenti de bonne heure un goût très-prononcé. Fouchy, frappé de ses heureuses dispositions, l'engagea à s'adresser à Jacques Cassini : celui-ci l'accueillit fort bien et lui donna (en 1737) un logement à l'Observatoire. Successivement occupé à la description géographique des côtes de la France, avec J. D. Maraldi, et à la vérification de la méridienne, avec Cassini de Thury, il fut nommé en 1740 à la chaire de mathématiques du collége Mazarin, et, en 1741, il fut reçu de l'Académie des sciences. On lui avait bâti un observatoire au collége Mazarin, près du dôme. Mais cet observatoire était trop petit et trop accessible aux variations de température, par le peu d'épaisseur des murs et du toit. Lacaille le remplaça, après quelques années, par un autre composé de deux salles dont les murs à l'intérieur étaient peints en noir, et qui fut détruit lorsque le collége Mazarin fut arrangé pour l'Institut [1].

Avant de partir pour le cap de Bonne-Espérance, Lacaille avait envoyé à tous les astronomes l'avis suivant [2] : « Depuis que j'ai » eu l'honneur d'être reçu parmi les astronomes de l'Académie » royale des sciences, j'ai entrepris et suivi un long travail sur » les étoiles visibles sur l'horizon de Paris. L'Académie ayant » souhaité que cet ouvrage fût complété, en observant de la même » manière les étoiles australes, et que les observations en fussent » faites dans un lieu où l'on pût en même temps déterminer la » parallaxe de la lune, et à l'occasion de l'opposition de Mars » périgée, et de la conjonction inférieure de Vénus, faire de » nouvelles tentatives pour établir la parallaxe du soleil, j'ai » reçu des ordres du roi pour aller passer une année au cap de » Bonne-Espérance, avec l'agrément des États généraux de Hollande. Mais parce qu'on ne peut parvenir à la détermination

[1] Delambre, *Histoire de l'astronomie au dix-huitième siècle.*

[2] *Avis aux astronomes, par M. De La Caille, à l'occasion des observations qu'il va faire par ordre du roi dans l'hémisphère austral.* 4 pages in-4°.

» exacte des parallaxes que par des observations concertées et
» faites en même temps aux deux extrémités d'un arc du méri-
» dien, j'invite tous les astronomes fournis des instruments con-
» venables, à prendre part à ces recherches si intéressantes pour
» les progrès de l'astronomie et de la navigation. Je les prie
» d'observer les hauteurs méridiennes des astres suivants, aux
» jours qui seront marqués ci-dessous ou du moins de déterminer
» avec un micromètre, appliqué à une lunette de six à sept pieds,
» les différences de déclinaison entre ces astres, vers le temps de
» leur passage par le méridien, en marquant exactement le temps
» vrai de chaque observation. » Dans le vrai, dit Delambre [1], l'idée de ce voyage est due à Lacaille, qui en fit la proposition à l'Académie : c'est, du reste, ce qui résulte du mémoire de celle-ci, que nous avons donné plus haut. Lacaille expose alors la manière dont il fera ses observations, et donne l'éphéméride de celles qu'il désire qu'on fasse en Europe, pendant qu'il observera en Afrique, et il termine son écrit par la note suivante : « Dans un
» mémoire inséré dans les *Transactions philosophiques*, n° 348,
» Halley conclut que par le passage de Vénus en 1761, on pourra
» déterminer la parallaxe du soleil [2] à un 500e près, pourvu
» qu'on observe ce passage dans certaines circonstances de temps
» et de lieux qui sont détaillées dans ce mémoire. Mais, quelque
» déférence que j'aie d'ailleurs pour les sentiments de ce grand
» homme, cette précision me paraît absolument impossible; car
» quand même il arriverait, par le plus grand hasard du monde,
» qu'un astronome bien exercé, placé vers l'extrémité boréale de
» l'Amérique, eût le bonheur de voir l'entrée de Vénus sur le
» disque du soleil près de son coucher, et le lendemain, sa sortie
» du disque du soleil levant, je ne puis croire qu'il lui fût possible
» d'en déterminer les instants à 2s près, comme Halley le sup-
» pose; 1° parce que les bords du soleil, voisin de l'horizon,
» sont dans une ondulation continuelle, et que les réfractions
» irrégulières qu'il souffre, font paraître à tout moment comme

[1] *Histoire de l'astronomie au dix-huitième siècle.*
[2] C'est-à-dire la distance du soleil à la terre.

» de petites portions qui se détachent du disque; 2° parce que » le mouvement rapide du soleil et de Vénus dans le champ » d'une lunette qui grossit beaucoup, rend très-difficile la détermination exacte du moment du contact de leurs limbes. Mais » un fait bien constant mettra la chose hors de doute. Le mouvement horaire apparent de Mercure dans son nœud ascendant et » sur le disque du soleil, est à celui de Vénus comme 3 à 2, et » par conséquent on doit déterminer l'instant du contact intérieur » des limites du soleil et de Mercure avec plus de précision que » celui du soleil et de Vénus. Or, en 1743, le ciel étant fort » serein, le soleil élevé de 23°, des astronomes des plus habiles » qui observèrent avec d'excellents télescopes le contact intérieur » de Mercure et du soleil, différèrent beaucoup entre eux, et la » différence alla à plus de 40 secondes de temps; mais puisque » Vénus ne décrit sur le soleil que 4′ par heure et 1 seconde de » degré en 15 secondes de temps, comment cette seconde de » degré, à peine sensible dans un long télescope, sera-t-elle » divisible en plus de 7 parties déterminables, comme il est » nécessaire pour avoir les phases du passage de Vénus sur le » soleil à 2 secondes de temps près? Au reste, ce que je dis ici » n'est pas pour m'ériger en censeur des écrits de Halley, dont » j'honore infiniment la mémoire, ni pour diminuer l'idée qu'on » a toujours eue de ce fameux passage de Vénus; mais seulement » afin que l'autorité de ce célèbre astronome ne serve pas de » prétexte pour faire négliger l'occasion de déterminer la parallaxe du soleil par les observations que je propose. »

Lacaille arriva au cap de Bonne-Espérance le 19 avril 1751; il était accompagné d'un jeune ouvrier, du nom de Rétail. « J'allai le lendemain, » dit-il[1], « me présenter à M. Tulbagh, gouverneur » du Cap, muni d'une lettre du feu prince d'Orange; elle fut » suivie d'autres lettres de la compagnie de Hollande et de » M. le comte de Bentink. M. Tulbagh me reçut avec beaucoup de » politesse; je fus accueilli de même très-gracieusement par tous » les principaux officiers de cette colonie. Un des premiers bour-

[1] *Mémoires de l'Académie* pour 1751.

» geois de la ville, nommé M. Bestbier,... m'offrit obligeamment
» sa maison... [Il] ne tint pas à lui que toutes les observations
» que j'ai entrepris de faire pendant mon séjour au Cap n'eussent
» tout le succès possible... J'employai le mois de mai à faire con-
» struire [mon] observatoire, où rien ne fut négligé [pour
» donner] toute la solidité possible aux piédestaux sur lesquels
» nos grands instruments devaient être placés... [Il] était placé
» au fond de la cour de la maison où je demeurais [celle de
» M. Bestbier], sur un terrain élevé de 7 à 8 pieds sur le niveau
» de la mer. » Lorsque le capitaine Georges Everest, de l'artillerie du Bengale, visita la colonie du Cap en 1820, le souvenir de Lacaille y était complétement éteint, et ce ne fut pas sans peine que le capitaine parvint à identifier l'habitation de M. Bestbier avec une maison de la rue du Strand, dans Cape Town, occupée par M. De Witt [1].

La lunette dont se servit Lacaille pour observer les étoiles comprises entre le pôle austral et le tropique du Capricorne, avait 32 pouces de longueur, 26 pouces 3 lignes $\frac{1}{3}$ de distance focale et 6 lignes d'ouverture; le grossissement était d'environ huit fois, ce qui donnait au champ une étendue de près de 3 degrés. Cette lunette était appliquée parallèlement à la lunette fixe d'un quart de cercle de 3 pieds de rayon, « très-pesant et d'une construction
» fort solide... Le quart de cercle était placé sur un piédestal
» très-solide, bâti en briques et en pierre de taille; il était si
» près de l'horloge, qu'il n'y avait entre deux que la place néces-
» saire pour un seul observateur. L'horloge [sidérale] était éclai-
» rée par une lumière faible, qui lui était envoyée d'une lanterne
» sourde placée vis-à-vis. Tout le reste de l'Observatoire était
» dans une grande obscurité, afin qu'aucune lumière étrangère
» ne vînt à éblouir l'œil de l'observateur : par ce moyen il dis-

[1] *Mémoires* de la Société astronomique de Londres; t. I, 2e part., 1825. — « [Cette] maison, » écrivait en septembre 1838 l'astronome royal du Cap, T. Maclear, « est du rang d'une bonne maison de Londres... » Sir David Baird et lord Glenelg, en 1806, et, dans le cours de cette année, le prince Frédéric d'Orange y ont logé : de pareils événements constituent une sorte de registre [annales] dans cette colonie.

» tinguait facilement les plus petites étoiles dans sa lunette; il » estimait plus sûrement leurs différentes grandeurs..., [et se] » préparait à propos pour chaque observation [1]. » Lacaille avait divisé l'espace compris entre le pôle sud et le tropique du Capricorne en vingt-cinq zones, chacune de 2° 42′ à 43′ de largeur: le principe d'observation consistait à noter les instants d'entrée et de sortie de chaque étoile qui se présentait dans un réticule rhomboïdal terminé par des arêtes de cuivre (obtenues en évidant une plaque) et placé exactement au foyer de la lunette. La moyenne des temps ainsi notés [en s'arrêtant à la seconde entière la plus voisine] donnait l'instant du passage de l'étoile par la diagonale verticale imaginaire du rhomboïde; tandis que leur différence, ou l'intervalle entre les instants d'entrée et de sortie réduit en arc au moyen de la déclinaison approchée, fournissait la longueur de la corde horizontale du rhomboïde, décrite par l'astre; d'où, par un calcul facile, sa distance au sommet supérieur ou inférieur [selon que le passage avait lieu dans la moitié supérieure ou inférieure du réticule rhomboïdal] ou sa différence de déclinaison d'avec ce sommet ou d'avec la diagonale horizontale du rhomboïde, pouvait être obtenue [2]. Pour les deux premières zones, les plus voisines du pôle, Lacaille se servit d'un réticule composé de deux lames parallèles, entre lesquelles était tendu un fil de soie très-fin. Pour les cinq zones suivantes [III à VII], la diagonale verticale du rhomboïde était égale à quatre fois sa diagonale horizontale; et dans les dix-huit zones restantes, les rhomboïdes étaient moins allongés, la diagonale verticale étant seulement double de l'horizontale.

Lacaille ne s'astreignait pas à tenir exactement son quart de

[1] *Coelum Australe Stelliferum;* seu observationes ad construendum stellarum australium catalogum institutae, in Africa at caput Bonae-Spei, a Nicolao Ludovico De La Caille in alma studiorum universitate Parisiensi Matheseon Professore, regiae scientiarum Academiae astronomo, et earum quae Petropoli, Berlini, Holmiae et Bononiae florent, Academiarum socio. In-4°; Paris, 1763.

[2] *A Catalogue of 9766 stars in the Southern Hemisphere...* Préface de sir John Herschel.

cercle dans le méridien; mais il l'y ramenait par le calcul en prenant, chaque jour d'observation, des hauteurs correspondantes de Sirius, ou en combinant des hauteurs orientales ou occidentales avec les correspondantes obtenues peu de jours avant ou après; quelquefois il concluait le moment du passage de Sirius au méridien par des observations faites la veille ou le lendemain; « mais, » dit-il, « cela est arrivé rarement; et même alors la bonté » de l'horloge et sa marche régulière m'ont assuré qu'il n'y avait » pas plus d'une demi-seconde de temps d'incertitude dans cette » conclusion. »

Toutes les étoiles qui avaient passé, soit dans la partie supérieure du réticule, soit dans la partie inférieure, pouvaient être comparées à une étoile principale [au moins] observée dans la même partie le même jour. L'ascension droite de ces étoiles principales était déterminée par un grand nombre de hauteurs correspondantes, et leur déclinaison établie par un grand nombre de hauteurs méridiennes, observées avec un sextant de six pieds de rayon, et réduites toutes au 1er janvier 1750. La position apparente de chacune de ces étoiles a été marquée pour le jour de chaque observation, au folio verso qui est vis-à-vis de la partie de la zone, qui a été déterminée ce jour-là et imprimée dans le *Coelum australe*.

Lacaille avait commencé l'observation des zones le 3 août 1751; il les termina le 25 juin 1752. « Quoique j'aie mis tous mes soins, » dit-il, « et toute mon attention à faire ces observations, » et que la longue expérience que j'ai dans cette sorte de travail » me porte à croire qu'il n'est guères possible de faire quelque » chose de plus exact avec les instruments dont je me suis servi, » je ne ferai pas cependant difficulté d'avouer que les positions » des étoiles qu'on peut déduire de ces observations ne peuvent » être plus précises qu'à une demi-minute de grand cercle près... » J'ai observé un très-grand nombre d'étoiles au-dessous de la » sixième grandeur : 1° pour avoir une connaissance plus détail- » lée du ciel austral...; 3° pour éviter l'ennui qu'apporte néces- » sairement une station de 7 ou 8 heures de suite, et pour sur- » monter, par un travail continuel, l'envie de dormir qui ne peut

» manquer de prendre à un observateur qui, obligé d'être con-
» tinuellement au guet, n'aurait cependant à observer que de
» temps en temps, ou même à des intervalles fort éloignés... »
Lacaille, en arrivant au Cap, avait été frappé de la pureté et de la sérénité du ciel; mais il s'aperçut bien vite que sous l'influence du vent du sud-est, très-fréquent dans ces parages, les astres paraissaient confusément terminés et fort difficiles, sinon impossibles à observer : « On peut juger, » écrivait-il, « quel doit être le désespoir d'un astronome de voir couler tant de nuits d'un si beau ciel sans en pouvoir profiter. » Son habileté et la longue pratique qu'il avait de l'observation ne tardèrent pas à lui faire voir que l'agitation des étoiles augmentait à mesure que la lunette grossissait davantage : il ne s'agissait donc plus que de chercher le grossissement convenable et de garantir les instruments contre l'action du vent. C'est dans ces essais que se passèrent les premiers mois : l'observation régulière des zones n'ayant commencé que le 3 août, quoique l'Observatoire fût prêt dès le 10 mai.

Le nombre des étoiles observées par Lacaille dans l'espace de 127 nuits s'élève à 9766. A son retour en France, il en choisit 1942 qu'il réduisit en catalogue pour l'époque de 1750. Parmi ces 1942 étoiles, 8 étaient de la première grandeur, 15 de la seconde, 54 de la troisième, 86 de la quatrième, 203 de la cinquième, 1536 de la sixième; 40 étaient des nébuleuses, que Lacaille divise en trois classes ; 1° Espace blanchâtre, mal terminé, d'une figure souvent fort irrégulière, ressemblant au noyau d'une comète faible et sans queue; 2° nébuleuse composée d'un amas de petites étoiles qu'on distingue à la lunette; 3° étoiles accompagnées ou entourées de taches blanches de la première espèce. Les parties blanches qu'on appelle *Nuées de Magellan* ou *du Cap* lui paraissent de même nature que la voix lactée. En joignant ces nuées aux 40 nébuleuses dont il a été parlé plus haut, on arrive au nombre 42, à savoir: 14 nébuleuses de la première classe, 14 de la seconde et 14 de la troisième [1].

[1] *Sur les étoiles nébuleuses du ciel austral*, dans le volume de l'Académie

Le catalogue des 1942 étoiles fut publié dans le volume de l'Académie des sciences pour 1752 : il a été réimprimé dans le *Coelum Australe Stelliferum,* dont Lacaille avait commencé l'impression, mais qui ne parut qu'en 1763, un an après sa mort, par les soins de J.-D. Maraldi.

Le *Coelum Australe* renferme les 25 zones observées par Lacaille. Fidèle aux principes qu'il avait toujours professés, il y donne ses observations telles qu'elles ont été faites, sans réticence, et entre dans les plus grands détails sur les instruments et sur la manière d'observer. Chaque page est accompagnée de tables de réductions pour qu'on puisse conclure l'ascension droite et la déclinaison pour le commencement de 1750. « Nous avons appris à ne croire personne sur parole, » disait-il; « ... l'astronomie aurait fait encore de plus grands progrès qu'elle n'en a fait si les observateurs avaient communiqué plus souvent et en détail leurs observations, et s'ils ne s'étaient pas contentés d'en publier les résultats. » Cela est parfaitement juste; mais s'il est nécessaire d'imprimer les observations sans réticence et sans se permettre d'y rien changer, il n'est pas moins indispensable de les calculer au fur et à mesure qu'elles se font. Une observation non réduite est une observation perdue : c'est cette conviction qui décida en 1838 l'Association Britannique pour l'avancement des sciences à consacrer une somme importante à la réduction de *toutes* les étoiles contenues dans le *Coelum Australe Stelliferum.* Bien que Lacaille, avec sa candeur ordinaire, eût reconnu que l'erreur de ses observations pouvait aller à une demi-minute d'arc [1], cependant « elles constituaient le seul registre qu'on eût des positions d'un si grand nombre d'objets célestes, et le laps de temps de près d'un siècle avait rendu ce degré de précision suffisant pour résoudre maintes questions importantes, en ce qui concerne le mouvement propre [2]. »

des sciences pour 1755. Il est nécessaire de remarquer que l'année du volume n'est pas celle de la présentation ni de la publication du mémoire, les volumes étant toujours en retard de plusieurs années.

[1] Voir plus haut.

[2] Sir John Herschel : Préface du *Catalogue of 9766 stars in the Southern Hemisphere.*

Le catalogue inséré par Lacaille dans les Mémoires de l'Académie des sciences de Paris pour 1752, était suivi de remarques dont nous donnerons ici un extrait : « Pour remplir les grands intervalles vides entre les constellations anciennes, » disait l'auteur, « j'en ai supposé de nouvelles : j'y ai mis les figures des principaux instruments des arts. En voici la liste selon l'ordre de leur ascension droite : I. L'*Atelier* du sculpteur; II. Le *Fourneau* chimique..; III. L'*Horloge..;* IV. Le *Réticule* rhomboïde..; V. Le *Burin* du graveur..; VI. Le *Chevalet* du peintre..; VII. La *Boussole..;* VIII. La *Machine pneumatique..;* IX. L'*Octant..;* X. Le *Compas* du géomètre..; XI. L'*Équerre..;* XII. Le *Télescope..;* XIII. Le *Microscope..;* XIV. Enfin j'ai mis au-dessous du Grand Nuage la *Montagne de la Table,* célèbre au cap de Bonne-Espérance par sa figure de table, et principalement par un nuage blanc qui la vient couvrir en forme de nappe à l'approche d'un vent violent de sud-est; d'ailleurs la plupart des navigateurs appellent Nuages du Cap, ce que nous appelons Nuées de Magellan, ou le Grand et le Petit Nuage. » Lacaille avait joint à son catalogue un petit planisphère réduit d'après celui de six pieds de diamètre, qu'il avait présenté à l'Académie : « On n'y trouvera pas, » disait-il, « la constellation nouvelle que M. Halley a insérée dans son planisphère en 1677, sous le nom de *Robur Carolinum*, parce que j'ai rendu au Navire les belles étoiles que cet astronome, âgé alors de vingt et un ans, en a détachées pour faire sa cour au roi d'Angleterre. » Le monde savant ne ratifia pas la suppression du Chêne de Charles II : il ne pouvait oublier que ce prince avait été le fondateur de la Société royale de Londres et de l'Observatoire de Greenwich, et qu'un homme tel que Halley avait droit au plus profond respect.

Les contemporains de Lacaille le félicitèrent d'avoir choisi, pour désigner ses nouvelles constellations, les noms des principaux instruments des sciences et des beaux-arts, tandis qu'il aurait pu les exploiter au profit de sa vanité ou de son intérêt. Les modernes, et parmi eux, de Humboldt, Olbers, sir John Herschel, n'ont pas été de cet avis; ils ont reproché à Lacaille d'avoir introduit dans le ciel des objets vulgaires : Olbers aurait compris tout

au plus qu'on y plaçât les figures de quelques appareils astronomiques; Herschel regrettait l'abandon de la mythologie et de l'antiquité classique; de Humboldt partageait la même opinion.

La critique n'a pas porté seulement sur les désignations choisies par Lacaille : on l'a blâmé d'avoir empiété sur les anciennes constellations australes dont les limites suffisamment définies et généralement acceptées auraient dû être conservées, et surtout d'avoir abusé des lettres pour désigner les étoiles, au point que dans le Navire, il épuisa un alphabet grec, et jusqu'à trois alphabets romains. Mais les mérites de l'astronome ont été universellement reconnus : « L'erreur des observations de Lacaille, » dit M. Argelander, « est sans contredit très-faible, si l'on considère les imperfections de l'instrument dont il se servait, et donne une nouvelle preuve de l'habileté de l'observateur et des soins qu'il apportait à ses observations [1]. »

L'observation des étoiles australes ne venait qu'en quatrième ligne dans le mémoire de l'Académie des sciences de Paris; mais l'importance du sujet a été cause que nous en avons parlé tout d'abord: d'ailleurs il figurait en tête de l'avis envoyé par Lacaille aux astronomes, avant son départ. Lacaille appréciait toute l'utilité d'un grand catalogue d'étoiles : « Quand j'étais plus jeune et » d'une santé meilleure, » disait-il en 1757 [2], « j'avais formé le » projet de déterminer les positions de toutes les étoiles visibles » dans une lunette de deux pieds garnie d'un réticule, d'observer » leurs passages relativement à une ou deux étoiles déjà connues » ou que je me réservais de mieux déterminer par la suite. J'aurais trouvé leurs déclinaisons par le temps employé à traverser » la largeur du réticule. L'ouvrage devait donc avoir deux parties » distinctes. J'ai pu terminer la première relative aux positions » fondamentales des étoiles prises pour objet de comparaison. » Mais à Paris les hivers sont si nébuleux, les pluies sont si fré-

[1] *Astronomische Beobachtungen zu Bonn;* t. VII.

[2] Voyez le *Lectori astronomo monitum* dans les Astronomiae Fundamenta. Nous employons la traduction de Delambre [*Histoire de l'astronomie au dix-huitième siècle*.]

» quentes pendant les étés, que je n'ai pu suivre la seconde, pour
» laquelle je voulais employer un moyen (le réticule) qui a été
» justifié pendant mon séjour au Cap, où en dix mois, sans négli-
» ger beaucoup d'autres observations, j'ai pu déterminer les posi-
» tions d'environ dix mille étoiles australes. Je me vois contraint
» d'abandonner cette autre partie de mon travail à ceux qui
» jouissent d'un ciel plus serein. » L'ouvrage dont il est ici ques-
tion a pour titre : « Astronomiae Fundamenta novissimis Solis et Stellarum observationibus stabilita, Lutetiae, in collegio Mazarinaeo, et in Africa ad caput Bonae-Spei, peractis a Nicolao Ludovico De La Caille, in alma studiorum universitate Parisiensi Matheseon professore, regiae scientiarum Academiae astronomo, et earum quae Petropoli, Berolini, Holmiae et Bononiae florent, Academiarum socio. » In-4°, Paris, 1757. On y trouve les observations de 400 étoiles les plus brillantes dans les deux hémisphères et 150 observations du soleil. « [Les positions tirées des] observations
» souvent répétées des mêmes étoiles pourront servir à déterminer
» celles des autres étoiles fixes, celles des planètes, celles du soleil
» et ses inégalités. Elles serviront un jour à mieux déterminer
» les mouvements propres. Car plus nous examinons les étoiles
» qu'on nomme fixes, moins nous trouvons qu'elles méritent bien
» véritablement ce nom. Joignez à ces positions les réfractions et
» l'obliquité de l'écliptique, et vous aurez ce qu'on peut appeler
» les solides *Fondements de l'astronomie* [1]. » Sir John Herschel, en parlant des FUNDAMENTA, les cite comme un rare et précieux ouvrage, comme donnant le premier catalogue moderne ayant quelques prétentions à l'exactitude. « Longtemps, » dit Delambre,
« le catalogue de Lacaille a été le seul que les astronomes pussent
» consulter avec quelque sécurité. »

Le premier objet mentionné dans le mémoire de l'Académie des sciences était la détermination de la position exacte du Cap, « sur laquelle les plus célèbres géographes [différaient] d'environ 100 lieues. » Lacaille trouva pour la latitude de son Observatoire 33°55'15" sud, et, pour sa longitude, $1^h4^m18^s,5$ [2] à l'est du méri-

[1] *Lectori astronomo monitum*, déjà cité.

[2] Lacaille détermina cette longitude par l'observation de l'éclipse de lune

dien de Paris. Henderson écrivait au sujet de cette détermination, en 1833 [1] : « Ce n'est que justice envers la mémoire de Lacaille, » de reconnaître que le laps de 80 ans, et les moyens supérieurs » dus à l'état actuel de la science, n'ont pas été capables de per- » fectionner en quoi que ce soit la position géographique qu'il » avait obtenue de ce point du monde. »

Le second objet du voyage de Lacaille devait être de déterminer la parallaxe de la lune. La méthode employée était celle qui suppose deux observateurs très-éloignés l'un de l'autre, observant simultanément, ou à peu près, la hauteur de l'astre dans le méridien : « C'est » dit Lalande, « la plus naturelle et la plus exacte.» On a vu que Lacaille avait réclamé le concours des astronomes européens. Pendant qu'il observait au Cap, Cassini de Thury observait à Paris, Lalande à Berlin, Zanotti à Bologne et Bradley à Greenwich. « Ces lieux sont très-favorablement situés. La plus » grande différence des latitudes est celle entre le Cap et Berlin: » elle s'élève à $86°\frac{1}{2}$; la plus grande différence des longitudes » est par contre celle du Cap et de Greenwich : elle est de $1^h\frac{1}{4}$, » intervalle pour lequel on peut déterminer très-exactement le » mouvement de la lune en déclinaison et l'introduire dans le » calcul. [2] » La discussion des observations conduisit à une valeur de la parallaxe horizontale équatoriale de la lune dans sa moyenne distance à la terre, égale à 57′5″ pour l'aplatissement $\frac{1}{300}$ [3]. Olufsen a depuis, à la suite d'un nouveau calcul des mêmes observations, réduit cette valeur à 57′2″,80, dans l'hypothèse d'un aplatissement de la terre égal à $\frac{1}{299,15}$ [4].

Enfin, Lacaille devait profiter de l'opposition de Mars périgée

du 2 décembre 1751, et par les éclipses des satellites de Jupiter. Voir le *Mémoire sur la parallaxe de la lune* dans les Mémoires pour l'année 1761.

[1] *On the Latitude and Longitude of the Observatory at the Cape of Good Hope.* By T. Henderson, Esq., astronomer at the Cape of Good Hope. *Mémoires* de la Société astronomique de Londres, t. VI, 1833.

[2] Dr F. Brünnow, *Lehrbuch der Sphärischen Astronomie.*

[3] *Histoire de l'astronomie au dix-huitième siècle* par Delambre. — Note de l'éditeur, M. Mathieu.

[4] *Astronomische Nachrichten*, n° 326.

et de la conjonction inférieure de Vénus, en 1751, pour obtenir une nouvelle détermination de la parallaxe du soleil. Il se proposait, du moins, de faire des tentatives dans ce but. Parvenait-il à établir la parallaxe ou la distance à la terre de l'une de ces planètes, il en tirait immédiatement la distance du soleil, au moyen de la troisième loi de Kepler, en vertu de laquelle les cubes des demi-grands axes des orbites planétaires sont entre eux comme les carrés des temps des révolutions. La méthode était du reste la même que pour la lune. Déjà dans la célèbre expédition de Cayenne, de 1671, l'astronome français Richer en avait fait usage : tandis qu'il observait les hauteurs méridiennes de Mars à Cayenne, Picard et Roemer les observaient à Paris. Ces observations excitaient au plus haut point l'impatiente curiosité des savants. « L'Académie, » dit Fontenelle, « attendait le retour de ses missionnaires comme l'arrêt d'un juge appelé à se prononcer sur les difficultés qui divisent les astronomes. » Dominique Cassini, qui s'était chargé de discuter les observations, ne réussit pas d'abord à en tirer une valeur acceptable; ayant repris ses calculs plus tard, il arrêta la valeur de la parallaxe de Mars à 25",5, ce qui donnait 9",5 pour celle du soleil. — Dans un mémoire inséré au volume des *Mémoires* de l'Académie des sciences pour l'année 1760 [1], Lacaille donne sept déterminations de la parallaxe de Mars, déduites des observations de Bradley, comparées à ses observations du Cap; il en fait autant pour sept observations de Zanotti, pour quatre de Cassini [de Thury] et de Legentil, et pour onze de Suède [Wargentin, Stroemer et Schenmark]. Le milieu entre ces 29 résultats lui donne 26",1 pour la parallaxe de Mars en opposition le 14 septembre 1751. Mais en rejetant deux observations de Zanotti qui sont très-douteuses, il trouve 26",8 par les 27 autres... Il en conclut que la parallaxe du soleil était 10",246 le 14 septembre; elle devait donc être 10",198 ou 10",2 à la distance

[1] *Mémoire sur la parallaxe du soleil, qui résulte de la comparaison des observations simultanées de Mars et de Vénus, faites en l'année 1751 en Europe et au cap de Bonne-Espérance.* Nous reproduisons l'analyse de ce mémoire, insérée par Delambre dans son *Histoire de l'astronomie au dix-huitième siècle.*

moyenne. Il continue ses recherches sur les observations de Cassini, Maraldi, Delisle, Beraud, Garipuy, Darquier, Carcani, Sabatelli et Bose; et, par la moyenne de 45 déterminations, il obtient 26",2 pour la parallaxe de Mars le 14 septembre 1751. Mais il croit devoir s'arrêter au nombre 26",8, parce qu'il est donné par les observations qui méritent le plus de confiance. — Il passe ensuite aux observations de Vénus dans sa conjonction inférieure. Parmi celles qui méritent quelque confiance, il n'en trouve qu'un petit nombre qui correspondent aux siennes : elles ont été faites le 25 octobre 1751, à Greenwich, à Paris et à Thury; le 27 octobre, à Paris, Thury et Bologne; et le 17 novembre, à Paris. Les valeurs de la parallaxe de Vénus qu'on en tire sont respectivement 35",0; 41,0; 43,5; 36,0; 37,9; 38,1; 34,6, et donnent pour la parallaxe du soleil : 9",8; 11,4; 12,0; 9,8; 10,4; 10,4; 10,5. La moyenne serait 10",6; mais si l'on prend un milieu entre les quatre principales déterminations 9",8; 11,4; 9,8 et 10,5, on aura 10",38 pour la parallaxe moyenne du soleil, et comme le second résultat surpasse de beaucoup les autres, on pourra, selon Lacaille, s'en tenir à 10",2 comme à une quantité certaine à un quart de seconde près, et déduite des observations de Mars et de Vénus. Lacaille dit, à la première page du mémoire : « Je commence par la parallaxe du soleil, afin que, si dans les » deux prochains passages de Vénus sur le disque de cet astre, » on parvient à faire quelques observations bien décisives, on » puisse juger jusqu'à quel point on a pu parvenir à cette détermi- » nation, indépendamment de ces fameux et rares phénomènes. »

Lorsque Lacaille eut accompli l'objet de sa mission au Cap, il voulut encore mesurer un degré terrestre, « comme s'il avait » honte, » dit son biographe Brotier, « de scruter l'immensité » des cieux et de négliger la mesure de la terre [quasi puderet » coelorum vastitatem scrutari, et terrae mensuram non agere] [1]. » Dans une lettre du 26 août 1752, il écrivait ce qui suit : « Je

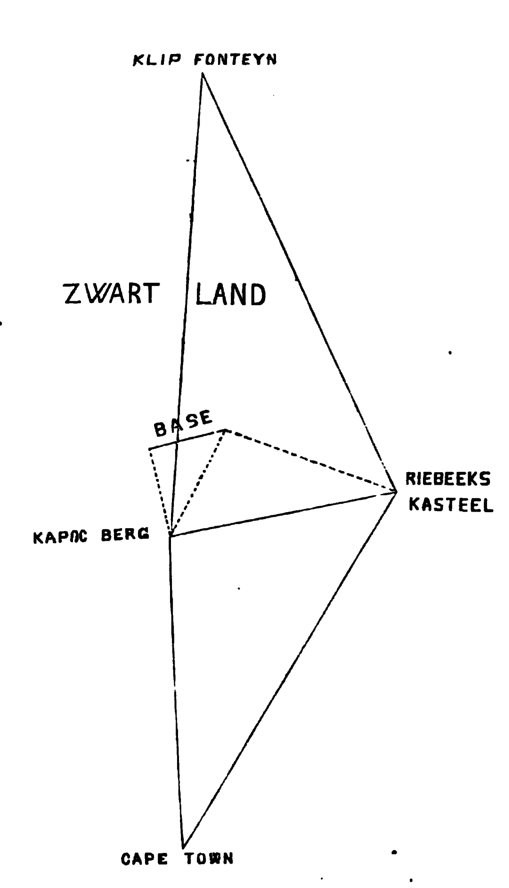
[1] *Clarissimi Viri Nicolai-Ludovici De La Caille vita*, ad Cl. V. Joannem-Dominicum Maraldi; scriptore Gabriele Brotier. Cette biographie est placée en tête du COELUM AUSTRALE STELLIFERUM.

» m'occupe de la mesure d'un degré terrestre. J'ai déjà fait, du » 5 au 22 août, un voyage pour visiter les points de station où » je dois observer et pour y placer les signaux nécessaires. Jamais » pays ne fut plus propre à de pareilles opérations; des plaines » très-étendues bordées de montagnes médiocrement hautes, » nues et bien détachées les unes des autres, ne laissant d'embar- » ras que dans le choix de la meilleure disposition; mais il ne » faudrait pas être étranger dans ce pays-ci pour profiter de ces » avantages; car comme il n'y a pas ici de routes réglées, ni » d'auberges, que la partie du nord du Cap est toute sablonneuse » et peu cultivée, il faut nécessairement se réfugier dans les » habitations dispersées au loin dans la campagne et se contenter » de la réception qu'on veut bien vous faire. Heureusement pour » moi, M. Pesthier (Bestbier) a la complaisance de me conduire » partout, et comme il est connu et très-estimé dans le pays, je » ne manque avec lui d'aucun secours [1]. » Lacaille commença ses opérations dans les premiers jours de septembre 1752 et les poussa avec une telle ardeur qu'elles étaient terminées à la fin d'octobre. L'arc mesuré avait une amplitude de 1° 13′ 17″,33 [2]; les points extrêmes étant : au sud, l'Observatoire de Lacaille dans Cape Town, à 15 pieds (anglais) au-dessus du niveau de la mer, et, au nord, Klyp Fonteyn, à 450 pieds (anglais) au-dessus du même niveau. Lacaille avait déduit cette amplitude des observations de 16 étoiles seulement, mais telle était son habileté que l'amplitude du même arc, déterminée en 1838 par l'astronome Maclear (voir plus loin) au moyen de 1133 observations de 40 étoiles, faites avec le puissant et célèbre secteur de Bradley, ne se trouva différer de la première valeur que de 0″,21 en moins. Lacaille avait quitté Cape Town le 11 septembre et était arrivé à Klyp Fonteyn, le 14; il y avait observé avec le secteur, du 16 au 25. Le 17 octobre, il avait commencé à mesurer une base dans la plaine appelée Zwart Land; outre les deux extrémités de cette base, il y

[1] J'emprunte cette lettre au remarquable ouvrage de M. J. Bertrand, intitulé: *L'Académie des sciences et les Académiciens de 1666 à 1793*. Paris, 1869.

[2] Dans les *Fundamenta Astronomiae*, Lacaille a donné pour cette amplitude 1° 13′ 17″,5.

avait quatre stations principales formant deux grands triangles unis par un côté commun [Kapocberg-Riebeeks Kasteel] (voir la figure). Nous n'entrerons pas dans le détail des opérations : répétons seulement qu'elles furent faites avec une célérité sans exemple, au travers d'obstacles naturels de toute nature, et ajoutons que Lacaille eut pour aides son hôte, M. Bestbier, un officier du corps des ingénieurs hollandais, appelé Muller, que le gouverneur du Cap avait mis spécialement à sa disposition pour le mesurage de la base, le jeune ouvrier français Retail et un certain nombre de domestiques nègres.



Lacaille trouva pour l'arc de 1°13′17″,33 compris entre Cape Town et Klyp Fonteyn, une longueur de 69669,1 toises, d'où il tira pour la longueur du degré à la latitude australe de 33° 55′, 57037 toises, c'est-à-dire un nombre presque aussi grand que celui qui avait été trouvé en France à la latitude septentrionale de 49° : la conclusion immédiate était que les deux hémisphères

n'étaient pas semblables et que la terre devait être plus aplatie vers le pôle austral que vers le pôle boréal. Cette anomalie apparente a été longtemps l'une des difficultés les plus graves de la figure de la terre. Elle disparut, il y a trente ans, à la suite de la vérification de l'arc de Lacaille, ordonnée par le gouvernement anglais. L'astronome Maclear (voir plus loin) fit voir que la courbure du méridien passant par le Cap ne différait pas sensiblement des deux côtés de l'équateur. La mesure de Lacaille donnait une courbure beaucoup moindre; et la manière dont cette erreur fut produite est très-curieuse. La base de Lacaille était un peu en erreur; sa triangulation était légèrement défectueuse : les montagnes dans le voisinage de Cape Town avaient altéré la latitude de sa station australe; celles qui avoisinaient Klyp Fonteyn avaient produit le même effet, mais à un plus haut degré, sur la station boréale; et toutes ces causes avaient agi dans le même sens sur la courbure du méridien [1].

Le jeudi 8 mars 1753, le secrétaire du gouverneur du Cap consignait dans son journal ce qui suit : « Cette après-midi, le vaisseau français *le Puisieux*, après avoir salué la ville et reçu un contre-salut, a mis à la voile pour l'île Maurice, ayant à bord M. De La Caille, qui a complété ses observations astronomiques dans ce lieu. » Après avoir passé vingt mois et demi au cap de Bonne-Espérance, Lacaille allait, par l'ordre de son gouvernement, faire les cartes des îles de France et de Bourbon. A l'île de France, il continua ses expériences sur la longueur du pendule qu'il avait commencées au Cap et qu'il termina à Paris; il en tira pour la longueur du pendule : à l'île de France, $439^{l},785$; au Cap, $440^{l},139$; à Paris, $440^{l},790$; l'aplatissement de la terre, conclu de ces observations, serait $\frac{1}{284,4}$, nombre un peu fort. Lacaille observa à l'île de France un passage entier de Mercure sur le soleil; à l'île Bourbon, il recueillit les éléments d'une relation des principaux ouragans qu'on y avait éprouvés à partir de 1733. Dans le cours de ses traversées, il fit de nombreuses obser-

[1] *Mémoires* de la Société astronomique de Londres. Rapport du conseil fait à l'assemblée générale annuelle, le 12 février 1847.

vations sur l'inclinaison et la déclinaison de l'aiguille aimantée; il détermina les coordonnées géographiques de Rio-Janeiro et de l'île de l'Ascension, et s'occupa du problème des longitudes en mer.

Le 28 juin 1754, Lacaille rentrait dans Paris, après une absence de trois ans et sept mois. A peine arrivé, il s'empressa de verser au trésor 855 livres, l'excédant d'une somme de 10,000 livres qui lui avait été donnée par le ministre pour achat d'instruments et autres frais, et pour son entretien et celui du jeune artisan, son compagnon de voyage. D'autres auraient demandé et obtenu une indemnité supplémentaire pour la mission aux îles de France et de Bourbon dont il avait été chargé à son départ du Cap et qui n'était pas comprise dans le premier objet : lui rapportait 855 livres non dépensées !

A son retour, Lacaille s'occupa de discuter et de calculer les précieuses observations amassées pendant son voyage; outre les points spéciaux que nous avons fait connaître, il soumit encore à un examen sérieux la question des réfractions astronomiques. « Presque tout ce [qu'il établit] dans son mémoire [sur cette » question] est fondé sur une comparaison perpétuelle des dis- » tances de près de 160 étoiles au zénith de Paris et du Cap, » observées dans chacun de ces deux lieux, au moins six fois cha- » cune, l'une portant l'autre, et réduites à une même époque, » 1er janvier 1750. En général les observations sont faites à son » sextant... [Il doute] que les réfractions moyennes [comme le pen- » sait Mayer soient] les mêmes par toute la terre [1]. » Il utilisa aussi les observations qu'il avait faites au Cap, pour perfectionner la théorie du soleil... Il avait repris possession de son Observatoire au collége Mazarin : sa dernière observation est le passage du soleil au méridien, le 28 février 1762. Lalande a écrit au-dessous de ce passage[2] : « Ce grand homme est mort le 21 mars 1762, » d'un rhume négligé qu'il avait pris dans son Observatoire. » Il n'avait que 49 ans.

[1] Delambre, *Histoire de l'astronomie au dix-huitième siècle.*

[2] Les manuscrits de Lacaille sont conservés à l'Observatoire de Paris.

CHAPITRE III.

Fondation de l'Observatoire de Paramatta. — Les travaux de Brisbane, de Rümker et de Dunlop.

Soixante-quatorze ans s'étaient écoulés entre Halley et Lacaille, et, après celui-ci, il fallut attendre de nouveau soixante-dix ans pour apprendre quelque chose du ciel austral; mais alors, comme pour récupérer le temps perdu, trois Observatoires furent établis presque à la même époque, à Paramatta, au cap de Bonne-Espérance et à l'île de Sainte-Hélène. Ce fut un des plus heureux résultats obtenus par la puissante impulsion de la Société astronomique de Londres [1].

Sir Thomas Makdougall Brisbane, qui érigea l'Observatoire de Paramatta, était né au mois d'août 1773; entré dans l'armée à dix-sept ans, il avait pris le goût de l'astronomie pendant un voyage aux Indes occidentales : les divers incidents d'un coup de vent lui avaient révélé toute l'importance de l'astronomie nautique, même pour un militaire. Plus tard, commandant une brigade en Espagne sous le duc de Wellington, il réglait le temps au moyen d'un sextant de poche, d'un chronomètre et d'un horizon artificiel. Durant le séjour qu'il fit à Paris, de 1815 à 1818, avec l'armée d'occupation, il contribua à empêcher un parti de soldats allemands de démolir le palais de l'Académie des sciences, et, en reconnaissance des services qu'il avait rendus, l'Académie le nomma à une place de correspondant. Sa réputation d'astronome s'était si bien établie, que lorsqu'il fut question de l'envoyer, en qualité de gouverneur, à la Nouvelle-Galles du Sud, lord Bathurst écrivit au duc de Wellington « qu'il avait besoin d'un homme pour gouverner la terre et non les cieux. » Sir Thomas ayant conjuré le duc de déclarer si jamais la science l'avait empêché de

[1] Voir dans mon *Essai sur les Institutions scientifiques de la Grande-Bretagne et de l'Irlande*, l'article consacré à la Société astronomique de Londres.

faire son devoir : « non certainement », répondit Wellington, « et je dirai que, dans aucune circonstance, vous ne fûtes absent ni en retard, le matin, à midi ou pendant la nuit; et qu'en sus, vous fournissiez le temps à l'armée [1]. »

Sir Thomas Brisbane partit pour la Nouvelle-Galles du Sud en 1821; sa qualité de gouverneur d'une grande colonie le mettait en position de réaliser ce qui eût été impossible chez un simple particulier; et il avait résolu de la faire tourner au profit de la science par la fondation d'un Observatoire. Trois instruments : une lunette des passages de 5 ½ pieds de longueur focale, par Troughton, un cercle mural de deux pieds de diamètre par le même, et un cercle répétiteur de 16 pouces de Reichenbach étaient destinés au service du nouvel établissement; et deux astronomes, M. Charles Rümker, de Hambourg, et M. James Dunlop, avaient été engagés avec des appointements considérables.

L'Observatoire fut érigé à Paramatta aussitôt après l'arrivée de sir Thomas, et dès que les instruments eurent été montés, les observations commencèrent.

Les observations aux instruments méridiens furent faites par Rümker et Dunlop, du mois de mai 1822 au mois de juin 1823; par Dunlop seul, jusqu'en mars 1826; et par Rümker, à partir du mois de mai 1826 jusqu'à la fin de l'année 1828, en qualité d'astronome de la colonie. Nous parlerons plus loin de ces observations, dont l'objet était la formation d'un grand catalogue des étoiles australes. Auparavant, il nous faut donner l'historique des recherches auxquelles sir Thomas Brisbane et ses aides se livrèrent, en dehors du travail capital dont il est ici question.

PARAMATTA, le siége de l'Observatoire, était un lieu de plaisance, situé à 22 ½ kilomètres de Sydney, capitale de la colonie. Les coordonnées géographiques de l'Observatoire, données par Rümker dans les *Transactions philosophiques* pour l'année 1829 [2],

[1] *Mémoires* de la Société astronomique. Rapport du conseil fait à l'assemblée générale annuelle, le 8 février 1861. Sir Thomas Brisbane est mort le 28 janvier 1860.

[2] PART. III. *Containing astronomical observations made at the Observatory at Paramatta;* by Charles Rümker, Esq.

sont 33°48′49″,8 sud et $10^h4^m6^s,3$ à l'est de Greenwich; sa hauteur au-dessus du niveau de la mer, 60 pieds (anglais). Le *Government House*, à Sydney, où beaucoup d'observations furent faites par Brisbane, avait pour coordonnées 33°51′58″; $10^h4^m57^s$.

La première observation qui fut faite à Paramatta fut celle du solstice d'hiver[1] de 1821 : elle fut annoncée par Schumacher dans les *Astronomische Nachrichten* (n° de septembre 1822). On avait établi le cercle répétiteur de Reichenbach dans une maison voisine de l'Observatoire en construction, dont on avait déterminé la position par des observations d'étoiles, d'éclipses des satellites de Jupiter et des distances lunaires.

Le 2 mai 1822, les observations commencèrent à l'Observatoire qui fut terminé ce jour-là. Le 2 juin, Rümker aperçut la comète d'Encke à la place calculée par le célèbre astronome dont elle porte le nom. Encke avait été longtemps à la piste de cette comète. En 1818, il avait réussi à l'identifier avec la comète observée par Méchain et Messier en 1786, puis avec la comète découverte par Miss Herschel en 1795, et avec la comète de Pons, de 1805. Le résultat de ses investigations avait été que la comète se montrerait de nouveau en 1822, mais qu'elle ne serait pas visible en Europe. On concevra la joie que dut ressentir Encke d'après celle d'Olbers à qui Rümker avait envoyé les observations faites du 2 au 23 juin (après le 23, l'éclat de la lune n'avait plus permis de voir la comète, et quand la pleine lune avait été passée, elle était devenue trop faible pour pouvoir être observée). « Enfin, » écrit Olbers à Schumacher, le 4 février 1823 [2], « j'ai le bonheur de vous annoncer que notre Rümker a retrouvé heureusement la comète d'Encke, à Paramatta. J'en ai reçu la nouvelle hier, à ma grande joie... Il est fâcheux que Rümker ayant, contre toute attente, aperçu la comète de si bonne heure, n'ait pas pu la suivre après le clair de lune, en juillet. D'après la théorie, elle aurait encore dû rester visible pendant ce dernier mois. Les comètes, il

[1] Il est important de remarquer que nous continuerons à désigner, dans l'hémisphère austral par *solstice d'hiver*, celui qui a lieu au mois de *décembre*; et par *solstice d'été*, celui qui a lieu au mois de *juin*.

[2] *Astronomische Nachrichten*, n° 25; février 1823.

est vrai, présentent souvent d'étranges anomalies dans l'éclat de leur lumière : mais peut-être aussi notre ami se sera-t-il laissé décourager trop vite. Toutefois les observations de juillet n'auraient peut-être pas eu l'exactitude que celles dont la communication est faite ici semblent posséder. Voilà donc la grande, l'importante découverte de l'excellent Encke pleinement confirmée! Cet admirable calculateur a déterminé l'orbite de la comète avec une exactitude telle que les observations de Rümker ne s'écartent que très-peu de son éphéméride basée sur le premier système d'éléments. Encke regarda avec raison comme étant le plus probable, ce premier système qui fixait le moment du périhélie au 24 mars 1822, 0^h temps moyen de Seeberg (Gotha). L'instant de ce périhélie, conclu des observations, ne se présentera guères que trois heures plus tard. C'est un triomphe vraiment glorieux pour la nouvelle astronomie!... » Le 21 février 1823, Encke écrit à Schumacher [1] : « ... Le résultat le plus intéressant est le nouveau raccourcissement de près d'un quart de jour que la durée de la révolution a subi. Si la théorie donnait une explication vraisemblable de cette particularité et fournissait, par suite, la possibilité d'en tenir compte, le rapprochement des cinq périhélies observés permettrait de déterminer les autres éléments avec assez d'exactitude pour que le parfait accord entre les lieux calculés à l'avance et les lieux observés ne fût plus, comme cela a été le cas lors du dernier retour, la conséquence d'un choix heureux. »

La Société astronomique de Londres décerna, en 1823, sa médaille d'or à Encke pour l'éclatant succès de ses calculs, et elle récompensa par une médaille d'argent le zèle et le talent d'observateur de Rümker.

Parmi les observations faites jusqu'en 1823 à Paramatta, par Rümker, il faut citer des observations d'occultations d'étoiles, de l'éclipse de soleil du 16 août 1822, de la seconde comète de 1822, des satellites de Jupiter, de Mars à son opposition, du solstice d'été de 1822 (en commun avec Brisbane), du passage de Mercure sur le soleil, du 5 novembre 1822, et du solstice d'été

[1] *Astronomische Nachrichten*, n° 29; mars 1823.

de 1823 : c'est le dernier solstice qu'il ait observé en commun avec le gouverneur; celui-ci avait observé seul le solstice d'hiver de 1822.

Le 16 juin 1823, Rümker quitta l'Observatoire de Paramatta, mais il continua à résider dans la colonie. Nous le trouvons installé, au mois de septembre suivant, aux pâturages de Stargard [1] : le 14 juillet 1824, il y découvre une comète dans la constellation du Lion et continue à l'observer jusqu'au 6 août. En envoyant ses observations à Olbers [2], il écrit : « Je regrette d'avoir été depuis dix-huit mois presque entièrement inactif; je n'ai pas d'autre instrument que mon vieux télescope de Hambourg (un télescope de Gilbert, muni d'un micromètre circulaire de Repsold), un chronomètre d'Arnold et un sextant. Le télescope n'a pas d'installation parallatique et, de plus, il tremble beaucoup quand il fait du vent. »

La position de Stargard était la suivante : latitude, 34°10'11"sud; longitude, $10^h2^m41^s$ à l'est de Greenwich.

Deux comètes furent découvertes en Europe en 1825, l'une par Gambart, l'autre par Pons : toutes les deux furent observées à Stargard : la première, du 9 au 15 juillet; la seconde, du 2 octobre au 20 décembre. A propos de cette dernière, Rümker écrit à Schumacher, le 30 janvier 1826 [3] : « Je n'ai aperçu la belle comète que le 2 octobre, dans l'Éridan. Son mouvement rapide et sa grandeur montrent qu'elle est très-près de la terre. Malheureusement il ne m'a pas été possible de prêter plus d'attention aux objets astronomiques, vu que mon activité est entièrement tournée vers l'agriculture, sans cela j'aurais trouvé cette comète longtemps auparavant; de plus, mes yeux étaient dirigés à l'ouest vers la comète d'Encke que, malgré toutes mes peines, je ne suis point parvenu à voir... »

On lisait dans une lettre de Rümker à Encke, datée de Stargard, le 15 janvier 1826 [4] : « Je vous assure que je n'ai épargné

[1] *Stargard Cowpastures.*
[2] *Astronomische Nachrichten*, n° 78; juin 1825.
[3] *Ibid.*, n° 102; août 1826.
[4] *Ibid.*, n° 107; octobre 1826.

aucune peine pour retrouver votre comète après le périhélie. Comme j'avais préparé d'avance des diagrammes des étoiles qui l'avoisinaient chaque jour et que je les trouvais toujours exacts, la comète a dû se présenter dans le champ de mon télescope. Avant le périhélie, je ne l'ai pas cherchée; il n'y a du reste pas de doute que vous ne l'ayez vue. Je suis vraiment désolé de ne pas avoir cette fois le plaisir de pouvoir vous être utile; s'il était en ma puissance de vous rendre service d'une autre manière, à vous ou à la science, ce qui est la même chose, je vous prie instamment de me le faire connaître. »

Sir Thomas Brisbane quitta la Nouvelle-Galles du Sud à la fin de 1825 : avant de partir, il avait transféré l'Observatoire de Paramatta au gouvernement colonial qui remboursa la dépense des instruments et nomma M. Rümker pour remplir les fonctions d'observateur.

La rentrée de Rümker à l'Observatoire fut le signal du départ de Dunlop: celui-ci ne retourna pas immédiatement en Europe, mais continua à résider pendant près d'un an à Paramatta, et s'y livra à différentes recherches astronomiques. En 1828, la Société astronomique de Londres lui décerna sa médaille d'or pour ses observations des nébuleuses de l'hémisphère austral. « Ces observations, » disait le président de la Société, sir John Herschel, dans la séance générale du 8 février 1828, « ont été faites par M. Dunlop après le départ de sir Thomas Brisbane de la colonie; elles ont été faites avec des instruments qu'il avait construits lui-même et à ses frais, au milieu de difficultés devant lesquelles eût reculé un autre moins animé d'un amour réel et désintéressé pour la science. Le résultat a été la description et la détermination de plus de 600 nébuleuses et amas d'étoiles. Et quand on se rappelle que Lacaille ne put observer qu'environ 40 ou 50 de ces curieux objets, on acquiert une certaine idée de l'étendue de ce travail. M. Dunlop ne s'est pas borné aux nébuleuses : il a réuni une collection nombreuse et importante d'étoiles australes doubles, qu'il s'occupe à réduire et à mettre en ordre, et une variété de particularités intéressantes et curieuses sur les grandeurs, les couleurs, etc., des étoiles composantes les plus remarquables. »

Les observations d'étoiles doubles dont il est ici question servirent à construire un catalogue qui parut dans les *Mémoires* de la Société astronomique de Londres[1], sous le titre : « The approximate places of 253 double and triple stars for the beginning of 1827, as observed with a 9 feet reflecting telescope at Paramatta, New South Wales, from the latter end of 1825 to the beginning of 1827. » Sur le titre est mentionnée la circonstance que les observations ont été faites à 2 secondes de temps environ à l'est de l'Observatoire de sir Thomas Brisbane. — Le catalogue des nébuleuses et des amas d'étoiles, comprenant 629 de ces objets [2], avait été inséré dans les *Transactions philosophiques* pour 1826. Sir John Herschel put se convaincre plus tard, au cap de Bonne-Espérance, que la médaille d'or accordée à l'observateur avait été une récompense un peu exagérée de son *zèle* et de son *ardeur*. Les représentations que Dunlop avait données des principaux objets furent trouvées, pour la plus grande partie, soit incorrectes, soit insuffisantes; tandis que les descriptions des autres étaient si imparfaites, ou leurs positions si erronées qu'Herschel, après les recherches les plus attentives, après l'examen le plus approfondi, ne parvint à identifier que le tiers d'entre eux.

Les observations régulières des étoiles qui avaient été continuées par Dunlop à l'Observatoire jusqu'au 2 mars 1826, furent reprises au mois de mai suivant par Rümker, et prolongées jusqu'à la fin de 1828.

Rümker observa également les solstices et les oppositions de Mars ainsi que les conjonctions inférieures de Vénus, de 1826 et 1828.

Le 4 septembre 1826, il aperçut une comète dans Orion : c'était la comète que Pons avait déjà trouvée le 8 août dans l'Éridan et qui put être observée en Europe jusqu'à la fin de novembre. — Il observa aussi le retour de la comète d'Encke en 1828.

Rümker avait déterminé la longueur du pendule battant les

[1] Tome III, 2e part.; 1829.

[2] Les observations ont été faites avec un télescope de neuf pieds de distance focale.

secondes de temps moyen à Paramatta, dans le vide, au niveau de la mer et à 0° Réaumur : il l'avait trouvée de 39,0891435 pouces anglais (992,4128 millimètres) [1]. En 1822, sir Thomas Brisbane avait donné pour cette longueur le nombre 39,07696 et Dunlop, le nombre 39,07751 [2].

Son intention avait été de mesurer un degré en Australie [3], mais il renonça à ce projet, et retourna en 1829 à Hambourg où il reprit la direction de l'école de navigation, poste qu'il occupait au moment de son départ pour la Nouvelle-Galles du Sud : il devint en même temps directeur de l'Observatoire fondé par la ville. En 1857, il obtint sa retraite et passa ses dernières années à Lisbonne [4].

Rümker fut remplacé à Paramatta par Dunlop : ces deux astronomes étaient prédestinés à alterner. Dunlop arriva pour la seconde fois dans la colonie vers la fin de 1831.

C'est une singulière destinée que celle de ce Dunlop : il fut longtemps comblé d'honneurs, puis sa mémoire tomba dans un assez grand discrédit. Nous avons déjà vu ses observations sur les nébuleuses et les étoiles doubles, frappées de suspicion, après avoir été récompensées par la médaille d'or de la Société astronomique de Londres. Il avait publié en 1827 ses observations de la comète de 1825 [5] : la queue de cette comète, d'après lui, se composait de cinq branches distinctes de longueurs inégales et embrassant un espace de 2° dans le point le plus éloigné de la tête de l'astre. Les diverses branches de cette queue multiple n'étaient pas toujours dans la même position relativement aux bords de la queue totale; en examinant le temps qui s'écoulait entre deux retours des branches à une position identique, il trouva en moyenne 19^h37^m. Tel serait donc le temps de la révolution de la

[1] Les observations ont été publiées dans les *Mémoires* de la Société astronomique de Londres, t. III, 2e partie.

[2] *Transactions philosophiques* pour l'année 1823, 2e partie.

[3] *Astronomische Nachrichten*, n° 117; mars 1827.

[4] Il y est mort le 21 décembre 1862, à l'âge de 74 ans et demi.

[5] *The Edinburgh journal of science*, conducted by David Brewster; t. VI, 1827.

queue de la comète de 1825. A la date du 19 octobre, les rayons partant des queues extrêmes paraissaient se croiser derrière la comète comme le font les rayons qui divergent du foyer d'une lentille. A la date du 1[er] novembre, on trouve dans la relation de M. Dunlop ces expressions non moins catégoriques : « A 1° $\frac{1}{2}$ de la tête, les rayons des diverses queues se croisent et divergent ensuite indéfiniment. En telle sorte que les rayons formant le bord de droite de la queue proviennent du bord de gauche de la tête, et réciproquement. » — « En examinant attentivement les bords de la queue de la comète de 1811, William Herschel y aperçut des filets lumineux qui semblaient éprouver des variations de longueur considérables, fréquentes, rapides. Ces phénomènes parurent au grand astronome la preuve d'un mouvement de rotation de la queue. Ce qui n'était que probable d'après les remarques faites sur les phénomènes un peu fugaces que présentait la queue de la comète de 1811, serait parfaitement démontré d'après les observations recueillies à la Nouvelle-Hollande par Dunlop, directeur de l'Observatoire de Sydney (Paramatta). » Ainsi s'exprime Arago à qui nous avons emprunté l'analyse du mémoire de Dunlop. Puis il ajoute : « Quelques astronomes anglais ont fait récemment planer de tels soupçons sur quelques travaux de leur compatriote de la Nouvelle-Hollande, que je n'ai pu m'empêcher de présenter avec l'expression du doute les résultats qu'il déduisit de la série des observations de la comète de 1825 [1]. »

Le 30 septembre 1833, Dunlop découvrit une comète à Paramatta et l'observa du 1[er] au 16 octobre.

Le 19 mars 1834, il aperçut une autre comète et en prit cinq positions, du 21 mars au 14 avril [2]. Cette comète se trouva être la même que Gambart avait observée à Marseille le 8 mars : voici comment l'astronome français avait rendu compte de sa découverte, dans une lettre adressée à Schumacher [3] : « Le 8 (mars) au

[1] *Astronomie populaire*, t. II ; 1855.

[2] Les observations des deux comètes de 1833 et 1834, faites par Dunlop, ont été publiées dans les *Mémoires* de la Société astronomique de Londres, t. VIII ; 1835. — Voir aussi les *Astronomische Nachrichten*, n° 271 ; 14 janvier 1835.

[3] *Astronomische Nachrichten*, n° 261 ; 7 mai 1834.

matin, au moment où je cessais mes recherches, j'aperçus dans le Sagittaire, assez près de l'horizon, une nébuleuse dont la présence me surprit un peu... Le 10,... je retrouvais ma nébuleuse de l'avant-veille; elle paraissait s'être éloignée sensiblement de l'arc du Sagittaire... Les 11 et 12, le ciel était couvert. Le 13, toutes nos recherches ont été inutiles... Le diamètre de cette comète n'était guère que de 4 ou 5 minutes; elle était bien ronde et d'une lumière pâle. » M. Gambart n'avait pu prendre qu'une seule position le 10. M. Schumacher s'empressa de l'informer de la découverte de la même comète, faite à Paramatta : voici la réponse de Gambart, datée de Marseille, le 15 janvier 1835 [1]. « Vous ne vous êtes pas trompé en jugeant que la nouvelle que vous me donniez dans votre dernière lettre exciterait mon intérêt; je puis vous dire même, que depuis longtemps je n'avais pas éprouvé de satisfaction aussi vive qu'en apprenant que cette comète du mois de mars, que je croyais décidément perdue pour nous, avait été observée, et pour tout de bon, dans l'autre hémisphère... J'avais pensé dans le temps, qu'il pourrait y avoir une réapparition à l'occident, vers le mois de mai; depuis que ce dernier espoir avait été déçu, le souvenir de cette comète m'était bien des fois revenu comme un désagréable arrière-goût. Grâce à Dieu et à M. Dunlop, m'en voilà quitte... »

Après les deux comètes de 1833 et 1834, nous ne trouvons plus d'autres observations de Dunlop que des observations, faites aux instruments méridiens, de Mars et de Vesta et des étoiles dans les parallèles de ces planètes [2].

Dunlop reçut en 1835 la médaille du roi de Danemark, et celle de Lalande, décernée par l'Académie des sciences de Paris : le 30 janvier 1837, il fut élu correspondant de cette Académie par 25 suffrages sur 49; M. Carlini, de Milan, en avait obtenu 22. Il mourut vers 1848, mais sa mort ne fut annoncée à l'Institut que dans la séance du 25 février 1851, d'après une lettre de M. Pentland : son successeur à l'Académie fut le célèbre M. Argelander.

[1] *Astronomische Nachrichten*, n° 273; 11 février.
[2] *Mémoires* de la Société astronomique de Londres, t. VIII, 1835.

Si, comme on l'a dit, le temps remet chaque chose à sa place, il produit quelquefois des réactions contre lesquelles il est bon de se prémunir. En veut-on une preuve, que l'on compare le ton général du discours prononcé par Herschel, lors de la séance du 8 février 1828, et dont nous n'avons reproduit qu'un faible extrait, avec la conclusion de la notice nécrologique, consacrée à sir Thomas Brisbane dans le rapport du conseil de la Société astronomique, du 8 février 1861 : « ... L'institution de l'Obser-
» vatoire de Brisbane, à Paramatta, fut un noble ouvrage, bien
» que, par une variété de causes sur lesquelles il n'avait pas de
» contrôle, les bénéfices aient été, dans une grande mesure,
» insignifiants (*nugatory*). La principale faute semble avoir été le
» manque de stabilité de l'instrument des passages, qui a fait
» perdre aux résultats du catalogue d'étoiles la plus grande partie
» de leur valeur. Après un si long intervalle de temps, il serait
» sans objet de déterminer la part de blâme, encourue par les
» individus : mais on doit regretter vivement que les opérations
» d'un Observatoire aussi important n'aient pas produit de résul-
» tats mieux calculés pour dédommager son fondateur. » Mettons en regard de cette conclusion ce que disait Herschel dans la séance précitée : « ... La grande masse des observations faites au
» cercle mural et à l'instrument des passages, ont été, à diffé-
» rentes époques, communiquées à la Société royale, et sont
» déposées pour le moment dans ses archives. Si nous formons
» notre jugement d'après celles dont un aperçu a été donné dans
» les séances publiques de ce corps illustre, mais qui, d'après ce
» que nous savons, ne constituent qu'une partie relativement
» faible du tout, elles forment l'une des séries les plus intéres-
» santes et les plus importantes qui aient jamais été faites, et
» doivent être regardées comme marquant une ère caractéristique
» dans l'histoire de l'astronomie australe... ».

L'Observatoire dont la fondation avait valu à sir Thomas Brisbane la médaille d'or de la Société astronomique [1], a-t-il été réel-

[1] Cette médaille lui fut décernée en 1828, en même temps qu'une autre médaille d'or était conférée à M. Dunlop, comme nous l'avons dit.

lement perdu pour une connaissance du ciel austral plus étendue et plus exacte que celle dont la science était redevable à Lacaille? C'est la question que nous allons examiner en prenant comme guide un homme très-compétent [1]. Les observations d'étoiles, faites à Paramatta, du 2 mai 1822 au 2 mars 1826, d'abord par Rümker et Dunlop, et ensuite par Dunlop seul, ne furent réduites que beaucoup plus tard sous la direction de M. W. Richardson; le catalogue préparé par ce dernier parut à Londres, en 1835, sous le titre de : *A Catalogue of 7385 stars, chiefly in the Southern Hemisphere* (*reduced to 1825*); in-4° [2]. Quelque temps auparavant, Johnson avait publié son catalogue de 606 étoiles principales, observées à Sainte-Hélène, de 1830 à 1832 (voir plus loin.) Il fut donc possible d'établir des comparaisons, et Richardson les donna lui-même dans un appendice à son travail. Les écarts entre les déclinaisons ne présentent rien d'extraordinaire, l'écart moyen s'élevant à peine à 2″. Les ascensions droites laissent considérablement à désirer; même après leur avoir fait subir les corrections moyennes données à la page 275 du catalogue, on n'est pas encore sûr de la seconde de temps. Nous trouvons, par exemple, à la page 262, par — 62°5′ de déclinaison : γ Reticuli, J — B = — 0s,82; ν Pavonis, J — B = + 4s,08; et la correction moyenne, d'après la page 275, serait + 1s,82, et remarquez que la première étoile a été observée 6 fois à Paramatta, la seconde, 3 fois. Des étoiles du même parallèle offrent souvent des différences de 2 à 3 secondes. Voici comment on peut jusqu'à un certain point s'expliquer ces anomalies : A l'époque où l'on commença à réduire les étoiles du catalogue de Brisbane, on ne connaissait, à part les déterminations de Lacaille de 1751 et 1752, d'autres déterminations d'ascensions droites d'étoiles situées au sud du zénith de Paramatta, que celles publiées par Rümker dans les *Transactions*

[1] *Ueber die von Dr C. Rümker in Paramatta angestellten Fixstern — Beobachtungen*. Von Herrn Dr C. R Powalky. ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN, n° 1630, 25 février 1867.

[2] En 1832, Rümker avait publié à Hambourg un catalogue provisoire sous le titre : *Preliminary Catalogue of fixed stars, intended for a prospectus of a catalogue of the stars of the Southern Hemisphere*, etc.

philosophiques pour 1829, et déduites d'observations de hauteurs et d'azimuts faites à Paramatta. Des six étoiles brillantes ainsi déterminées, et qui étaient situées dans les parallèles de — 52° à — 78°, deux, β Hydri et 2 α Centauri, avaient un très-fort mouvement propre que l'on ne soupçonnait pas encore dans ce temps-là; elles donnèrent naturellement des résultats contradictoires en apparence avec ceux déduits, pour les mêmes étoiles, de passages méridiens observés à une autre époque, et comme, en sus, les déterminations fondamentales de Rümker avaient été obtenues par des moyens que l'on jugeait insuffisants, on n'osa pas s'en servir. Il n'y eut donc plus autre chose à faire qu'à réduire les observations des ascensions droites au moyen des étoiles bien déterminées au nord du zénith. La position des instruments dut être acceptée comme corrigée par l'observateur de toutes les erreurs, aucune donnée n'existant à cet égard. Nous disons : la position *des instruments*, parce que les passages avaient été observés tant au cercle mural qu'à la lunette méridienne. Or, le cercle mural n'est pas en soi bien propre à fournir les ascensions droites, quand les étoiles de comparaison ne se trouvent pas dans le même parallèle. L'instrument des passages, de son côté, quand on voulut comparer les déterminations du catalogue de Brisbane avec les ascensions droites trouvées par d'autres observateurs, dignes de confiance, pour des étoiles comprises entre l'horizon nord et l'horizon sud, l'instrument des passages, disons-nous, manifesta une discontinuité de stabilité dans le voisinage du zénith, dont l'influence sur les positions des étoiles, dès qu'on négligeait d'en tenir compte, ne pouvait manquer de se faire sentir. — M. le Dr Powalky, à qui nous avons emprunté ce qui précède, a recherché comment on pourrait déterminer les erreurs de l'instrument des passages : il serait fort à souhaiter, d'après les communications qu'il a données sur l'instrument dont il s'agit, qu'on recalculât les observations des passages servant de base au catalogue de Brisbane; les ascensions droites très-nombreuses, observées au cercle mural, pourraient également recevoir de notables améliorations, si on leur appliquait la méthode employée par Gould dans sa réduction des observations faites par d'Agelet avec un quart de cercle.

Le catalogue de Brisbane était fondé, avons-nous vu, sur les observations faites à Paramatta, du mois de mai 1822 au mois de mars 1826. Mais Rümker avait repris ses observations en mai 1826 et les avait continuées jusqu'à la fin de 1828 : il avait commencé à les réduire, mais s'était arrêté au mois de mai 1827. Le catalogue ainsi formé contenait 2200 étoiles australes, dont 800 avaient été observées plus d'une fois dans l'intervalle précité. A différentes reprises, Rümker avait exprimé le désir que son ancien élève, M. le Dr Powalky, fût chargé de continuer son travail et de préparer ses observations pour la publication. Ce vœu a été exaucé; les manuscrits originaux et le résultat des réductions déjà faites ont été remis par la famille de Rümker à M. Powalky, et ce dernier a reçu de l'Académie de Berlin les subsides nécessaires pour mener son entreprise à bonne fin. — M. Powalky a commencé immédiatement l'examen des observations, et il n'a pas tardé à s'assurer de la possibilité d'établir un bon accord entre les observations faites au nord du zénith et celles qui avaient été faites au sud du même zénith : l'instabilité de l'instrument n'existant que dans le voisinage de ce point. — Les observations de Rümker déjà séparées de nous par un intervalle de quarante ans conserveront longtemps encore une valeur et une importance réelles. Lorsqu'elles auront été réduites avec le soin scrupuleux qu'on est en droit d'attendre d'un calculateur tel que M. Powalky, elles permettront de déterminer avec exactitude les mouvements propres, parfois considérables, dont un grand nombre d'étoiles australes paraissent affectées.

Ici s'arrêtent nos renseignements sur l'Observatoire de Paramatta. A partir de 1835, nous n'en avons plus aucune nouvelle, si ce n'est par l'élection de Dunlop, comme correspondant de l'Académie des sciences de Paris, en 1837, et par l'annonce de la mort de cet astronome, faite en 1851.

Nous finirons par deux extraits, tirés l'un du rapport présenté à la Société astronomique de Londres dans sa séance générale du 13 février 1829, l'autre de la *Revue d'Édimbourg* pour juillet 1848. Voici le premier : « Nous apprenons que le gouvernement songe à adopter l'Observatoire de Paramatta, déjà distingué dans

les annales de l'astronomie, et l'on peut espérer que l'avis donné par votre Conseil sur cet objet [par suite d'une communication du président de la Société royale], contribuera à étendre les recherches astronomiques dans l'hémisphère austral. » Nous prenons le second extrait dans un article de la Revue d'Édimbourg sur les observations faites par sir John Herschel au cap de Bonne-Espérance. L'auteur de cet article dit, à propos du catalogue de Brisbane : « L'Observatoire de Paramatta a été, depuis, transféré au public par son généreux et noble fondateur; un observateur doté d'un salaire convenable a été nommé pour en prendre la direction, mais les observations, si elles ont été faites, n'ont jamais été publiées. » Nous avons vu que M. Rümker ne méritait en aucune manière le doute jeté sur son zèle et sur son activité : on a pu s'assurer qu'il avait bien gagné ses appointements. Quant à M. Dunlop, nous ignorons, ainsi qu'il a été dit, comment il a employé son temps à partir de 1835, et nous ne savons si dans l'intervalle entre son retour et cette époque, il a fait d'autres observations que celles publiées par lui et dont nous avons parlé.

CHAPITRE IV.

Fondation de l'Observatoire du cap de Bonne-Espérance.
— Les travaux de Fallows.

Nous allons maintenant retourner au cap de Bonne-Espérance et raconter comment ce point du globe, déjà célèbre par le séjour de Lacaille, est devenu le siége d'un Observatoire de premier ordre.

La proposition d'établir un Observatoire au Cap [1] fut faite au Bureau des Longitudes de Londres, par M. Davies Gilbert [2], dans la séance du 3 février 1820 [3]. Sir Joseph Banks, président de la

[1] La colonie du Cap, fondée par les Hollandais en 1650, était devenue depuis 1815, la propriété des Anglais.

[2] Davies Gilbert fut élu président de la Société royale en 1827.

[3] Nous avons employé, pour composer cet historique, les documents publiés

Société royale, se joignit à l'auteur de la motion pour faire ressortir tous les avantages que l'astronomie retirerait d'une pareille institution : rien, selon lui, ne tournerait plus à la gloire de l'Angleterre que l'initiative prise dans cette circonstance. La proposition ayant été adoptée, le « comité des instruments et des propositions » auquel devaient s'adjoindre sir Joseph Banks, M. Gilbert et M. Pond, astronome royal, fut invité à préparer un rapport sur le plan à adopter pour un pareil Observatoire et sur la dépense probable à laquelle il donnerait lieu. Le comité se composait du Dr Wollaston, du capitaine Kater, du général Mudge et du Dr Thomas Young. Un premier rapport fut présenté au Bureau dans la séance du 6 avril ; il était daté du 17 février et portait ce qui suit : « Prenant en considération le temps considérable que nécessitera l'établissement d'un Observatoire complet au Cap, eu égard aux difficultés provenant de l'abondance de sable dans presque toutes les parties de la contrée et d'autres circonstances locales, le comité recommande de nommer l'astronome, aussitôt qu'on aura trouvé la personne qu'il faut pour ce poste, et de le faire partir avec des instruments portatifs, afin qu'il puisse mettre le comité à même de se former une meilleure idée des arrangements à prendre. Dans l'intervalle, il conviendra de commander les principaux instruments nécessaires à l'Observatoire ; ces instruments devront avoir les mêmes dimensions que ceux de Greenwich et être construits, autant que possible, de la même manière. » Le Bureau s'étant rangé à cet avis, le comité s'adressa à MM. Troughton, Dollond et Jones pour demander les prix auxquels ils pourraient livrer les instruments indispensables, et, le 27 avril, il communiqua au Bureau la liste suivante : M. Troughton. Un micromètre zénithal de 25 pieds, 700 livres. — M. Dollond. Un instrument des passages, 500 livres ; un télescope newtonien de 7 pieds, de 9 pouces d'ouverture, 210 livres ; deux lunettes

par M. Airy, en tête du mémoire intitulé : *Results of the observations made by the Rev. Fearon Fallows, at the Royal Observatory, Cape of Good Hope, in the years 1829, 1830, 1831. Reduced under the superintendence of G. B. Airy, Esq., Astronomer Royal.* Ce mémoire, lu à la Société astronomique le 9 novembre 1849, a été imprimé dans le tome XIX des Mémoires, 1851.

achromatiques de 46 pouces, 315 livres. — M. Jones. Un cercle mural de 6 pieds, 787 livres $\frac{1}{2}$. Total 2512 livres $\frac{1}{2}$. — Les instruments devaient être livrés dans les deux ans. — M. Pond fit observer que le secteur équatorial de Greenwich pourrait être mis à la disposition du Cap, ainsi qu'un télescope newtonien de 6 pieds, ce qui écarterait la nécessité d'un nouveau télescope et réduirait la dépense à 2300 livres. Les artistes furent invités à commencer sans retard les travaux de construction ; et, le 22 juillet, le Dr Young, secrétaire du Bureau des Longitudes, communiqua les procès-verbaux des séances tenues le 3 février et les 6 et 27 avril, à M. Barrow, secrétaire de l'Amirauté. Celle-ci, à son tour, les transmit, avec un avis entièrement favorable, à la Trésorerie et au Bureau des colonies : le 9 octobre, elle était informée que le comte Bathurst, principal secrétaire d'État de Sa Majesté auprès du Département colonial, se ralliait complétement au projet d'établir un Observatoire au cap de Bonne-Espérance ; et que, sur la recommandation de leurs seigneuries, le gouverneur du Cap avait été invité à assigner, aux frais du gouvernement colonial, une pièce de terre convenable pour cet objet, à l'intervention et au choix de l'astronome que leurs seigneuries auraient nommé, et, de plus, à faire tout ce qui serait en son pouvoir pour atteindre le but proposé. — Enfin, le 20 octobre 1820, fut rendu à Carlton-House l'arrêté royal qui établissait un Observatoire au Cap. Cet arrêté porte que le roi, en son Conseil, a entendu la lecture du mémoire suivant, émané des lords commissaires de l'Amirauté et daté du 16 du mois courant : « Le Bureau des Longitudes ayant décidé qu'il serait d'une haute importance pour les progrès de l'astronomie pratique et de la navigation d'établir au cap de Bonne-Espérance un Observatoire permanent où l'on recueillerait une série d'observations comparatives, faites dans les circonstances les plus favorables, pour corriger les imperfections inévitables, provenant des instruments employés et des matériaux environnants, par une tendance à des erreurs égales et opposées propre à amener une compensation, et le Bureau des Longitudes nous ayant pour ces raisons recommandé avec instance l'établissement d'un pareil Observatoire au cap de Bonne-Espé-

rance, et nous ayant représenté dans une lettre de son secrétaire, datée du 22 juillet dernier, que les instruments nécessaires coûteraient, d'après l'estime la plus exacte, environ 2300 livres, en sus de la dépense du bâtiment même dont il n'est pas possible de faire l'évaluation dans ce pays-ci, et qu'il proposerait de composer le personnel et d'arrêter les salaires comme suit: Un astronome à 600 livres par année; un assistant, à 250 livres id.; un ouvrier à 100 livres id. : nous demandons la permission de représenter en toute humilité à Votre Majesté que nous partageons l'opinion du Bureau des Longitudes sur l'utilité d'ériger un Observatoire au cap de Bonne-Espérance, et que la nomination du personnel indiqué avec le salaire affecté à chaque emploi nous semble nécessaire et convenable; et pour ces raisons, nous proposons très-humblement à Votre Majesté qu'il plaise gracieusement à Votre Majesté par votre ordre en Conseil de nous autoriser à faire ériger un Observatoire au cap de Bonne-Espérance et à composer le personnel proposé par le Bureau des Longitudes avec les salaires qu'il indique, les dits salaires devant être portés au budget de la Marine. Et nous représentons encore en toute humilité à Votre Majesté que M. Lushington nous a informés, par une lettre du 9 août dernier, du consentement donné par les lords commissaires de la Trésorerie à la mesure dont ils reconnaissent la convenance et aux salaires prémentionnés dans lesquels ils voient le moyen de décider des hommes de science à accepter les postes à créer. » — « Sa Majesté, ayant pris le dit mémoire en considération, a bien voulu, de l'avis conforme de son Conseil privé, approuver ce qui s'y trouve renfermé; et autorise, par le présent arrêté, les lords commissaires de l'Amirauté à faire ériger un Observatoire au cap de Bonne-Espérance et à composer le personnel comme il est indiqué et avec les salaires proposés par le Bureau des Longitudes; les dits salaires devant être portés au budget de la Marine. »

Le 26 octobre 1820, le révérend Fearon Fallows, maître ès arts, membre (Fellow) du collége Saint-Jean à Cambridge, fut nommé par l'Amirauté astronome au cap de Bonne-Espérance. M. Fayrer, sur la recommandation du Dr Young, lui fut adjoint un peu plus tard comme premier assistant.

M. Fallows était né le 4 juillet 1789, à Cockermouth, dans le comté de Cumberland. Son père était un tisserand. En 1809, il fut admis au collége Saint-Jean, à Cambridge, et en 1813, il figurait le troisième sur la liste des *Wranglers* (disputeurs), le *Senior Wrangler* (le premier de la liste) étant sir John Herschel. Dès qu'il eut pris ses grades, il alla professer les mathématiques à Bennet College, mais il ne tarda pas à être rappelé (en 1815) au collége Saint-Jean, où une place de *Fellow* (Fellowship) était devenue vacante. Les quelques mois qui s'écoulèrent entre sa nomination comme directeur de l'Observatoire du Cap et son départ pour la colonie, furent employés par lui à visiter les Observatoires publics et privés de l'Angleterre, ainsi que les ateliers des artistes les plus célèbres, et à rechercher les moyens les meilleurs et les plus simples de faire, d'enregistrer et de réduire les observations astronomiques. Il arrêta également avec M. Rennie, l'ingénieur, le plan général de l'Observatoire du Cap : la forme était celle de la lettre H, la partie intermédiaire renfermant les chambres pour les observations méridiennes, les ailes étant destinées à la résidence de l'astronome et de ses aides, et surmontées par des dômes pour des équatorials. Ce plan fut approuvé par le Bureau des Longitudes, le 1er février 1821, et M. Rennie fut invité à préparer un plan détaillé. — Le 5 février, le Dr Young transmit à M. Barrow, secrétaire de l'Amirauté, les *Instructions pour l'astronome à l'Observatoire du Cap*, qui avaient été rédigées par un comité spécial du Bureau des Longitudes. En voici la teneur : 1. Dans le choix d'un site pour l'Observatoire, il [l'astronome] ne doit pas perdre de vue la nécessité d'éviter la poussière de sable qui prédomine dans plusieurs parties de la colonie, et l'avantage d'avoir une étoile brillante à une minute ou deux du zénith, si c'est possible. — 2. En attendant l'achèvement de l'Observatoire, il s'occupera de faire un catalogue approximatif des étoiles australes avec l'instrument des passages et l'équatorial portatif dont on s'est pourvu pour lui ; et de déterminer la latitude de l'Observatoire de Lacaille. — 3. Dès que l'Observatoire aura été terminé et que les instruments seront en place, il devra, autant que possible, établir ses observations sur le même plan

que celles de Greenwich et les faire de la même manière; employer les mêmes étoiles toutes les fois que la chose pourra avoir lieu sans inconvénients; et tenir le registre dans la même forme, afin que le tout puisse constituer deux séries correspondantes, comparables dans toutes leurs parties. — Il prêtera une attention particulière à l'observation de la comète de 1819, en prenant pour guide l'éphéméride calculée par le professeur Encke pour le retour de la comète en 1822. — Il ne négligera aucune occasion de faire les observations propres à perfectionner la théorie de la réfraction. — 6. Chaque semestre, il enverra au secrétaire du Bureau des Longitudes une copie correcte de toutes ses observations, préparées pour l'impression. — Ces instructions furent approuvées par l'Amirauté et transmises ensuite à M. Fallows.

Parti d'Angleterre le 4 mai 1821, M. Fallows arriva au Cap le 12 août suivant. Son premier soin fut de chercher un site pour son Observatoire. A cet effet, il examina une grande étendue de terrain dans le voisinage de Cape Town. L'idée lui était venue de s'établir à côté de la maison de M. De Witt, siége des observations de Lacaille, mais la vue y était trop interceptée. Il finit par adopter provisoirement la station de Tiger Hill, bien qu'il n'y eût ni eau ni verdure sur cette colline, et qu'aucune étoile réellement brillante ne passât près de son zénith. — Le Bureau des Longitudes, dans sa séance du 7 février 1822, approuva l'emplacement choisi par M. Fallows, mais il rejeta pour le moment un projet de vérification et d'extension de l'arc de Lacaille, que l'astronome du Cap avait proposé à l'Amirauté : « M. Fallows, » disait le comité des instruments et des propositions, « a soulevé des objections sur l'exactitude de la direction du fil à plomb aux extrémités de l'arc de Lacaille, mais il ne nous paraît pas bien désirable qu'il soit procédé actuellement au remesurage de cet arc; les instruments nécessaires pour conduire les opérations avec une parfaite exactitude ne pourraient pas, du reste, être achevés avant quatre ou cinq mois au plus tôt. » Le comité exprimait ensuite l'avis qu'il y aurait lieu, par la suite, de mesurer un arc de méridien, plus étendu, près du Cap, et il proposait d'ajouter aux instruments déjà

commandés, un secteur zénithal et un théodolite, avec les chaînes et autres appareils propres à mesurer une base. Cette dernière proposition fut également ajournée par le Bureau.

Le 8 mars 1822, M. Fallows écrivait au secrétaire de l'Amirauté qu'il avait renoncé à établir son Observatoire à Tiger Hill, le ciel y étant fréquemment couvert de nuages; et que son choix définitif s'était arrêté sur un terrain situé entre Liesbeck River et Zwart River. C'est là en effet que l'Observatoire a été bâti, avec l'approbation du Bureau des Longitudes, non sans avoir éprouvé de nombreux retards. Le terrain qu'on avait supposé être la propriété du gouvernement fut réclamé par trois particuliers à la fois, et ce ne fut qu'après de longues négociations qu'on en obtint 2 $\frac{7}{16}$ acres, le 6 juillet 1823. Les plans, bien qu'ils fussent prêts depuis longtemps, n'arrivèrent au Cap que le 15 décembre 1824. M. Fallows mit aussitôt la main à l'œuvre, et prit toutes les mesures nécessaires pour l'érection de l'édifice. En 1825, les travaux reçurent une vigoureuse impulsion par la présence d'un ingénieur envoyé d'Angleterre, et, vers le printemps de 1827, l'édifice se trouvait achevé dans ses parties importantes, mais les piliers destinés à recevoir les instruments ne furent terminés que vers la fin de l'année. Ensuite il fallut s'occuper des travaux de détail, placer les instruments, etc., de telle sorte que les observations astronomiques sérieuses ne purent commencer qu'en 1829.

Conformément aux instructions qui lui avaient été données, M. Fallows s'était occupé, à son arrivée au Cap, de dresser un catalogue de presque toutes les étoiles principales entre le zénith et le pôle sud. Ce catalogue, renfermant 273 étoiles réduites au 1er janvier 1824, fut annoncé dans la séance du Bureau des Longitudes, du 6 novembre 1823, et inséré dans le volume des *Transactions philosophiques* pour 1824. Les observations avaient été faites avec une lunette méridienne portative de Dollond, de 20 pouces de distance focale, et un assez médiocre instrument d'altitude et d'azimut, de Ramsden.

La position de M. Fallows n'était pas, à cette époque, des plus agréables. Il logeait dans une maison si mal construite qu'un jour la toiture s'effondra emportant avec elle une partie du bâtiment,

et que si, par bonheur, la famille de l'astronome n'eût été sortie, elle eût couru un grand danger. — Il n'avait que des instruments secondaires; son premier aide, M. Fayrer, l'avait quitté dès le milieu du mois de mai 1822, et, le 17 juillet 1824, il se voyait forcé de démissionner M. Skully, qui, d'abord deuxième aide à l'Observatoire, avait remplacé M. Fayrer : de sorte qu'il se trouvait tout seul.

Les intérêts astronomiques du Cap n'étaient pas, au reste, négligés en Angleterre. Dans sa réunion du 7 novembre 1822, le Bureau des Longitudes, après avoir approuvé la nomination de M. Skully en qualité de premier aide, avait résolu de proposer à l'Amirauté l'acquisition d'une horloge de Hardy, du prix de 100 guinées. — Le 29 novembre 1824, le capitaine Ronald était désigné, sur la recommandation expresse de M. Pond, pour remplacer M. Skully, et, en 1826, l'Amirauté faisait solder les prix du cercle mural, de l'instrument des passages et d'un télescope réflecteur (de sir William Herschel) appartenant à l'Observatoire de Glasgow, et que celui-ci avait cédé, à la demande du Bureau des Longitudes : ce télescope avait 14 pieds de distance focale et 12 pouces d'ouverture. — Le capitaine Ronald avait accompagné ces instruments au Cap, où il était arrivé au commencement de décembre 1826. — En juin 1827, une pièce de terre supplémentaire était acquise vers le confluent de Liesbeck River et de Zwart River pour y placer une marque méridienne.

Le capitaine Ronald avait apporté d'Angleterre un pendule invariable : les expériences qui avaient été faites avec ce pendule à Londres et celles auxquelles M. Fallows le soumit au Cap conduisirent à une longueur de 39,07857 pouces anglais (992^{mm},5780)[1].

Lorsque les observations astronomiques commencèrent en 1829, un essai très-court suffit pour inspirer à M. Fallows toute confiance dans l'instrument des passages; mais il éprouva de grandes difficultés avec le cercle mural, et, pendant longtemps, il se refusa, semblerait-il, à les attribuer à leurs vraies causes : une forme de pivot fort erronée et une division très-défectueuse.

[1] *Transactions philosophiques* pour 1831.

Le 17 octobre 1830, le capitaine Ronald fut contraint, par l'état de sa santé, de retourner en Angleterre. Ce fut une grande perte pour M. Fallows qui, lui-même, avait essuyé pendant l'été de la même année une dangereuse attaque de fièvre scarlatine. Le capitaine Ronald, ayant donné sa démission le 29 mars 1831, fut remplacé bientôt après par le lieutenant Meadows; et l'Amirauté, informée de la maladie de l'astronome en titre, prit des mesures pour que le départ du nouvel aide eût lieu le plus tôt possible. Cependant, quelque hâte qu'on y mit, quand ce dernier débarqua au Cap, Fallows était mort: sa constitution n'avait pu résister aux rudes travaux de l'Observatoire; peu après son arrivée, tandis qu'il plaçait son petit instrument des passages, il avait été frappé d'un coup de soleil dont il avait beaucoup souffert; d'autres indispositions, moins sérieuses, étaient venues l'assaillir ensuite et il ne s'était jamais bien rétabli de l'attaque de scarlatine, mentionnée ci-dessus. Au commencement de 1831, sa santé devint de plus en plus mauvaise, et vers la fin de mars, il se décida à essayer d'un changement d'air; mais il était trop tard. Le 25 juillet, il expirait dans la quarante-troisième année de son âge. C'était un astronome plein de zèle et d'ardeur; après le départ du capitaine Ronald, se trouvant, seul et malade, devant deux grands instruments méridiens, il avait su utiliser la bonne volonté et l'intelligence de sa femme (il s'était marié le 1er janvier 1821) pour observer au cercle mural, tandis que lui-même observait à l'instrument des passages; « et l'astronome du Cap, comme Hevelius, avait eu le plaisir de trouver son meilleur assistant dans la partenaire de ses affections [1]. »

A la mort de Fallows, l'Observatoire fut remis aux soins du révérend John Fry, par le commodore Schomberg, le principal officier de la station navale du Cap. John Fry était chapelain du vaisseau de Sa Majesté, *Maidstone*, et avait inspiré une grande confiance au défunt; il conserva la garde de l'Observatoire jusqu'à l'arrivée du lieutenant Meadows. Le commodore transmit à

[1] Rapport du conseil de la Société astronomique à la 12me assemblée générale annuelle, le 10 février 1832; t. V des *Mémoires*.

l'Amirauté une copie que M. Fallows avait fait faire par un aide temporaire [M. Robertson] de ses observations et de ses calculs. Cette copie fut déposée à la Société royale où se trouvaient déjà les observations originales du catalogue des principales étoiles australes, ainsi que d'autres manuscrits originaux, envoyés par M. Fallows en Angleterre, à différentes époques, notamment en 1829 et en 1830 [1].

Au printemps de 1846, les manuscrits des observations faites au Cap furent placés entre les mains de l'astronome royal, M. Airy : ce dernier se chargea de présider à leur réduction, et reçut les pouvoirs nécessaires de l'Amirauté, le 12 juin de la même année. Le 9 novembre 1849, il présenta ses résultats à la Société astronomique, et ils furent insérés, comme on a pu le voir précédemment, dans le tome XIX des *Mémoires*, sous le titre : *Results of the observations made by the Rev. Fearon Fallows, at the Royal Observatory, Cape of Good Hope, in the years* 1829, 1830, 1831. Voici un résumé de ce travail : L'instrument des passages avait 10 pieds de longueur focale et 4,9 pouces d'ouverture; le réticule comptait sept fils, mais M. Fallows n'observait qu'à cinq fils. En ce qui concerne le cercle mural, M. Fallows écrivait, à la date du 7 novembre 1830, ce qui suit : « J'ai été jusqu'ici dans l'impossibilité de faire concorder les lectures *prises séparément;* mais, pris *collectivement*, les résultats sont aussi satisfaisants qu'on peut le désirer. Aucune faute, je pense, ne peut être découverte dans les divisions du cercle; les micromètres des microscopes sont bien ajustés ; et cependant, quand on n'emploie que *deux* microscopes opposés, l'erreur de l'index varie sans cesse pour différentes parties de l'instrument, tandis qu'elle reste à peu près constante, si l'on combine trois microscopes à 120° de distance. Je puis répondre de la stabilité du massif... Il semblerait qu'il existe une flexion de l'axe, masquée par la puissante influence des six microscopes. » Le cercle dont il est ici question, ayant été envoyé en 1839 à l'Observatoire de Greenwich [il avait été

[1] Tous les manuscrits de Fallows (observations originales, calculs, copies), se trouvent aujourd'hui à l'Observatoire de Greenwich.

remplacé au Cap par un autre cercle de Jones, de la même forme et de mêmes dimensions], on trouva le grand pivot sensiblement déformé, et un examen attentif conduisit M. Simms à découvrir que le collier en acier du pivot était complétement relâché, ayant été mal soudé. — M. Airy a tiré des observations faites en 1829, 1830 et 1831 : 1° un catalogue des positions de 425 étoiles réduites au 1er janvier 1830; 2° un tableau d'ascensions droites et de distances polaires du soleil, de la lune, de Mercure, Vénus, Mars, Jupiter, Saturne, Uranus, et de la comète de 1830. Il a admis dans ses calculs la position de l'Observatoire du Cap, déterminée par Henderson, à savoir: Latitude, 33°56′3″ sud; longitude à l'est de Greenwich, $1^h13^m55^s$.

Le 6 octobre 1831, M. Henderson avait été nommé astronome de l'Observatoire du cap de Bonne-Espérance, en remplacement de M. Fallows. L'année qu'il passa au Cap, d'avril 1832 à mai 1833, fut féconde en résultats; mais, avant d'entreprendre l'exposé de ses travaux, nous devons, pour suivre l'ordre des temps, revenir à notre point de départ.

CHAPITRE V.

Les travaux de Johnson à l'île de Sainte-Hélène.

L'île de Sainte-Hélène, signalée par les travaux de Halley, fut rendue un instant à l'astronomie en 1761. La Société royale de Londres y envoya Maskelyne pour observer le passage de Vénus sur le soleil. Outre ce passage, le futur astronome royal d'Angleterre avait encore en vue de nouvelles recherches sur la parallaxe de la lune et sur celle de Sirius, dont il avait un vague soupçon; mais toutes ses espérances furent déçues. Au moment du passage de la planète, des nuages couvrirent le ciel [1], et ses autres projets échouèrent par suite d'un vice dans la suspension

[1] Plus heureux que Maskelyne, MM. Mason et Dixon, délégués également par la Société royale de Londres, purent observer le passage au cap de Bonne-Espérance.

du fil à plomb du secteur qu'il avait apporté d'Europe. Toutefois son voyage ne fut point perdu pour la science; il en résulta un nouveau mode de suspension du fil à plomb pour les secteurs, les quarts de cercle, etc., que les astronomes s'empressèrent d'adopter, et, dans ses traversées, Maskelyne s'occupa, ainsi que l'avait fait Lacaille, du problème des longitudes; l'essai qu'il fit de la méthode proposée pour la détermination de la longitude en mer, au moyen des distances de la lune au soleil et aux étoiles, le porta, à son retour, à recommander fortement cette méthode, à donner des préceptes pour en faciliter et en simplifier l'application, et à solliciter la publication d'une éphéméride nautique qui devint le NAUTICAL ALMANAC.

Soixante ans après Maskelyne, un jeune officier d'artillerie venait tenir garnison à Sainte-Hélène. Son inclination le portait vers les études astronomiques; il ne tarda pas à y faire de rapides progrès, et lorsque la compagnie des Indes orientales résolut d'ériger un Observatoire dans l'île, elle trouva le lieutenant Johnson tout préparé pour en prendre la direction. Pendant qu'on bâtissait l'Observatoire, Johnson visita deux fois l'astronome du Cap, M. Fallows, afin de mettre à profit l'expérience et les conseils de ce dernier. L'édifice étant terminé et les instruments, une lunette méridienne de cinq pieds deux pouces de distance focale et de 3,1 pouces d'ouverture, et un cercle mural de quatre pieds de diamètre, mis en place, Johnson commença en novembre 1829, une série d'observations qui, prolongées jusqu'au mois d'avril 1833, conduisirent à la formation d'un catalogue de six cent six étoiles australes. Ce catalogue fut récompensé en 1835 par la médaille d'or de la Société astronomique de Londres, et fut imprimé aux frais de la compagnie des Indes [1]. Chargé d'en rendre compte, l'astronome Henderson avait fait un rapport très-favorable: « Un catalogue exact des principales » étoiles de l'hémisphère austral, » disait-il [2], « construit pour

[1] *A Catalogue of 606 principal fixed stars in the Southern Hemisphere* (reduced to 1830). In-4°; Londres, 1835.

[2] Voir dans les *Mémoires* de la Société astronomique, t. VIII, le compte rendu de la séance générale du 13 février 1835.

» notre époque et digne de prendre place à côté des catalogues » de nos Observatoires européens, était depuis longtemps un » DESIDERATUM en astronomie. Le catalogue du lieutenant Johnson » arrive fort à propos pour combler cette lacune. Une visite que » j'eus l'occasion de faire à l'Observatoire de Sainte-Hélène [1], » l'examen des observations et des résultats qui en ont été tirés, » et la comparaison de ces résultats avec ceux auxquels ont con- » duit les observations non encore publiées du cap de Bonne- » Espérance m'ont donné la certitude que les instruments, à » Sainte-Hélène, bien qu'inférieurs, en puissance et en dimen- » sions, à ceux de nos grands Observatoires, sont devenus, par » la manière intelligente dont on a su les employer, suffisants » pour les importants objets auxquels on les a appliqués; que les » observations ont été faites avec tout le soin et l'activité dési- » rables, que les calculs offrent toutes les garanties de l'exacti- » tude, et que les positions des étoiles contenues dans le catalogue » sont déterminées avec une précision approchant de très-près, » si elle ne l'atteint pas, de celle que présentent les catalogues » publiés par les Observatoires européens les plus renommés... » En terminant son rapport, Henderson exprimait le vœu que l'Observatoire de Sainte-Hélène fût maintenu. L'île avait été remise au gouvernement du roi, en 1832, et Johnson était revenu en Angleterre, avec une pension. Le gouvernement pensa que l'Observatoire de premier ordre, établi au Cap, devait suffire aux besoins de la science, et il ne fut plus question de Sainte-Hélène. Avant de quitter définitivement cette île, nous citerons les observations de l'éclipse de soleil du 27 juillet 1832, et celles de l'opposition de Mars, faites la même année par Johnson, du 14 octobre au 22 décembre : elles ont été publiées dans le tome VI des *Mémoires* de la Société astronomique de Londres.

Johnson avait déterminé la latitude de son Observatoire par des observations d'étoiles directes et réfléchies sur le mercure et par les observations des solstices de 1829, 1830, 1831 et 1832.

[1] En allant prendre la direction de l'Observatoire du cap de Bonne-Espérance.

Il avait conclu sa longitude d'un grand nombre d'observations de la lune et des étoiles de même culmination. Voici les coordonnées qu'il adopte dans son *Catalogue:* Latitude, 15°55'26",0 sud; longitude, $0^h22^m54^s,6$ à l'ouest de Greenwich.

A son retour en Europe, Johnson s'établit à Oxford : au mois de mai 1839, il y fut nommé directeur de l'Observatoire de Radcliffe. Il mourut le 28 février 1859. J'ai raconté ailleurs [1] ce qu'il avait fait dans le poste de *Radcliffe Observer*, qu'il occupa pendant vingt ans; je n'y reviendrai pas ici.

CHAPITRE VI.

Les travaux de Henderson au cap de Bonne-Espérance.

Thomas Henderson, le successeur de Fallows au cap de Bonne-Espérance, était né à Dundee, en Écosse, le 28 décembre 1798. Fils d'un commerçant aisé, il fut destiné au barreau et reçut une excellente éducation. A l'âge de quinze ans, il entra chez un *solicitor* et y resta six ans. Ce fut pendant cette période qu'il commença à consacrer ses heures de loisir à l'étude de l'astronomie. Il se rendit ensuite à Édimbourg, afin de compléter ses études de droit et de se faire une position. De 1819 à 1831 il fut attaché successivement, comme secrétaire, à divers avocats; les travaux fastidieux auxquels il devait se livrer, et qu'il accomplissait avec zèle et talent, ne lui faisaient pas oublier l'astronomie. Le professeur Wallace, à qui il avait été présenté, lui avait procuré le libre accès de l'Observatoire de Calton Hill. Henderson put ainsi s'exercer à la pratique des instruments; il se familiarisa en même temps avec les méthodes de réduction des observations, et acquit une grande facilité dans le calcul des éclipses, des occultations, des orbites des comètes, etc. Une méthode nouvelle qu'il

[1] Voir dans mon *Essai sur les Institutions scientifiques de la Grande-Bretagne et de l'Irlande*, les chapitres consacrés aux OBSERVATOIRES et à la SOCIÉTÉ ASTRONOMIQUE DE LONDRES.

avait imaginée pour calculer les occultations des étoiles par la lune le mit, en 1824, en rapport avec le célèbre docteur Young, et fut insérée par celui-ci dans le *Nautical Almanac* pour l'an 1827. Young avait recommandé Henderson, à la mort de Robert Blair, pour la chaire d'astronomie pratique de l'université d'Édimbourg ; il avait songé également à lui pour lui succéder dans la direction du *Nautical Almanac*. Mais les démarches échouèrent dans les deux circonstances, et ce ne fut qu'en 1831 que l'homme de loi put disparaître enfin pour faire place à l'astronome [1]. Le 6 octobre 1831, comme nous l'avons dit, Henderson fut nommé directeur de l'Observatoire du cap de Bonne-Espérance : il n'accepta ce poste qu'avec une certaine répugnance, et seulement pour complaire à ses amis. Il arriva au Cap en avril 1832, et commença immédiatement ses observations.

Les principaux instruments de l'Observatoire du Cap étaient, ainsi qu'on l'a vu, une lunette des passages de 10 pieds, par Dollond, et un cercle mural de 6 pieds, de Jones; et le seul assistant était le lieutenant Meadows, qui avait été envoyé dans la colonie, l'année précédente. On jugera de l'activité déployée par Henderson, par l'énumération suivante de ses travaux : Détermination de la latitude et de la longitude de l'Observatoire; positions des étoiles vers le pôle sud pour servir à déterminer les positions polaires des instruments; quantité de la réfraction vers l'horizon; observations de la lune et des étoiles pour déterminer la parallaxe horizontale de notre satellite; observations de Mars pour déterminer la parallaxe de cette planète, et, subséquemment, celle du soleil; observations des éclipses des satellites de Jupiter; occultations d'étoiles par la lune; un passage de Mercure; positions des comètes d'Encke [2] et de Biela [3]; et, finalement, entre 5000 et 6000 observations de déclinaisons d'étoiles. Tous ces travaux,

[1] Ce qui précède est extrait du chapitre consacré aux OBSERVATOIRES dans l'*Essai sur les Institutions scientifiques de la Grande-Bretagne et de l'Irlande*, déjà cité.

[2] A son apparition en juin 1832. *Transactions philosophiques* pour 1833.

[3] Du 18 novembre 1832 au 3 janvier 1833. *Mémoires* de la Société astronomique, t VI.

qu'on ne l'oublie pas, furent accomplis dans l'espace de treize mois.

En mai 1833, Henderson résigna son office, et bientôt après, il retourna en Europe. Sa santé, écrivait-il au secrétaire de l'Amirauté, le mettait hors d'état de supporter plus longtemps le travail requis, et il désespérait de pouvoir le reprendre : l'Observatoire, considéré comme un lieu de résidence, présentait des inconvénients si graves et demandait un genre de vie si différent de celui auquel il avait été habitué, qu'un séjour ultérieur devenait impossible. Une fois rendu à son foyer, il s'occuperait de réduire ses observations et d'en tirer les résultats en vue desquels elles avaient été entreprises. En finissant, il recommandait l'état de l'Observatoire à la considération de leurs seigneuries [1].

Dès le mois d'octobre 1832, Henderson avait envoyé à la Société astronomique de Londres, un mémoire sur la latitude et la longitude de l'Observatoire du cap de Bonne-Espérance [2]. « M. Fallows, » y est-il dit, « avait conclu de ses observations faites avec le cercle mural de six pieds, de Jones, que la latitude de l'Observatoire était 33°56'4". Mes propres observations, faites avec le même instrument, m'ont donné pour la distance angulaire entre le pôle sud et le point horizontal, ou pour la latitude, 33°56'2",8 [en nombre rond, 33°56'3"]. Le pôle a été déterminé par des observations des étoiles circompolaires, dont les positions sont données dans le mémoire suivant [3]; le point horizontal, par des observations de différentes étoiles des deux côtés du zénith, faites directement et par réflexion sur le mercure... Pour déterminer la longitude, M. Fallows fit en 1829 et 1830 un grand nombre d'observations des passages de la lune et des étoiles voisines, avec la lunette méridienne de dix pieds, de Dollond. En les comparant avec les observations correspondantes, faites en Europe (à Greenwich, Cambridge, Abo, Édimbourg), j'ai trouvé que [la longitude

[1] Voir dans le t. XV des *Mémoires* de la Société astronomique (1846), le rapport du conseil, lu à la séance générale du 14 février 1845.

[2] Ce mémoire, lu à la séance du 10 mai 1833, est inséré dans le t. VI des *Mémoires* (1833).

[3] Ce second mémoire a pour titre : *Positions of several Stars near the South Pole;* il porte la date du 28 septembre 1832.

moyenne de l'Observatoire du Cap, à l'est de Greenwich, était $1^h13^m55^s,8$]. Des expériences de M. Fallows sur le pendule, insérées dans les *Transactions philosophiques* pour 1830, je conclus que la hauteur du rez-de-chaussée de l'Observatoire au-dessus du niveau moyen de la mer à Table Bay est d'environ 35 pieds... Il serait intéressant de déterminer trigonométriquement la distance entre l'Observatoire et le site connu de l'Observatoire de Lacaille dans Cape Town. La longitude assignée par Lacaille à son Observatoire, $1^h4^m18^s,5$ à l'est de Paris, et celle calculée par Encke, d'après les observations de Lacaille, Mason, Dixon, Wales et Bayly [1], à savoir, $1^h4^m20^s$ à l'est de Paris, ou bien respectivement $1^h13^m40^s$ et $1^h13^m41^s,5$ à l'est de Greenwich, concordent d'une manière remarquable avec la distance connue de notre Observatoire à Cape Town : environ trois milles et demi, dans la direction du sud-est. » Il y a, dans ce qui précède, une légère erreur: la longitude $1^h4^m20^s$, calculée par Encke, ne se rapporte pas à l'Observatoire de Lacaille, mais à celui de Mason et Dixon, situé à $0^s,9$ à l'ouest du premier, et qui, selon toute apparence, doit avoir été utilisé en 1775 par Wales et Bayly, pour y faire leurs observations. Wales et Bayly accompagnaient, en qualité d'astronomes, le capitaine Cook dans son dernier voyage; Mason et Dixon s'étaient arrêtés au Cap pour y observer le passage de Vénus de 1761.

La longitude de l'Observatoire du Cap $1^h13^m55^s,8$ à l'est de Greenwich, rapportée dans le paragraphe précédent, avait été déduite des observations de Fallows. Plus tard, Henderson la réduisit à $1^h13^m55^s$. Il avait trouvé, d'après ses propres observations de la lune et des étoiles de même culmination, faites en 1832 et 1833, et comparées avec les observations correspondantes de Greenwich et de Cambridge, $1^h13^m54^s,4$; prenant une moyenne entre cette détermination et la précédente, il arrivait à $1^h13^m55^s,1$, et adoptait provisoirement le nombre rond $1^h13^m55^s$ [2].

[1] Voir l'ouvrage d'Encke : *Die Entfernung von der Erde aus dem Venusdurchgange von 1761 hergeleitet;* Gotha 1822.

[2] *Supplement to a paper*, *entitled:* « *On the Latitude and Longitude of the*

La note sur les *Positions de différentes étoiles vers le pôle sud* débute ainsi : « Il est bien connu qu'il n'existe pas d'étoile voisine du pôle sud, qui puisse être observée pendant le jour, même avec les plus puissants instruments méridiens dont il est fait usage dans les Observatoires. Sous ce rapport, les astronomes de l'hémisphère austral ne sont pas aussi heureux que leurs frères du Nord : ces derniers possèdent, dans les étoiles α et δ Ursae minoris, deux objets célestes admirablement appropriés à la détermination des positions polaires de leurs instruments, non-seulement parce qu'ils sont visibles de jour, mais parce que leurs coordonnées conclues d'observations nombreuses faites dans les premiers Observatoires, présentent une grande exactitude. Dans l'hémisphère austral, il devient nécessaire d'avoir recours à des étoiles d'une grandeur moindre, et même d'en augmenter le nombre, afin que l'une ou plusieurs d'entre elles puissent passer au méridien à un moment convenable de la nuit. » — Vient ensuite un catalogue de sept étoiles, réduites au commencement de 1832.

Avant de partir pour le Cap, Henderson avait exprimé le désir que l'on fît un choix d'étoiles propres à être observées avec la planète Mars, lors de son opposition en novembre 1832, dans le but de trouver la parallaxe du soleil, et qu'une liste de ces étoiles fût envoyée aux astronomes des différents points du globe, pour obtenir des observations correspondantes. Une pareille liste avait été préparée par la Société astronomique de Londres, et mise en circulation avec des instructions sur la manière de faire les observations. Cinq séries furent obtenues des Observatoires du Cap, de Greenwich [deux instruments, le cercle mural de Troughton et celui de Jones], de Cambridge et d'Altona; et par la comparaison de la première avec les quatre autres, Henderson trouva pour la parallaxe du soleil les valeurs suivantes : 9",076; 9",343; 8",588 et 9",105, qui, en tenant compte des poids, don-

Observatory at the Cape of Good Hope. » Cet écrit a été lu à la séance de la Société astronomique du 13 juin 1834, et se trouve dans le t. VIII [1835] des *Mémoires*. Les coordonnées géographiques de l'Observatoire du Cap : 33°56'3" sud et $1^h13^m55^s$, déterminées par Henderson, ont figuré jusqu'à présent dans le *Nautical Almanac*.

naient une moyenne égale à 9",028; ce nombre se rapprochait plus de la vérité que celui trouvé par Lacaille [10",2], mais la discordance des valeurs séparées ne permettait pas de l'accepter avec une grande confiance. Henderson ne se faisait du reste aucune illusion à cet égard; on lit à la fin de son mémoire [1]: « Il est bon de remarquer que la saison pendant laquelle la dernière opposition de Mars eut lieu, n'était pas favorable pour des observations exactes de la planète au Cap, parce que le vent du sud-est y prévalait alors, et que, tant qu'il continue, l'atmosphère est dans un état de trouble, et le bord tremblant et mal défini d'une planète, plus difficile à bien observer que l'image instable et diffuse d'une étoile... La meilleure saison pour obtenir des observations précises est celle qui s'étend de mars à octobre, et comprend les mois d'hiver. » Henderson n'a pas employé les observations qui avaient été faites par Johnson, à l'île de Sainte-Hélène, et que nous avons mentionnées.

Après avoir déterminé la parallaxe du soleil, Henderson attendit quatre années pour faire connaître le résultat de ses recherches sur la parallaxe de la lune. Son mémoire, qui est daté d'Édimbourg, le 1er novembre 1837, fut lu à la Société astronomique de Londres, le 10 novembre suivant [2]. Les observations de la déclinaison de la lune, faites au cercle mural du Cap en 1832 et 1833, combinées avec les observations correspondantes, faites à Greenwich et à Cambridge, lui donnent une parallaxe de la lune égale à 57'1",8. Cette détermination n'offre pas des garanties suffisantes d'exactitude, d'après la manière dont elle a été obtenue. On avait indiqué par un astérisque, dans le *Nautical Almanac* et le *Berliner Jahrbuch* pour les années 1832 et 1833, différentes étoiles

[1] *Letter from Mr. Henderson to Professor Airy, on the Sun's Parallax.* Cette lettre datée d'Édimbourg, le 11 novembre 1833, a été imprimée dans le t. VIII des *Mémoires* de la Société astronomique [1835]; elle est suivie d'un Supplément, daté de Londres, le 2 juin 1834.

[2] *The Constant Quantity of the Moon's Equatorial Horizontal Parallax, deduced from Observations made at Greenwich, Cambridge, and the Cape of Good Hope, in 1832 and 1833.* T. X des Mémoires de la Société astronomique, 1838.

dont les déclinaisons pouvaient être observées en même temps que celle de la lune dans les deux hémisphères, ce qui permettait d'obtenir les déclinaisons apparentes de notre satellite, affranchies des erreurs affectant les déclinaisons des étoiles observées. Mais, comme les étoiles choisies étaient généralement très-petites, et qu'il arrivait souvent qu'à leur passage au méridien, le soleil était au-dessus de l'horizon dans l'un des hémisphères, beaucoup d'entre elles ne purent pas servir pour l'objet en vue, de sorte que le nombre des observations correspondantes qui furent faites était insuffisant. Henderson se crut alors en droit de conclure les différences des déclinaisons apparentes de la lune, observées dans deux Observatoires, des observations d'étoiles différentes. « Les déclinaisons relatives des principales étoiles, » dit-il, « sont connues aujourd'hui avec une grande exactitude, comme il apparaît par l'accord entre les différences de déclinaison que fournissent les observations et les catalogues des Observatoires contemporains. »

Le cercle mural qui servit à Henderson pour ses observations de déclinaisons d'étoiles avait causé de grandes perplexités à l'astronome Fallows; les lectures des microscopes ne s'accordaient pas entre elles, et, bien que Fallows eût acquis la conviction qu'on pouvait accepter comme exacte la moyenne des six microscopes, il n'avait pas su découvrir la cause de cette anomalie. Henderson la chercha à son tour, et, dans un mémoire assez développé, portant la date du 31 janvier 1834 [1], il essaya de l'explication suivante : la figure de l'instrument n'était pas un cercle exact, mais un ovale d'une faible excentricité, dont le centre ne coïncidait peut-être pas avec le centre du mouvement; les pivots sur lesquels il tournait n'étaient pas exactement circulaires, et l'instrument entier changeait fréquemment de position sur le massif, parce que le support en forme d'*Y* du pivot antérieur manquait de stabilité. Du reste, la moyenne des lectures des six microscopes n'était affectée par ces imperfections qu'à un degré très-faible, sinon nul, et l'erreur probable de l'instrument n'excédait

[1] Ce mémoire fut lu à la séance du 13 juin 1834 de la Société astronomique : il a été inséré dans le t. VIII des *Mémoires*.

pas celles des meilleurs cercles muraux de même construction, employés jusqu'alors. C'était aussi, comme on l'a vu, la conclusion à laquelle Fallows était arrivé. Plus tard, ainsi que nous l'avons dit, on découvrit la véritable cause des anomalies du cercle de Jones : « Il est heureux peut-être que cette découverte n'ait pas eu lieu plus tôt; l'instrument eût probablement été condamné, et les observations perdues [1]. »

Les observations de déclinaisons furent faites par Henderson, entre le 16 mai 1832 et le 24 mai 1833. Le mémoire dans lequel il en a donné la discussion et les résultats, porte la date du 30 septembre 1836; il fut lu à la séance du 14 avril 1837 de la Société astronomique et publié dans le tome X des *Mémoires* (1838). Le mémoire est suivi d'un Catalogue des déclinaisons moyennes de 172 étoiles principales, réduites au 1er janvier 1833 : 125 de ces étoiles appartiennent à l'hémisphère austral, 47 à l'hémisphère boréal. Le nombre total des observations est de 3729, de sorte que chaque étoile a été observée en moyenne 22 fois : α Columbae a été observée 141 fois. Les étoiles australes ont été comparées avec les catalogues de Lacaille, Bradley, Piazzi, Brisbane, Rümker, Johnson, Pond, et les étoiles boréales avec les catalogues de Bradley, Piazzi et Pond.

Pendant que Henderson observait au cercle mural, le lieutenant Meadows était chargé de la lunette méridienne. Les observations d'ascensions droites s'étendent du 10 avril 1832 au 24 mai 1833; la réduction n'en fut terminée qu'en 1844, pour ce qui concerne les étoiles comprises dans le catalogue dont il vient d'être fait mention, et les résultats parurent dans le tome XV [1846] des *Mémoires* de la Société astronomique, sous le titre : « Ascensions droites des principales étoiles, déduites des observations faites à l'Observatoire du cap de Bonne-Espérance pendant les années 1832 et 1833 [2]. » L'instrument des passages était celui de Dollond,

[1] Rapport, déjà cité, lu à la séance générale de la Société astronomique, le 14 février 1845, t. XV des *Mémoires*.

[2] Le mémoire de Henderson porte la date du 27 avril 1844; il fut lu à la Société astronomique, le 10 mai.

employé déjà par M. Fallows, mais tandis que celui-ci n'observait qu'à cinq fils, Meadows observait généralement aux sept fils du réticule, distants entre eux de 18ˢ,67. La pendule, de Hardy, était à compensateur de mercure. Le catalogue renferme 174 étoiles, à savoir : les 172 étoiles dont Henderson avait donné les déclinaisons en 1837, et les étoiles γ Draconis, θ Ursae majoris et θ^2 Eridani, dont la dernière n'est pas numérotée [1]. Le nombre total des observations a été de 4155, de sorte que chaque étoile a été observée 24 fois en moyenne; α Virginis compte jusqu'à 89 observations. Les résultats ont été comparés, ainsi que cela avait eu lieu pour les déclinaisons, aux catalogues de Lacaille, Bradley, Piazzi, Rümker, Johnson et Pond.

Les observations de déclinaisons d'étoiles, faites par Henderson au Cap, s'élevaient, comme nous l'avons dit, à cinq ou six mille; celles des ascensions droites, dues à son aide, le lieutenant Meadows, atteignaient le même nombre : il est à regretter que la réduction de cette riche série d'observations n'ait pas pu être terminée par notre astronome.

D'après les instructions rédigées en 1821 par le Bureau des Longitudes, l'astronome du Cap ne devait négliger aucune occasion de faire les observations propres à perfectionner la théorie de la réfraction. Fidèle à cette recommandation, Henderson donna dans le tome X des *Mémoires* de la Société astronomique, les résultats d'une série d'observations d'étoiles situées vers l'horizon, à une distance du zénith supérieure à 85°, soit au nord, soit au sud, et compara les réfractions qu'il en tira, avec les tables de Bessel et d'Ivory [2].

Jusqu'ici, Henderson semble avoir voulu reprendre les recherches qui illustrèrent le séjour de Lacaille au Cap: Nous allons maintenant faire connaître le résultat remarquable auquel le conduisirent ses observations de l'étoile double α Centauri. Le mé-

[1] Il faut encore remarquer que l'étoile γ Gruis, bien qu'insérée dans le catalogue, n'a pas d'ascension droite, n'ayant pas, par mégarde, été observée à l'instrument des passages.

[2] Ce mémoire est daté du 3 décembre 1836; il fut lu à la Société astronomique, le 12 mai 1837.

moire sur la parallaxe de cette étoile est du 24 décembre 1838[1]. Sous le rapport de l'éclat, α Centauri occupe le troisième rang dans le ciel : « C'est, » dit Herschel, « une magnifique étoile double dont l'une des composantes est d'un orangé foncé tirant sur le brun, et l'autre, d'un beau jaune : toutes deux méritent d'être considérées comme étant de première grandeur. Leur distance est à présent [1841] d'environ 15″, mais elle diminue rapidement, et dans un laps de temps qui ne sera peut-être pas long, elles viendront probablement s'occulter, leur mouvement angulaire étant comparativement faible. Leur distance apparente était jadis beaucoup plus grande : de combien, nous ne saurions le dire, parce que les observations nous manquent, mais il est probable que le grand axe de leur orbite commun ne descend guère au-dessous d'une minute d'arc. Pour cette raison, il y a de puissants indices qu'elles sont très-voisines de notre système. Ajoutez un mouvement propre très-considérable, auquel elles participent toutes deux, ce qui prouve leur liaison comme système binaire. Une présomption de plus en faveur de leur proximité peut être tirée de leur présence au milieu d'une immensité de grandes étoiles, dans ce qui, d'après l'aspect général, semble constituer la région la plus rapprochée de la voie lactée[2]. » Richer observa le premier α Centauri avec une lunette, à Cayenne, en 1673; mais ni lui ni Halley qui l'observa en 1677 à Sainte-Hélène, ne la mentionnent comme une étoile double. La duplicité de l'étoile semble avoir été remarquée pour la première fois par Feuillée à Concepcion, au Chili, en juillet 1709[3]. A l'époque où Henderson fit ses observations, la distance des deux composantes était de 19″. En réduisant leurs déclinaisons, une parallaxe sensible se manifesta : « Je différai, » dit-il,[4] « de communiquer ce résultat, parce que je voulais m'as-

[1] Il fut lu à la séance de la Société astronomique de Londres du 3 janvier 1839, et parut dans le t. XI des *Mémoires* (1840).

[2] Sir John Herschel, *An address delivered at the Annual general Meeting of the Royal Astronomical Society, February 12, 1841*. T. XII des Mémoires (1842).

[3] *Journal des Observations physiques, etc.*, par Louis Feuillée, t. I, p. 425. Paris, 1714.

[4] *Mémoire* cité.

surer si les observations faites à l'instrument des passages par le lieutenant Meadows viendraient le confirmer; car, ainsi que le remarque Delambre, il semble qu'on ne sera jamais bien sûr de la parallaxe des étoiles, tant que les ascensions droites ne confirmeront pas les résultats tirés des déclinaisons. Je trouve maintenant que les observations d'ascensions droites indiquent également une parallaxe sensible. » La conclusion est que α Centauri aurait une parallaxe de 1″ entière environ, ce qui placerait cette étoile, la plus voisine peut-être de notre globe, à une distance égale à deux cent mille fois la distance du soleil. M. Main, en discutant, après Henderson, les observations du Cap, n'a trouvé dans les ascensions droites qu'une trace bien douteuse de parallaxe, mais dans les déclinaisons, « la loi de parallaxe se manifeste remarquablement bien;... et l'étoile α Centauri, dont on pouvait déjà soupçonner la parallaxe à cause de son système binaire, de son grand mouvement propre et de son éclat, acquiert une nouvelle importance sous ce rapport par les investigations de M. Henderson. Toutefois il est possible qu'on en vienne à expliquer les changements dans les déclinaisons par quelque cause indépendante de la parallaxe.... Si après avoir traité l'étoile selon les différentes méthodes connues, on trouvait une parallaxe comparable à celle assignée par M. Henderson, à lui certainement reviendrait l'honneur de la première découverte... [1] » Les travaux de Henderson sur la parallaxe de α Centauri auxquels la Société astronomique de Londres accorda en 1841 une mention des plus honorables, furent repris plus tard au Cap par T. Maclear.

Henderson s'était aussi occupé de la parallaxe de Sirius : nous parlerons de ces recherches dans le chapitre suivant. En 1834, il fut nommé directeur de l'Observatoire d'Édimbourg, sur la recommandation du conseil de la Société astronomique de Londres. Il commença à observer au mois d'octobre; et telle était son

[1] *On the present state of our knowledge of the parallax of the fixed stars.* By the Rev. R. Main, M. A. T. XII des Mémoires de la Société astronomique (1842). M. Main, après avoir été longtemps le second de M. Airy à l'Observatoire de Greenwich, a succédé, en 1860, à M. Johnson, comme directeur de l'Observatoire de Radcliffe, à Oxford.

activité que, de cette époque à l'automne de 1844, il fit, avec son assistant, soixante mille observations, ayant trait principalement aux planètes et aux étoiles zodiacales. La moitié de ces observations fut calculée par lui et publiée, aux frais du gouvernement, dans cinq volumes in-4°, dont le premier parut en 1838; l'autre moitié a été calculée et imprimée par les soins de son successeur[1]. L'infatigable astronome entreprit encore la réduction des observations de Lacaille; les calculs furent faits par son assistant, M. Wallace, sous sa haute direction, et d'après les nouvelles tables qu'il avait construites. Il mourut le 23 novembre 1844, avant d'avoir atteint sa quarante-sixième année.

CHAPITRE VII.

Les travaux de Maclear au cap de Bonne-Espérance.

Henderson avait été remplacé au Cap par Thomas Maclear, membre de la Société astronomique de Londres, et jamais choix ne fut plus heureux. Le directeur de l'Observatoire du cap de Bonne-Espérance n'a cessé, depuis 1834, de faire preuve d'une activité sans égale; pendant ce long espace de temps, il a pris un seul congé (en 1859) pour revoir son pays natal : anobli par la reine, il était encore le représentant le plus digne de la science dans l'hémisphère austral, lorsque sa santé le força en 1870 de prendre sa retraite.

Sir Thomas Maclear cultiva d'abord l'astronomie en amateur; il avait érigé à Biggleswade, dans le Bedfordshire, un petit Observatoire dont il a donné la description[2]. « J'ai été obligé, » dit-il, « de régler mes amusements astronomiques d'après des conditions » d'économie et de convenance, et non d'après mes désirs. » Ces désirs ne devaient pas tarder à se réaliser, car, bientôt après, notre amateur allait disposer d'instruments de premier ordre.

[1] Voir dans l'*Essai sur les Institutions scientifiques de la Grande-Bretagne et de l'Irlande*, le chapitre consacré aux OBSERVATOIRES.

[2] *Mémoires* de la Société astronomique, t. VI, 1833.

Au commencement de 1834, le personnel de l'Observatoire du Cap comprenait l'astronome, M. Maclear; un aide, le lieutenant Meadows, et un ouvrier. Le 1er décembre de la même année, le lieutenant Meadows quitta l'Observatoire avec un congé, et bientôt après il résigna ses fonctions. Son successeur, M. Charles Piazzi Smyth, arriva au Cap le 9 octobre 1835. Un jeune assistant, M. William Mann, entra en fonctions le 23 octobre 1839. En 1845, M. Smyth retourna en Europe pour prendre la direction de l'Observatoire d'Édimbourg devenue vacante par le décès de Henderson; un accident survenu, au mois de novembre, à M. Mann, rendit ce dernier impropre au travail, et le força, en mars 1846, de partir pour l'Angleterre avec un congé de maladie : il revint au Cap comme premier assistant, le 24 décembre 1847; le 22 juin 1846, le révérend George Frédéric Childe, maître ès arts, était arrivé à l'Observatoire comme second assistant[1]. Au moment de la retraite de sir Thomas Maclear, M. Mann était encore premier assistant de l'Observatoire du Cap, le second assistant était M. G. W. H. Maclear.

Jusqu'en 1847, les instruments fixes de l'Observatoire étaient ceux placés dans le méridien, à savoir : l'instrument des passages de 10 pieds, de Dollond, et un cercle mural de Jones, de six pieds. L'ancien cercle mural avait été, comme nous l'avons dit précédemment, retiré en 1839, et remplacé par celui-ci; mais on avait conservé l'objectif de la lunette, dont l'ouverture était de 4 pouces. L'ouverture de la lunette des passages était, on s'en souvient, de 5 pouces. Les autres instruments étaient un télescope réflecteur, de 13 ½ pouces, de sir William Herschel, et une lunette achromatique de Dollond, de 46 pouces de distance focale et 3 ½ pouces d'ouverture.—Dans l'automne de 1847, la lunette de 46 pouces fut montée sur un axe polaire provenant de l'Observatoire de Greenwich, et placée sous un dôme tournant; et, en août 1849, un équatorial de Merz, dont la lunette avait 8 ½ pieds de distance focale et

[1] *Report of Thomas Maclear, her Majesty's astronomer at the Cape of Good Hope, to the lords commissioners of the Admiralty, July 23, 1850.* MÉMOIRES de la Société astronomique de Londres, t. XX; 1851.

une ouverture de 7 pouces, fut érigé dans un bâtiment préparé pour le recevoir. Les objectifs de ces deux équatorials et celui de l'instrument des passages sont d'excellente qualité.

Le secteur zénithal de Bradley [nous en parlerons plus loin] séjourna au Cap de 1838 à 1850.

Plus tard, un cercle méridien, assez semblable à celui de Greenwich, est encore venu se joindre aux instruments déjà cités. — L'Observatoire a quatre pendules.

Le nombre des observations faites aux instruments méridiens, de janvier 1834 au 23 juillet 1850, s'élevait : pour l'instrument des passages, à 38226; pour le cercle mural, à 30848. Il faut y ajouter 10462 observations faites avec le secteur zénithal de Bradley, de 1838 à 1848. — Les observations extra-méridiennes atteignaient aussi, au mois de juillet 1850, un nombre considérable [1]. Et remarquez que, pendant plusieurs années, M. Maclear avait donné une grande partie de son temps au nouveau mesurage de l'arc de Lacaille, dont nous parlerons avec détail.

Pour ne plus avoir à y revenir, nous commencerons l'exposé des travaux de Maclear par les observations qu'il fit en vue de vérifier la parallaxe attribuée à l'étoile double α Centauri. On se rappelle que dans un mémoire lu à la Société astronomique, le 5 janvier 1839, Henderson avait évalué cette parallaxe à 1″ environ. Dès que Maclear eut connaissance de ce résultat, il entreprit une série d'observations des doubles hauteurs des composantes α^1 et α^2, en vue d'éclaircir la question de parallaxe, sur laquelle on avait élevé des doutes. Les observations furent faites, du 26 mars 1839 au 28 juin de la même année, avec l'ancien cercle mural dont s'était servi Henderson, et, à partir de cette époque jusqu'au 12 août 1840, avec le nouveau cercle. Les deux étoiles étaient observées généralement, d'une manière directe et par réflexion au même passage, ce qui permettait d'obtenir leur double hauteur méridienne, laquelle, étant ensuite réduite au 1er janvier [1840] conduisait à la parallaxe. Les calculs furent faits par Henderson et communiqués à la Société astronomique

[1] Rapport déjà cité.

de Londres, dans la séance du 8 avril 1842 [1] : ils donnaient pour la parallaxe de α Centauri 0'',9128, et pour la constante de l'aberration, 20'',36 [le nombre adopté alors] + 0'',16 = 20'',52. — Le 14 mars 1851, la Société astronomique entendait la lecture d'un mémoire de M. Maclear sur la même question [2] : « Les observations que je soumets à la Société, » disait l'auteur, « ont été en-
» treprises pour arriver à une troisième détermination de la
» parallaxe de α^1, α^2 Centauri... Elles ont été faites au cercle mural
» dans les années 1842, 1843, 1844 et 1848; elles comprennent
» 192 hauteurs doubles de α^1 et 199 de α^2, chaque double hauteur
» ayant été observée au même passage : en général, une étoile au
» 1er et au 5me fil vertical, l'autre, au second et au quatrième; ces
» observations sont réduites au méridien en tenant compte de la
» courbure de la trajectoire... On a formé trois groupes réduits
» uniformément au 1er janvier 1849 : le premier, composé de
» 123 doubles hauteurs de chaque étoile, observées entre le 26
» juillet 1842 et le 9 mai 1844; le second, composé de 26 doubles
» hauteurs de chaque étoile, observées entre le 14 mai et le 27
» octobre 1844; et le troisième, composé de 43 doubles hauteurs
» de α^1 et de 50 de α^2, observées en 1848 par un nouvel obser-
» vateur manquant relativement d'expérience. Quoique les diffé-
» rentes mesures soient un peu disjointes par rapport au temps
» et aux observateurs, elles confirment non-seulement la grande
» parallaxe de cette remarquable étoile double, mais conduisent
» à un résultat presque identique avec celui qu'avait fourni la
» première détermination. » En effet, M. Maclear en conclut, pour la parallaxe 0'',9187, et pour la constante de l'aberration, 20'',36+0'',17=20'',53. Les erreurs probables sont respectivement 0'',034 et 0'',038. Les observations n'admettent pas d'erreurs constantes ni d'erreurs obéissant à une loi; et le faible chiffre de l'erreur probable montre que les erreurs accidentelles sont suffisamment éliminées par le grand nombre des observations. On

[1] Le mémoire de Henderson, daté d'Edimbourg, le 29 mars 1842, a été inséré dans le t. XII [1842] des *Mémoires* de la Société astronomique.

[2] Il a paru dans le t. XX [1851] des *Mémoires*.

peut donc, avec une grande certitude, assigner 0",92 pour la parallaxe de α Centauri. — Dans son rapport du 23 juillet 1850, adressé à l'Amirauté, Maclear annonçait que des observations avaient lieu avec l'équatorial de 8 ½ pieds pour déterminer l'orbite des composantes de cette belle étoile double, et que leur plus grand rapprochement dans le plan de l'orbite devait se présenter dans huit ou dix ans.

Entre le 29 juillet 1842 et le 28 octobre 1844, on fit à l'Observatoire du Cap un certain nombre d'observations de β Centauri, qui marchèrent à peu près concurremment avec celles de l'étoile voisine α : le résultat de 137 doubles hauteurs mit en évidence une parallaxe de près d'une demi-seconde. Une communication à ce sujet fut faite à la Société astronomique dans la séance du 12 mars 1852 [1]; et Maclear exprimait l'intention de poursuivre ses recherches, « n'ayant voulu pour cette fois que divulguer l'existence de la parallaxe, sans répondre de sa grandeur.

La parallaxe de Sirius, l'étoile la plus brillante du ciel, devait attirer de bonne heure l'attention des astronomes. Maskelyne, se fondant sur les observations faites au Cap par Lacaille, n'était pas éloigné d'admettre une parallaxe de 9 secondes [2]; mais cette parallaxe provenait de l'imperfection des observations, d'ailleurs peu nombreuses. Henderson, ayant observé Sirius 63 fois directement et 34 fois par réflexion sur le mercure, depuis le mois de mai 1832 jusqu'au mois de mai 1833, trouva la parallaxe annuelle égale à 0",34, avec une erreur probable de 0",11, et la constante de l'aberration, égale à 20",75 avec une erreur probable de 0",15. En août 1836, Maclear commença une série d'observations, qu'il prolongea jusqu'en décembre 1837, et dans lesquelles il suivit la même marche que pour ses observations de α Centauri. Par l'emploi de la méthode des moindres carrés, Henderson trouva que les observations de Maclear donnaient pour la parallaxe de Sirius 0",16±0",09, et pour la constante de l'aberration 20",30±0",09 [3].

[1] Le mémoire de Maclear est daté du 1er décembre 1851; il a paru dans le t. XXI des *Mémoires*.

[2] *Transactions philosophiques* pour l'année 1760.

[3] *Mémoires* de la Société astronomique, t. XI.

En appliquant à ces dernières valeurs les petits termes de la nutation, négligés par Henderson, M. C.-A.-F. Peters a trouvé pour la parallaxe 0",15±0",09, et pour la constante de l'aberration 20",29±0",09 [1].

Plus récemment, le Dr Gylden a déduit des observations faites par Maclear en 1836-1837, une parallaxe de 0",193±0",087 [2].

Enfin, en 1867, M. Cleveland Abbe a discuté une série de distances polaires de Sirius, observées au cercle méridien du Cap, de 1856 à 1863, par sir Thomas Maclear, George Maclear et W. Mann. M. Abbe a tiré de ces observations méridiennes, dont 136 étaient directes et 12 par réflexion, la parallaxe 0",273±0",102, la constante de l'aberration adoptée étant 20",45 [3].

Les deux comètes périodiques les plus connues sont, comme on sait, la comète de Halley et celle d'Encke. L'une revient tous les 75 ou 76 ans, l'autre, tous les 1204 jours (3,3 ans). Le premier retour de celle-ci, après que Encke en eut constaté la périodicité, eut lieu dans l'hémisphère austral : Ch. Rümker l'aperçut à Paramatta le 2 juin 1822. La comète de Halley, qui avait fait tant de bruit vers le milieu du siècle dernier (1759), devait apparaître de nouveau en 1835: elle fut aperçue le 5 août à Rome, à l'Observatoire du collége romain, par les pères Dumouchel et De Vico, et put être observée en Europe jusque vers la fin de janvier 1836; mais les positions obtenues après le passage au périhélie (15,9 novembre) étaient trop incertaines pour qu'il fût permis d'en faire usage, et les astronomes attendaient avec une espèce d'anxiété les observations du Cap. Maclear tint à honneur de répondre à la confiance qu'on avait mise en lui. Il aurait voulu pouvoir saluer la première apparition de la comète, mais la position de celle-ci dans le ciel du Cap et l'état de l'atmosphère rendirent ses re-

[1] *Recherches sur la parallaxe des étoiles fixes* (1846), dans le Recueil de mémoires, publié par W. Struve; t. I, 1853.

[2] *Bulletin de l'Académie impériale des sciences de Saint-Pétersbourg*, avril 1864.

[3] *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, t. XXVIII; 8 novembre 1867. La communication de M. Abbe est datée de Poulkova, mai 1866.

cherches vaines jusqu'au 1[er] septembre, lorsque l'astre chevelu, à son retour d'Europe, se montra dans l'occident; les observations régulières ne purent pas commencer avant le 28 octobre : de ce jour au 15 février, Maclear observa la comète hors du méridien avec la lunette achromatique de 46 pouces; et du 16 février au 5 mai, il l'observa aux instruments méridiens. Les observations extra-méridiennes embrassèrent 31 jours; il y eut, dans le méridien, 33 déterminations complètes avec les deux instruments; pour dix jours seulement, l'astre ne put être observé qu'à l'un des instruments. Les étoiles de comparaison dont se servait Maclear dans le calcul des observations faites à l'équatorial étaient au nombre de 17; leurs coordonnées furent toutes déterminées à nouveau [1]. L'attention de l'astronome du Cap s'était, dès le principe, concentrée sur les positions de la comète, « sachant que les » puissants moyens instrumentaux possédés et dirigés par son » habile voisin, sir John Herschel, rechercheraient et rassemble» raient tout ce qui pourrait être de quelque valeur relativement » à sa constitution physique. » Nous parlerons plus tard des travaux exécutés par Herschel au cap de Bonne-Espérance : pour le moment il suffira de mentionner les observations extra-méridiennes qu'il fit de la comète de Halley, après son passage au périhélie, et qui embrassaient 51 jours, du 25 janvier au 5 mai. Ces observations furent communiquées à la Société astronomique de Londres dans la séance du 13 janvier 1837; les positions n'étaient pas corrigées de la parallaxe et de la réfraction.

Nous n'entrerons pas dans le détail des autres comètes observées au Cap. Chaque fois qu'un de ces astres était visible sur l'horizon de son Observatoire, Maclear en déterminait autant de positions qu'il pouvait et s'empressait d'en faire part à ses confrères d'Europe. Voici le jugement sur les observations de Maclear, donné par un juge bien compétent, M. Encke [2]; il s'agit

[1] Les observations de Maclear furent communiquées à la Société astronomique de Londres, le 14 avril 1837 : elles ont été imprimées dans le t. X des *Mémoires*.

[2] *Monthly Notices*, t. XVIII (1857 à 1858) : Extrait d'une lettre de M. Encke à M. Airy.

de la comète qui porte son nom.... « Lorsque cette comète commença à être observée dans l'hémisphère austral, les observa-
» tions n'avaient pas l'exactitude de celles faites en Europe. Les
» instruments perfectionnés manquaient. En 1855, au contraire,
» grâce à l'habileté de M. Maclear et au bel équatorial de 8 ½ pieds.
» muni d'un micromètre à fil, les observations du Cap sont par-
» faitement au niveau des observations européennes... C'est un
» vrai plaisir de voir que maintenant la comète est observée à
» chaque retour avec une exactitude à laquelle on ne pouvait
» pas s'attendre en 1819. »

La comète d'Encke avait déjà été observée au Cap, au mois de mai 1842, sur la demande expresse de l'astronome de Berlin; mais à cette époque, tandis que les positions obtenues en Europe avant le passage de l'astre au périhélie, avaient présenté un accord très-satisfaisant avec les positions calculées, Maclear avait trouvé, après le périhélie, des déclinaisons qui s'écartaient d'environ une demi-minute de l'éphéméride; la cause de ces écarts avait été attribuée aux moyens défectueux dont on disposait au Cap pour l'observation [1].

Le 27 juin 1851, M. d'Arrest avait découvert à Leipzig une comète à laquelle il avait attribué une périodicité de 6,4 ans : à son retour présumé, en 1857, cette comète devait être visible dans l'hémisphère austral. M. Maclear la retrouva effectivement le 4 décembre, au moyen des positions calculées à l'avance par M. Yvon Villarceau, de Paris : « Une première tentative étant restée sans succès, » écrit-il le 28 décembre à M. Villarceau [2], « je désespérai de découvrir la comète, au point d'en abandonner la recherche pendant le clair de lune qui précéda le passage au périhélie. Ayant recommencé mes recherches, le 4 courant, je découvris immédiatement la comète sans trop de difficultés, et elle a été observée depuis cette époque jusqu'à présent, chaque fois que le temps l'a permis... » Les observations furent continuées jusqu'au 18 janvier 1858, et donnèrent 36 positions de la comète [3]. La

[1] *Astronomische Nachrichten*, n° 534; 19 avril 1845 : Lettre de M. Encke.
[2] *Comptes rendus de l'Académie des sciences*, t. XLVI; 15 février 1858.
[3] *Ibid.*, t. XLVII; 13 décembre 1858.

lettre de Maclear du 28 décembre fut communiquée à l'Académie des sciences de Paris, le 15 février. Après en avoir donné lecture, M. Le Verrier ajouta : « L'astronomie s'est donc enrichie d'une comète périodique de plus : qu'il nous soit permis de remercier hautement M. Maclear de la sollicitude avec laquelle il s'est livré aux recherches qui devaient assurer à l'astronomie une nouvelle conquête. »

La comète de Biela de 6 $\frac{3}{4}$ ans avait été également observée en 1846, du 18 février au 3 avril[1] : on sait que ce retour de 1846 fut signalé par le phénomène remarquable du dédoublement de la comète.

Parmi les comètes non périodiques qui furent observées à l'Observatoire du Cap, il nous faut citer la comète découverte, le 19 décembre 1844, par le capitaine Wilmot à *Sea Point;* le même jour, Maclear la vit à *Cape Point,* mais sans y attacher l'idée d'une comète. A l'Observatoire, l'état de l'atmosphère ne permit pas d'en prendre de positions avant le 24. La comète de Wilmot fut observée au Cap, du 24 décembre au 12 mars. M. Taylor l'observa à Madras, du 5 au 17 janvier; M. Simms, à Colombo (Ceylan), du 5 au 11 janvier; M. Caldecott, à Trevandrum, du 8 janvier au 5 mars. En Europe, elle fut vue pour la première fois le 5 février par M. Colla, à Parme[2].

On se rappelle la comète trouvée, en 1858, à Florence, par l'astronome Donati. « L'état nuageux du ciel ne permit pas de découvrir cette splendide comète à l'Observatoire du Cap avant le 10 octobre; le soir du 10, on en posséda une vue complète pendant quelques minutes, puis on continua à distinguer la queue seule par moments, à travers des éclaircies. Il tomba de la pluie dans la matinée du 11, les nuages disparurent ensuite, et, à la nuit tombante, l'occident présentait un spectacle d'une magnificence indescriptible : Vénus, dans toute sa splendeur, la jeune lune et la comète formaient une réunion d'objets célestes des plus

[1] *Astronomische Nachrichten*, n° 703; 14 janvier 1850.

[2] *Astronomische Nachrichten*, n° 537 ; 24 mai 1845.— n° 539; 14 juin 1845. — n° 540; 21 juin 1845.

rares, et l'on se sentait plus porté vers l'idée du sublime et du beau par une de ces soirées sereines, si délicieuses dans le climat du Cap, lorsque l'atmosphère est calme et humide. » M. Maclear observa la comète de Donati depuis le 11 octobre jusqu'au 4 mars 1859 [1].

Avant de passer aux grands travaux dont Maclear s'est occupé au Cap, nous mentionnerons ses observations de la lune et des étoiles de même culmination qu'il fit servir à la détermination de la différence de longitude des Observatoires de Madras et du Cap [2]; ses observations d'Uranus et de Neptune [3]; ses mesures micrométriques d'étoiles doubles [4]; ses observations du passage de Mercure sur le soleil, du 4 novembre 1868, d'où il déduisit 8",376±0",11 pour la valeur du double diamètre de la planète, résultat inférieur de 1",50 au diamètre tabulaire [5]; les observations qu'il fit en 1839 avec le pendule invariable du capitaine Kater, et qui lui donnèrent pour longueur du pendule au cap de Bonne-Espérance, le même nombre qu'avait trouvé Fallows (39,07857 pouces anglais) [6].

En 1850, M. Maclear commença la révision régulière des étoiles australes renfermées dans le catalogue de l'Association Britannique : ces étoiles avaient été empruntées aux catalogues de Lacaille, Brisbane, Rümker, Johnson, dont nous avons parlé et aux catalogues de Taylor que nous ferons connaître plus tard; elles ne descendaient pas au-dessous de la 7me ou 8me grandeur. Maclear se proposait, quand le catalogue de l'Association Britannique serait épuisé, d'entreprendre un travail semblable pour les autres étoiles, plus faibles, du *Coelum Australe* de Lacaille et des

[1] Les observations furent communiquées à la Société astronomique de Londres dans sa séance du 11 mars 1860; elles ont été imprimées dans le t. XXIX (1861) des *Mémoires*.

[2] *Mémoires* de la Société astronomique, t. XII (1842); t. XXXIV (1866).

[3] *Monthly Notices*, t. IX, 1848-49.

[4] *Ibid.*, t. XI, 1850-51 ; t. XVI, 1855-56. Ces observations confirmèrent la nature binaire de γ Coronae australis et d'Antarès.

[5] *Ibid.*, t. XXIX, 1868-69.

[6] *Mémoires* de la Société astronomique, t. XII (1842) : Mémoire de Baily.

catalogues cités plus haut. Voici le plan qu'il avait adopté : chaque étoile devait être comparée avec le ciel; si elle ne se retrouvait pas, une inspection des observations originales et des réductions, quand on les avait sous la main, suffisait quelquefois pour découvrir une erreur; toute étoile douteuse devait être observée, de deux à quatre ou cinq fois, aux instruments méridiens. — La révision régulière, avons-nous dit, date de 1850; mais l'astronome y avait songé beaucoup plus tôt et il avait commencé à s'en occuper quelques semaines après la réception du catalogue [1] : d'autres travaux plus urgents étaient venus ensuite détourner son attention, mais pas assez pour l'empêcher de penser au premier et de le poursuivre d'une manière intermittente. Les comparaisons avaient été entreprises au moyen du cercle mural et de l'instrument des passages, sans plan bien arrêté; leur marche était lente, mais elles avaient eu l'avantage de suggérer un mode d'observation mieux entendu et plus expéditif. « Des discordances trouvées par des observateurs différents dans des salles séparées, avec des instruments qui ne sont pas les mêmes, impliquent la possibilité d'un pointage erroné et ne portent pas dans l'esprit la conviction à laquelle il arrive quand les ascensions droites et les déclinaisons ont été déterminées au même passage, avec le même instrument et sous un seul œil, surtout s'il s'agit d'objets petits et situés dans des endroits surchargés. » « Par le plan que j'ai adopté, » disait M. Maclear, « je compte éviter cette source de délai et d'incertitude : je me propose de grouper les erreurs au moyen du cercle mural seul, et après avoir drainé ainsi le catalogue, j'examinerai, quand il sera nécessaire, les différents groupes aux instruments méridiens. Il y a un autre avantage à cela : le personnel est ainsi presque doublé, puisque l'observation peut être continuée pendant toute la nuit en alternant les factions [2]. »

Nous avons dit que Maclear commença son travail de révision

[1] Le Catalogue de l'Association Britannique avait paru en 1845.

[2] *Comparison of the Southern stars of the British Association Catalogue with the Heavens, for the detection of Errors, with the method of conducting the examination.* Mémoires de la Société astronomique, t. XX (1851). Ce mémoire fut lu à la séance du 10 janvier 1851.

par le catalogue de l'Association Britannique : les premiers résultats furent communiqués en 1851 à la Société astronomique de Londres [1]. Pour ce qui concerne les étoiles de Lacaille, il devait y avoir, selon Maclear, des erreurs typographiques dans le *Coelum Australe;* ces erreurs pouvaient être facilement constatées en recourant aux manuscrits originaux, déposés aux archives de l'Observatoire de Paris. Mais les erreurs dominantes étaient celles qui affectent tout travail astronomique, l'astronome se trompant sur l'heure de la pendule ou dans la lecture du limbe de l'instrument. « En faisant un libre usage de ces hypothèses, un grand nombre de discordances s'expliquaient sans difficulté et certains mouvements propres surprenants pouvaient être diminués de beaucoup. Il serait presque toujours dangereux, en effet, d'attribuer à un mouvement propre ce qui peut être expliqué dans les limites d'exactitude des anciennes observations, en supposant une erreur de 1, 5, 10, etc., sur la lecture des cadrans ou des limbes [2]. » Lacaille paraît aussi avoir plus d'une fois écrit *entrée* (dans le réticule rhomboïdal), quand il aurait dû mettre *sortie*, et vice versâ; des étoiles ont été marquées comme passant dans le *haut* du réticule, tandis qu'elles passaient dans le *bas*, et vice versâ. Enfin des fautes de calcul ont été commises, soit par lui, soit par la réduction au 1er janvier, faite pour le catalogue de l'Association Britannique.

On a vu précédemment que Henderson avait conclu de ses observations au Cap, une parallaxe de la lune, égale à 57′1″,8 : cette détermination, par la manière dont elle avait été obtenue, n'offrait pas de garanties suffisantes d'exactitude. En 1861, M. Hugh Breen, ancien aide de l'Observatoire de Greenwich, fut chargé, sur sa demande, par l'Amirauté anglaise, d'une nouvelle détermination de la parallaxe lunaire. Les seules observations qui avaient été publiées depuis le mémoire d'Henderson étaient celles

[1] Outre le mémoire cité dans la note précédente, il y en eut un second qui fut lu le 14 novembre 1851 (il était daté du Cap, le 1er juillet 1851) et inséré au t. XXI (2e partie, 1853) des *Mémoires*.

[2] Mémoire ci-dessus de Maclear, daté du 1er juillet 1851.

faites en 1830 par l'astronome du Cap, M. Fallows, et réduites sous la direction de M. Airy, et les observations de 1834, 36 et 37, de Maclear [1] : leur nombre total s'élevait à 88 et présentait une série de distances zénithales, propres à inspirer de la confiance. Des observations correspondantes furent obtenues facilement de Greenwich, d'Édimbourg et de Cambridge. La parallaxe qui en a été tirée par M. Breen est 57′2″,70.

Dans le tome XXXIII (1865) des *Mémoires* de la Société astronomique parurent les « Distances géocentriques au pôle nord, » de la lune et des étoiles de même culmination, déduites d'ob- » servations faites avec le cercle méridien dans les années 1856 » à 1861 par sir Thomas Maclear, directeur de l'Observatoire royal du cap de Bonne-Espérance. » M. Stone compara ces observations avec les observations correspondantes faites au cercle méridien de Greenwich, et il en déduisit pour la parallaxe de la lune la valeur 57′2″,707±0″,049, nombre à peu près identiquement le même que celui auquel était arrivé M. Breen. Les observations discutées par M. Stone « possèdent le grand avantage d'avoir été faites avec des instruments de première classe et d'un pouvoir optique presque égal. — Cependant, » ajoute M. Stone, « l'expérience m'a convaincu qu'indépendamment de la correction dont est susceptible la lunette employée, l'influence personnelle se fait vivement sentir dans le mesurage des disques planétaires, particulièrement lorsqu'il s'agit du soleil et de la lune. J'ai donc discuté séparément les observations des bords boréal et austral de la lune. La moyenne des corrections, déduite de la considération séparée de ces bords, est ensuite prise et présumée affranchie de l'erreur dont il s'agit... La latitude de l'Observatoire de Greenwich doit être considérée comme déterminée à une faible fraction de seconde d'arc près. Mais la même certitude n'existe probablement pas pour la latitude présumée de l'Observatoire du

[1] Nous n'avons pas vu le volume qui renferme ces observations de Maclear; nous les citons ici d'après le mémoire de M. Breen, inséré dans le t. XXXII (1864) des *Mémoires* de la Société astronomique. Le mémoire de Breen est daté du 18 juillet 1863.

Cap (33°56′3″,20 sud), à cause de l'absence d'une étoile brillante près du pôle sud [1]. »

La parallaxe de la lune avait été l'un des principaux objets du voyage de Lacaille au cap de Bonne-Espérance : nous avons rappelé qu'Olufsen, en soumettant les observations du célèbre astronome français à un nouveau calcul, était arrivé au nombre 57′2″,80, qui ne diffère que d'un dixième de seconde de celui obtenu dans ces dernières années avec des instruments, un observateur et un calculateur de premier ordre.

Si maintenant nous passons à la parallaxe du soleil, élément beaucoup plus difficile à déterminer, nous devons remettre sous les yeux du lecteur les nombres auxquels étaient arrivés : D. Cassini, par la discussion des observations faites à l'opposition de Mars en 1671; Lacaille et Henderson, respectivement par les observations de 1751 et par celles de 1832. Cassini avait trouvé 9″,5; Lacaille 10″,2; Henderson 9″,0. Un autre essai, tenté à l'opposition de Mars de 1849-1850, et dont nous parlerons plus tard, avait donné 8″,5 [2]. Le désaccord de ces résultats n'était pas rassurant; et les astronomes continuaient à mettre une entière confiance dans la valeur 8″,56 tirée par Encke des passages de Vénus sur le soleil en 1761 et 1769. M. Hansen, de Gotha, fut le premier, en 1854, à faire remarquer que le nombre 8″,56 était trop faible et ne pouvait pas se concilier avec le coefficient de l'équation parallactique de la lune, déduit des observations faites à Greenwich et à Dorpat [3]. En 1858, M. Le Verrier conclut la nécessité d'augmenter la parallaxe solaire des observations du soleil; en 1861, il la conclut de la théorie de Vénus, et, en 1862, de la théorie de Mars [4]. Ces recherches s'accordèrent à indiquer une augmentation d'un trentième à un quarantième de la valeur adoptée jusqu'alors.

[1] Le mémoire de M. Stone *Sur la constante de la parallaxe lunaire* a été lu à la séance du 12 mai 1865 de la Société astronomique de Londres. Il a été imprimé dans le t. XXXIV (1866) des Mémoires.

[2] Il s'agit de la tentative du capitaine Gilliss qui avait donné lieu à l'expédition du Chili : Maclear avait fait les observations correspondantes au Cap.

[3] *Monthly Notices*, t. XV, 1854; novembre 10.

[4] *Annales de l'Observatoire impérial de Paris*, t. IV et VI.

La question se trouvait en cet état, lorsque M. Le Verrier engagea fortement son collaborateur, M. Léon Foucault, à presser l'exécution des travaux qu'il avait entrepris pour la mesure de la vitesse de la lumière à la surface de la terre. « On savait que » cette mesure, combinée avec la valeur de l'aberration, devait » conduire à une détermination d'une quantité de la valeur de la » parallaxe solaire. Et il était à désirer que cette mesure intervînt » avant celles qu'on pourrait déduire de l'observation prochaine » de Mars en opposition [1]. » M. Foucault se rendit à ce désir, et, après une suite de travaux, il communiqua à l'Académie des sciences de Paris, le 22 septembre 1862, le résultat de ses opérations, d'où il déduisit 8",86 pour la parallaxe solaire.— « En ce » moment même, Mars était en opposition, et il était l'objet de » l'investigation attentive des astronomes. »

Le 14 mai, M. Struve avait présenté à l'Académie impériale des sciences de St-Pétersbourg, une notice de M. Winnecke, intitulée : *Considérations concernant les observations méridiennes à faire pendant l'opposition prochaine de Mars*, *afin de déterminer sa parallaxe* [2]. « On sait, » disait M. Winnecke, « que plusieurs fois on a déjà tenté de déterminer la parallaxe du soleil par cette voie, mais sans avoir réussi suffisamment. Ce manque de succès doit être attribué, à ce qu'il paraît, aux trois circonstances suivantes : 1) qu'on a fait les observations dans des oppositions où la distance de la planète restait très-grande; 2) que la coopération attendue de différents Observatoires n'a pas été aussi active qu'on avait espéré; 3) que les observations exécutées sur les différentes stations n'avaient pas cette conformité rigoureuse qui seule peut conduire, dans ce cas, à des résultats satisfaisants.

» Pour l'opposition prochaine les conditions d'observation sont

[1] *Comptes rendus de l'Académie des sciences*, n° 22; 25 novembre 1867.

[2] Cette notice parut dans les *Bulletins* de l'Académie, t. V, n° 4. — Disons ici que, dès l'année 1857 (*Monthly Notices*, t. XVII, n° 7), M. Airy avait signalé l'importance de l'opposition de Mars, en 1860 et en 1862, pour une nouvelle détermination de la parallaxe. L'opposition de 1860 fut malheureusement perdue, toute l'attention des astronomes dans notre hémisphère s'étant concentrée sur l'éclipse totale de soleil qui eut lieu cette année-là.

plus favorables. En octobre 1862, la distance de Mars à la terre atteindra de très-près son minimum absolu. Pendant toute la période depuis le 20 août jusqu'au 2 novembre, la planète nous sera plus proche que 0,5 et au mois d'octobre sa distance ne s'élèvera guère à 0,4, la distance moyenne de la terre au soleil étant prise pour unité. En outre, la déclinaison boréale de la planète offre quelque avantage, les Observatoires de l'hémisphère austral étant situés en général à plus petite distance de l'équateur que ceux de l'hémisphère boréal.

» La première circonstance désavantageuse, que nous avons signalée plus haut comme cause du succès incomplet des entreprises précédentes, n'existe donc pas pour l'opposition de cette année, et c'est pour rendre les deux autres moins nuisibles que j'ai l'honneur de communiquer aux astronomes le plan d'observation que j'ai l'intention de poursuivre à Poulkova à l'aide du cercle méridien de Repsold. J'ose espérer que les astronomes qui, par des motifs sérieux, désirent des changements dans la disposition des observations, voudront bien me communiquer leurs idées le plus tôt possible. Cet échange des idées me paraît de la plus haute importance dans ce cas; par ce moyen nous parviendrons, je l'espère, autant que possible, à la conformité requise des observations, en adoptant tous le même plan d'opération, qui le mieux conviendra à la majorité des astronomes engagés.

» 1. Les observations commenceront le 20 août et seront continuées sans interruption par chaque nuit favorable jusqu'au 3 novembre 1862. On notera toujours l'état de l'atmosphère et la qualité des images.

» 2. On déterminera les différences de déclinaison entre Mars et plusieurs étoiles choisies, dont la déclinaison est en moyenne de très-près égale à celle de la planète. Même s'il y avait une différence de tout un degré entre la déclinaison moyenne des étoiles de comparaison et celle de la planète, l'effet qu'elle aurait sur la parallaxe à déduire serait tout à fait insignifiant, vu que la hauteur méridienne de la planète est assez grande dans les Observatoires des deux hémisphères, pour admettre un calcul rigoureux de la différence des réfractions. La même remarque s'applique également à l'effet de la flexion et des erreurs de division.

» 3. On n'observera que les déclinaisons, en omettant tout à fait l'observation de l'ascension droite. On notera précisément le temps du pointage de la planète et l'on ne touchera plus l'oculaire après avoir bien placé la lunette entre les fils horizontaux. On procédera également par rapport aux étoiles de comparaison.

» 4. Il est connu que différents astronomes ont observé, à l'aide d'observations méridiennes, des valeurs extrêmement différentes pour le diamètre de Mars..... [On] ne parvient pas à éliminer les erreurs qui en résultent pour la position du centre par la combinaison d'observations, dans lesquelles on a pointé les jours consécutifs sur les bords supérieur et inférieur du disque. Il s'ensuit que chaque jour il faut déterminer directement la position du centre.

» 5... J'ai choisi [les étoiles de comparaison] de sorte que l'observation soit la plus exacte, c'est-à-dire entre les limites de grandeur 5 et 7... Je crois que le nombre de huit étoiles est suffisant... [Leur] distribution en deux groupes qui passent au méridien avant et après la planète permet d'éliminer les changements dans l'état de l'instrument, qui sont proportionnels au temps..... »

L'appel fait aux astronomes par M. Winnecke fut entendu, et son plan d'observation exécuté à Albany, Berlin, Greenwich, Helsingfors, Leyde, Pétersbourg, Poulkova, Washington et Vienne dans l'hémisphère boréal; au Cap, à Santiago du Chili et à Williamstown (Australie) dans l'hémisphère austral. Toutefois, sur plusieurs de ces points, on ne suivit pas les prescriptions ou propositions de M. Winnecke autant qu'il l'aurait fallu pour rendre les observations parfaitement sûres et comparables : ainsi à Greenwich on n'observa que la moitié des étoiles choisies; à Greenwich et à Albany, au lieu de déterminer les positions du centre de la planète par la comparaison des petits segments coupés par un couple de fils, on a préféré observer les deux bords... — En combinant les observations de Greenwich avec celles du Cap et de Williamstown, M. Stone [1] obtint pour la parallaxe du soleil

[1] *A determination of the Sun's Mean Equatoreal Horizontal Parallax, from Declination observations of Mars and stars, made during the opposition*

8″,943±0″,031 : le Cap et Greenwich donnaient 8″,918±0″,042 par la combinaison de 17 observations; Williamstown et Greenwich, 8″,950±0″,055, par la combinaison de 20 observations. « Je ne considère pas le nombre d'observations que j'ai discutées, » disait en terminant M. Stone, « comme suffisamment grand pour » permettre d'attacher beaucoup d'importance à la seconde déci» male, mais, d'après moi, il ne peut plus y avoir de doute que la » parallaxe horizontale du soleil atteint 8″,9... »

Maclear avait observé Mars pendant 45 soirées [sur les 75 jours d'observations compris entre le 20 août et le 3 novembre] et il s'était empressé d'envoyer ses observations à Winnecke. Celui-ci n'avait pu, à cause du temps défavorable, observer que pendant 32 soirées; et 13 seulement lui étaient communes avec Maclear : il en tira pour la parallaxe 8″,964 [1].

En 1867, parut à Washington, comme supplément aux annales de l'Observatoire de cette ville, un mémoire dont l'auteur, M. S. Newcomb, s'était proposé de tirer de l'ensemble des observations de Mars, faites à l'opposition de 1862, la valeur la plus probable de la parallaxe solaire et d'examiner les autres déterminations du même élément, obtenues par des moyens divers, afin d'en déduire, s'il était possible, une valeur définitive de la parallaxe en question et des constantes qui en dépendent. Deux tiers de l'écrit de M. Newcomb [2] sont consacrés à la discussion des observations méridiennes de Mars. Les observations faites à Berlin, Pétersbourg et Vienne, ont été laissées de côté [3] : l'auteur a utilisé 26

of 1862, at the Royal Observatory, Greenwich, the Royal Observatory, Cape of Good Hope; and the Government Observatory, Williamstown, Victoria. By E. J. Stone, Esq., M. A. Ce mémoire, lu à la séance du 13 mai 1834, est imprimé dans le t. XXXIII [1865] des Mémoires de la Société astronomique de Londres.

[1] La note de Winnecke du 9 mars 1863 se trouve dans les *Astronomische Nachrichten*, nº 1409; 7 avril 1863.

[2] *Investigation of the Distance of the sun, and of the elements wich depend upon it. from the observation of Mars, made during the oppositions of 1862, and from other sources.* Washington, 1867, in-4º; 29 pages.

[3] D'après le compte rendu du mémoire de Newcomb, donné dans le *Vierteljahrsschrift* de la Société astronomique allemande [3e année, juin 1868. Leip-

observations d'Albany, 14 de Greenwich, 18 d'Helsingfors, 29 de Leyde, 31 de Poulkova et 36 de Washington : en tout 154 observations faites dans l'hémisphère boréal, et 143 observations faites dans l'hémisphère austral, savoir : 53 au Cap, 49 à Santiago et 51 à Williamstown. Nous ne pouvons pas entrer ici dans le détail des calculs de M. Newcomb : il nous suffira de dire qu'il a trouvé 8",855±0",020 pour la parallaxe déduite des observations de Mars faites en 1862 sur le plan de Winnecke. — Une autre méthode avait été proposée par M. Airy : elle consistait à observer les déplacements de Mars en ascension droite, à de grandes distances du méridien à l'est et à l'ouest. Dès le mois de mars, M. Gilliss, surintendant de l'Observatoire de Washington, avait envoyé aux astronomes une liste d'étoiles dont il avait l'intention de mesurer les distances micrométriques à la planète, du 27 août au 7 novembre. « Il va sans dire, » avait remarqué M. Winnecke en terminant sa notice présentée à l'Académie de Saint-Pétersbourg, le 4 mai, « que les propositions précédentes ne doivent pas paraître » rendre superflues les mesures micrométriques... Mais à Poulkova, la latitude de 60° opposerait à [leur] exécution des inconvénients très-graves. » Les mesures micrométriques furent exécutées à Upsal, Washington et Santiago et discutées par M. le professeur Hall dans un mémoire publié avec les « observations de Washington » de l'année 1863 [1]. La valeur de la parallaxe obtenue par Hall est 8",842±0",04, « l'erreur probable étant une estimation grossière (*rough estimate*), tirée de la discordance des résultats et des erreurs systématiques probables des observateurs. » — On a vu que dès l'année 1854, M. Hansen avait conclu du coefficient de l'équation parallactique de la lune, tiré des observations de Greenwich et de Dorpat, que la parallaxe d'Encke devait être augmentée. En combinant avec le coefficient donné par Hansen,

zig], la série des observations de Berlin serait parvenue trop tard à l'auteur; et celles de Pétersbourg et de Vienne auraient été abandonnées à cause de l'installation défavorable des instruments.

[1] Il a été rendu compte de ce mémoire dans le t. II du *Vierteljahrsschrift* de la Société astronomique allemande.

celui tiré par Stone de 2075 observations faites à Greenwich, de 1848 à 1866, et la détermination obtenue par lui-même au moyen des observations de Washington [1862, 1863, 1864 et 1865], M. Newcomb arrive à une nouvelle valeur de la parallaxe égale à 8″,855±0″,025. — Ensuite l'équation lunaire de la terre lui fournit les valeurs 8″,809±0″,054. — Voilà donc déjà quatre valeurs de la parallaxe solaire : 8″,855 ; 8″,842 ; 8″,838 ; 8″,809 ; M. Newcomb y ajoute la valeur 8″,86±0″,04, tirée par M. Powalky d'une nouvelle discussion des observations du passage de Vénus de 1769 [1], et la valeur 8″,86 conclue par Foucault de ses expériences sur la lumière ; et, en tenant compte des poids divers qu'il convient d'attribuer à ces différents résultats, il en conclut que dans l'état actuel de la science astronomique, la valeur la plus probable de la parallaxe horizontale équatoriale du soleil est 8″,848, « nombre dont l'incertitude doit être un peu plus grande que l'erreur probable ±0″,013 donnée par M. Newcomb, mais qui, cependant, doit approcher très-près de la vérité [2]. » A cette parallaxe correspond une distance du soleil à la terre égale à 23307 rayons de l'équateur terrestre, ou un peu plus de 148 millions de kilomètres.

La parallaxe du soleil nous a écarté un moment de l'Observatoire du cap de Bonne-Espérance. Après avoir mentionné les « Distances moyennes au pôle nord de Rigel, α Orionis, Sirius et α Hydrae, pour le 1er janvier de chaque année, déduites des observations faites au cercle méridien pendant les années 1856-63, par sir Thomas Maclear [3], » il ne nous restera plus qu'à présenter l'historique des opérations entreprises de 1836 à 1848 dans le but de vérifier l'arc de Lacaille.

On se rappellera que, dès l'année 1821, l'astronome Fallows avait soumis à l'Amirauté anglaise un projet de vérification et

[1] *Neue Untersuchung des Venusdurchganges von 1767 zur Bestimmung der Sonnenparallaxe.* Kiel, 1864.

[2] Compte rendu du mémoire de Newcomb, précité.

[3] Ces déterminations, présentées à la séance du 8 juin 1866 de la Société astronomique de Londres ont été insérées dans le t. XXXV (1867) des MÉMOIRES.

d'extension de l'arc de méridien, mesuré par Lacaille en 1752; mais que ce projet avait été ajourné sur l'avis du Bureau des Longitudes. Maclear le reprit deux ou trois ans après son arrivée au Cap, et parvint à l'exécuter avec l'aide tout-puissant de l'astronome royal, M. Airy.

Le premier soin de Maclear fut de relier par une triangulation l'Observatoire de Lacaille, l'Observatoire moderne et le point [Feldhausen] où sir John Herschel avait établi son grand télescope [voir plus loin]. Le mesurage de la base commença le 17 juin 1837: les angles avaient été mesurés dans la dernière partie de 1836, avec le cercle répétiteur de Dollond, décrit dans le tome I des *Mémoires* de la Société astronomique de Londres. En supposant la latitude de l'Observatoire actuel, de 33°56'3",25, la latitude de l'Observatoire de Lacaille devait avoir été de 33°55'17",11 (on sait que Lacaille la supposait de 33°55'15"). Son Observatoire avait dû se trouver sur le côté nord-ouest de la cour de la maison occupée à cette époque par M. Bestbier; la propriété de la maison était passée de M. Bestbier à M. Arend de Waal, et de ce dernier à M. De Witt, qui, vers 1798, avait élevé un magasin sur le côté nord-ouest de la cour, lequel magasin renfermait le site de l'Observatoire [1]. La maison formait, en 1838, le n° 2 de la rue du Strand; elle était occupée par Mme Veuve De Witt : le 29 janvier [1838], Maclear y monta le secteur de Bradley qui allait servir à déterminer l'amplitude de l'arc de Lacaille; les observations commencèrent le soir même et furent continuées jusqu'au 19 février, « dans des circonstances fort désavantageuses. » Avant de poursuivre notre récit, il conviendra de dire quelques mots du secteur de Bradley, « non moins remarquable par l'intérêt histo-» rique qui s'y attache que par l'excellence générale de sa con-» struction [2]. »

[1] Le site de l'Observatoire de Lacaille fut fouillé en 1845, et l'on acquit la certitude qu'il ne restait aucune trace dudit Observatoire.

[2] On pourra, pour plus de détails, consulter le chapitre intitulé : *Description of Bradley's Sector, with which the astronomical observations of Mr. Maclear were made*, dans l'ouvrage : *Verification and extension of Lacaille's arc of meridian at the Cape of Good Hope; by sir Thomas Maclear, astronomer*

L'instrument dont il s'agit fut achevé, paraît-il, en août 1727 (*Transactions philosophiques*, tome XXXV, p. 643) et monté a Wansted où il resta jusqu'en 1749. L'histoire de son transport à Greenwich est contenue dans la note suivante extraite d'un manuscrit de la main de Bradley, que l'on conserve à l'Observatoire royal : « En 1749, 1000 livres furent accordées par Sa Majesté, sur la représentation des lords de l'Amirauté, et principalement sur la recommandation de lord Anson, pour acheter quelques instruments à l'usage de l'Observatoire royal; elles devaient être payées par le trésorier de la marine avec les fonds provenant de la vente de vieilles munitions navales : M. Folkes, M. Graham et M. Robins, ayant été consultés à cette occasion, proposèrent de comprendre dans la liste des instruments à acquérir, un *secteur parallactique*, instrument fort utile pour observer les étoiles près du zénith; et le secteur que j'avais suspendu autrefois à Wansted (en 1727) et avec lequel j'avais plus tard découvert les lois de l'aberration des étoiles fixes et la nutation de l'axe de la terre leur ayant paru digne d'être placé à l'Observatoire royal, je le retirai de Wansted en juillet 1749. » Il paraît probable, d'après une estimation citée par le professeur Rigaud, dans les *Miscellaneous Works* de Bradley, que le prix du secteur fut de 45 livres. « Lorsque sur ma recommandation, » dit M. Airy [1], « les lords commissaires de l'Amirauté résolurent d'envoyer cet instrument au cap de Bonne-Espérance, je jugeai utile d'en conserver des dessins assez détaillés pour permettre à un artiste moderne de construire une copie exacte de l'instrument s'il venait à se perdre ou à se détériorer pendant le voyage. » Il n'existait pas, en effet, de description suffisante du secteur de Bradley : celui-ci, dans les *Transactions philosophiques* (tome XLV, 1748, p. 7) renvoie à la description du secteur dont se sont servis les astronomes français pour les degrés du méridien en Laponie et en France (voir le *Degré du*

royal at the Cape of Good Hope. Published by order of the Lords Commissioners of the Admiralty. 2 vol. in-4°, 1866. Le chapitre auquel nous renvoyons a été écrit par M. Airy qui a surveillé la publication de l'ouvrage.

[1] Voir le chapitre cité dans la note précédente.

méridien entre Paris et Amiens). Une vue générale du secteur, tel qu'il était monté à Greenwich, se trouve dans les *Miscellaneous Works* précités, mais les détails de la construction sont omis. Le lecteur qui voudra étudier le secteur de Bradley pourra consulter le mémoire de M. Airy [1]. Il nous suffira de rappeler ici qu'un secteur zénithal est tout simplement une lunette très-longue, attachée à un arc de cercle auquel le mouvement de la lunette, munie de fils croisés, peut être rapporté pour mesurer les distances zénithales des étoiles, quand ces angles ne dépassent pas un petit nombre de degrés. Une pareille construction admet l'emploi de lunettes fort longues et de grandes divisions du limbe de l'arc, qui, étant très-petit, n'est pas difficile à manier. L'instrument est d'un emploi commode pour déterminer les latitudes dans les opérations géodésiques. Son invention paraît due à Hooke : il s'en servit, en 1669, au collége Gresham pour trouver la parallaxe des étoiles [2]. Le secteur de Bradley avait 13 $\frac{1}{2}$ pieds de rayon, et l'illustre astronome regardait ses résultats comme exacts à un quart de seconde près.

L'extrémité boréale de l'arc de Lacaille était, comme on sait, Klyp Fonteyn : le secteur zénithal de Bradley y fut placé le 27 mars 1838. Les observations commencèrent le 28 et furent continuées jusqu'au 21 avril. Avant de quitter Cape Town, Maclear avait obtenu de l'autorité militaire qu'une couple de sapeurs, sous le commandement du lieutenant Williams du corps du génie, serait adjointe à l'expédition : il s'agissait de faire les fouilles nécessaires pour retrouver, s'il était possible, le point même où Lacaille avait observé à Klyp Fonteyn. Le 28 mars, les sapeurs commencèrent leurs opérations en faisant des tranchées dans différentes directions; ils ne tardèrent pas à rencontrer une fondation qui, étant suivie, se trouva être celle d'un logis situé à 70 yards environ du secteur. Le 6 avril, les sapeurs réussirent à découvrir une autre fondation à l'ouest de la première, et à deux ou trois pieds au-dessous du sol : les dimensions correspondaient assez bien avec

[1] Voir le chapitre déjà cité.
[2] *Revue d'Édimbourg*, avril 1850.

la description, donnée par Lacaille dans son journal, de la grange qu'il occupait. Le lieutenant Williams leva un plan exact des localités; et, après avoir visité le pays au nord de la station, Maclear, Williams et leurs gens retournèrent à Cape Town.

Une comparaison succincte des observations montra que celles faites à l'extrémité sud de l'arc n'avaient pas toute l'exactitude requise dans un travail de cette nature, où une longueur de quelques pieds est une affaire d'importance, et dans lequel « il est indispensable que les observations soient d'une bonté exceptionnelle, » comme le portaient textuellement les instructions de l'Amirauté, reçues le 24 février. « Je savais d'après le passé, » dit M. Maclear,[1] « que de bonnes observations ne pouvaient pas être obtenues sous une tente dans la cour de Mme De Witt. Je cherchai donc un local voisin de la station, où le secteur eût tout son jeu : je m'arrêtai à Roggebay Guard-House..., et le secteur y fut érigé le 7 mai, une semaine après mon retour de Klyp Fonteyn. L'hiver étant arrivé de bonne heure, aucune observation ne put être obtenue avant le 12, et de fréquentes interruptions eurent lieu à cause du mauvais temps; six semaines, pour cette raison, furent employées dans un travail qui, avec un temps meilleur, n'en aurait demandé que deux. » Le 30 juin, on démonta le secteur, et, le 2 juillet, il fut reporté à l'Observatoire : une inspection minutieuse fit voir qu'il n'avait pas souffert.

En comparant les indications des baromètres observés à Klyp Fonteyn avec le journal météorologique, tenu à l'Observatoire, on a calculé que la station de Klyp Fonteyn devait être à 485 pieds au-dessus du niveau moyen de la mer. Dans la Guard-House, le pied du secteur ne pouvait pas s'élever de plus de deux à trois pieds au-dessus de la haute mer [cette station est près de la plage].

Maclear trouva pour l'amplitude de l'arc compris entre les deux stations où il avait observé avec le secteur de Bradley, le nombre moyen 1°13′14″,56. Donnant au résultat fourni par chaque étoile un poids proportionnel au quotient du carré du nombre des observations divisé par deux fois la somme des carrés des erreurs aux deux stations, il obtenait :

[1] Ouvrage déjà cité.

Par 20 étoiles au nord du zénith de Cape Town	....	1° 13′ 14″,173
Par 20 étoiles au sud du zénith de Cape Town	....	1 13 14 ,953
	Moyenne. . .	1° 13′ 14″,561

L'axe du secteur à la station de Klyp Fonteyn était à 216 pieds (réduits au méridien) au sud du centre de la fondation découverte le 6 avril. — Dans la Guard-House, le secteur était à 45 pieds au nord de l'emplacement du secteur de Lacaille dans la cour de Mme De Witt. L'équivalent pour 261 pieds [2″,56] ajouté à 1°13′ 14″,56 donne 1°13′17″,12 pour l'amplitude de l'arc de Lacaille; nous avons vu que cet illustre astronome l'avait trouvée égale à 1°13′17″,33, et qu'il l'avait déduite des observations de 16 étoiles: le résultat de Maclear reposait sur 1133 observations de 40 étoiles, à savoir, 464 observations à Klyp Fonteyn et 669 dans la Guard-House.

Avant d'aller plus loin, disons que M. Henderson a déduit des observations faites par Maclear avec le secteur, 33°55′16″,07 pour la latitude de la station de Lacaille dans Cape Town : ce nombre ne diffère que de 1″,04 du résultat donné par la triangulation qui a relié cette station à l'Observatoire royal.

Dès le 1er juin 1838, M. Maclear avait transmis à M. Airy le résultat d'un calcul approché de l'arc de Lacaille : « Il est clair, » disait-il dans sa lettre, « que cette réobservation de l'amplitude ne nous donnera aucune explication du caractère anormal de la longueur de l'arc; je m'attends donc à recevoir l'ordre d'entreprendre le travail géodésique. » L'astronome royal ne put s'occuper activement de cette affaire avant le commencement de 1839. Il obtint, d'abord, que les règles à compensation, inventées par le colonel Colby et dont ce dernier avait fait emploi dans le mesurage de la base près de Lough Foyle (en Irlande), seraient mises à la disposition de M. Maclear. Déjà, en 1838, M. Airy avait pu, avec l'autorisation de l'Amirauté, charger M. Simms de construire, pour servir d'étalons de mesure au Cap, deux règles en fer, de dix pieds, semblables en tout à celles qui avaient servi lors du mesurage précité. Une seconde démarche fut couronnée du même

succès : il était nécessaire, représenta M. Airy, d'avoir l'aide de soldats dans diverses parties, du travail; pour cette raison et à cause de la convenance de mettre les règles sous la garde d'une personne habituée à s'en servir, il était désirable qu'un officier du corps des ingénieurs allât au Cap. Le capitaine Henderson fut désigné pour ce service, le 11 octobre, mais étant alors occupé à la triangulation de l'Écosse, il ne put s'embarquer, avec les sapeurs et les mineurs sous ses ordres, avant le 8 avril 1840; il arriva au Cap le 6 juillet, et des opérations de différents genres furent commencées immédiatement par M. Maclear.

Le 2 septembre 1840, la petite troupe commandée par Maclear se mit en route pour la plaine de Zwart Land, où Lacaille avait mesuré sa base. Après beaucoup d'essais, Maclear, avec l'aide de M. Mann, fut conduit à s'arrêter à une petite élévation de terrain sans une pierre ou marque distinctive quelconque, soit au-dessus de la surface, soit au-dessous jusqu'à la profondeur de trois pieds, comme étant l'extrémité *ouest* de la base de Lacaille [1]. S'avançant de ce point dans la direction connue de la base, il parvint à reconnaître tout son parcours. Dans l'opinion de M. Maclear, la ligne choisie par Lacaille n'était pas la plus avantageuse. L'astronome français *paraît* avoir commencé le premier mesurage au point *est;* et il *est certain* que c'est de ce point qu'il est parti, lorsque, pour s'assurer qu'il n'avait pas mal compté, il recommença l'opération avec une corde. L'endroit de son point *est* n'est mentionné nulle part, ni dans son journal, ni dans son mémoire.

Après s'être consulté avec le capitaine Henderson, Maclear résolut de prendre une nouvelle ligne pour sa base : celle dont il fit choix avait une longueur d'environ 8,1 milles. Elle se rapprochait beaucoup de la base de Lacaille, mais la direction avait été un peu altérée, afin d'éviter une pente. Les travaux commencèrent le 21 octobre, et, le 27, on avait mesuré 1701 pieds; l'opétion ayant été renouvelée le 30, l'accord fut des plus satisfaisants.

[1] Lacaille applique les termes *sud* et *nord* aux points limites de sa base; mais sa ligne incline plus vers le premier vertical que vers le méridien.

[Note de M. Maclear.]

On atteignit l'extrémité *est* de la base le 5 avril 1841, et la marque permanente fut établie le 20 du même mois. Le 24, commença la triangulation destinée à relier diverses portions de la base, à l'effet de rechercher si quelque erreur sérieuse, telle que l'omission d'une règle, n'aurait pas été commise ici ou là. Le 21 juin, Maclear retourna à l'Observatoire.

Le 19 août 1841, on commença, à l'Observatoire, les comparaisons entre les règles à compensation et les deux règles étalons en fer, d'une part, et entre les règles étalons, d'autre part. Le 13 décembre 1842, les règles à compensation et l'un des étalons furent portés à Greenwich; le 12 septembre 1843, cet étalon fut comparé avec ceux du colonel Colby, dans l'atelier de M. Simms; et pendant les mois de mars et d'avril 1844, les comparaisons furent répétées au bureau géodésique de Southampton.

La base mesurée par Maclear avait une longueur de 42818,75 pieds : la vérification qui en avait été faite par la petite triangulation commencée le 24 avril 1841 n'avait mis au jour qu'une erreur probable de 0,41 pouce; ceci était d'autant plus important que la nouvelle base devait servir non-seulement pour l'arc de Lacaille, mais pour une extension de cet arc au nord et au sud; d'après les ordres de l'Amirauté, en effet, rien de ce qui pouvait conduire à une estimation exacte de la courbure du méridien dans l'hémisphère austral ne devait être négligé. Maclear résolut de descendre au sud jusqu'à *Cape Point* [lat. 34°21′6″,3]; et il finit par reporter le point nord jusqu'à 29°44′17″,7, dans la grande plaine de Bushman [*Bushman Flat*], près de la rivière *Orange*, de sorte que l'amplitude de son arc fut portée jusqu'à 4°36′48″,6. La triangulation, commencée en septembre 1841, ne fut terminée que sept ans après : le 1er mai 1850, le secteur de Bradley, qui avait servi à la détermination des latitudes, fut renvoyé en Angleterre.

Le prolongement jusqu'à *Cape Point* n'ajoutait que 24 milles à la longueur de l'arc; mais il était avantageux, en ce sens qu'il tendait à éliminer l'attraction perturbatrice de la masse connue sous le nom de *Table Mountain*. En reportant l'extrémité nord dans la plaine de Bushman, on plaçait le secteur sur un plateau

découvert de roche primitive, où il était à l'abri des déflexions latérales presque autant qu'il l'aurait été en pleine mer.

Les stations principales, au nombre de six, étaient, en allant du sud au nord : *Cape Point*, extrémité sud-ouest de l'Afrique; *Zwarte Kop*, montagne à trente milles au sud de l'Observatoire; l'*Observatoire royal;* le sommet de *Heerenlogements Berg;* le *Kamies Berg;* un point de la *plaine de Bushman* (Bushman Flat).

Les amplitudes des arcs compris entre l'Observatoire et les cinq autres stations, ainsi que le nombre des étoiles par lesquelles elles ont été déterminées, sont donnés dans le tableau suivant [1]:

		Amplitudes déduites des observations astronomiques.				Nombre des étoiles.
L'Observatoire royal	et l'extrémité nord de l'arc .	4°	11'	43'',511	nord	57
Id.	et le Kamies Berg	3	34	35,061	nord	63
Id.	et le Heerenlogements Berg .	1	57	57,907	nord	45
Id.	et le Zwarte Kop.	0	17	30,595	sud	68
Id.	et Cape Point.	0	25	3,058	sud	39

La latitude de l'Observatoire étant 33°56'3'',20;
Le grand axe de la terre » 41847426 pieds; } Éléments
Le petit axe de la terre » 41707620 » } d'Airy.

Voici, maintenant, la relation entre les latitudes observées, les latitudes calculées, et les distances méridiennes, déduites de la triangulation :

STATIONS.	LATITUDES déduites des observations astronomiques.	LATITUDES déduites des triangles au moyen des éléments ci-dessus.	Différences.	Distances des parallèles.	Hauteurs approchées des stations au-dessus de la mer [2].
Extrémité nord de l'arc.	29° 44' 17'',69	29° 44' 17'',32	+0'',37	»	3300 pds.
Kamies Berg	30 21 29,06	30 21 20,70	+8,36	224600,6	5000 »
Heerenlogements Berg.	31 58 9,03	31 58 9,64	−0,61	811506,8	2381 »
Observatoire royal . .	33 56 3,20	33 56 3,20	......	1526385,1	35 »
Zwarte Kop	34 13 32,12	34 13 33,80	−1,68	1632581,4	1939 »
Cape Point	34 21 6,26	34 21 6,81	−0,55	1678374,1	688 »

[1] Ouvrage déjà cité. Voyez aussi *Monthly Notices*, t. XVIII; 1858.

[2] Voir la note de la page 107.

L'accord entre les latitudes observées et les latitudes calculées est satisfaisant : à l'une des stations seulement, à Kamies Berg, la différence paraît excéder l'erreur probable des observations; mais, comme le remarque M. Maclear, l'attraction de l'immense plateau de Bushman, dont l'élévation au-dessus du niveau de la mer n'est pas moindre que 3000 pieds, rend suffisamment compte de la déviation du fil à plomb qui se manifeste à Kamies Berg.

La longueur de l'arc total mesuré étant de 1678374,1 pieds pour 4°36′48″,6, il en résulte pour la longueur du degré, à la latitude de 32° sud, 363796,3 pieds. On a vu que Lacaille avait trouvé cette longueur égale à 57037 toises, soit 364728,8 pieds.

La station de Klyp Fonteyn, l'extrémité boréale de l'arc de Lacaille n'est pas comprise dans les tableaux qui précèdent. Pour permettre une comparaison entre les résultats du célèbre astronome français et ceux obtenus par Maclear, nous donnerons d'abord une lettre de ce dernier, insérée dans les *Astronomische Nachrichten* (n° 574; 3 septembre 1846). Maclear écrit à M. Schumacher, en date du 6 mai 1846 : « Vous savez sans doute qu'il avait plu au gouvernement anglais d'ordonner qu'il serait fait un nouveau mesurage de l'arc de l'abbé de Lacaille au cap de Bonne-Espérance, et que cet arc serait prolongé aussi loin qu'il serait jugé nécessaire pour obtenir une bonne estimation de la courbure du méridien dans l'hémisphère austral... La partie de l'arc déjà mesurée s'étend de Cape Point au Kamies Berg. L'arc de Lacaille n'en constitue pas une partie intégrante, quoiqu'ils soient reliés par des stations communes. Si la contrée avait été moins montagneuse, il est probable qu'on se serait arrêté au Kamies Berg. Mais la libéralité du gouvernement et le zèle des conseillers de Sa Majesté pour le progrès de la science nous ont donné les moyens de porter la triangulation sur le pays relativement plat qui s'étend entre le Kamies Berg et la rivière *Orange*, où l'on pourra choisir un endroit des plus favorables comme point terminal au nord... Voici les stations où le secteur [de Bradley) a été érigé : Cape Point, Zwarte Kop, Observatoire royal, Cape Town [station de Lacaille], Klyp Fonteyn [station de Lacaille], Heerenlogements Berg, Kamies Berg... De 38 à 43 étoiles furent observées

à chaque station, en général huit fois avec la face de l'arc gradué, tournée vers l'est, et le même nombre de fois avec la face de l'arc tournée vers l'ouest : l'instrument étant retourné chaque jour, excepté quand le mauvais temps venait interrompre les observations, ou, vers la fin de la série, lorsqu'il s'agissait d'obtenir des observations qui avaient été manquées. A l'Observatoire royal, toutes les étoiles ont été observées quinze fois dans chacune des positions. La réduction de cette masse d'observations est très-avancée. Je n'ai pas eu le temps de terminer plus de cinq étoiles pour cette communication. En conséquence, les résultats ne doivent être regardés que comme une approximation pour les portions de l'arc auxquelles ils se rapportent, mais je les crois très-voisins de la vérité. Dans le but de comparer la base de Lacaille avec la nouvelle base, j'ai relié celle-ci aux triangles de Lacaille par le côté commun, Riebeeks Kasteel-Kapoc Berg. A Kapoc Berg on retrouve la « roche à peu près cylindrique » de Lacaille, et à Riebeeks Kasteel, il a laissé un monceau de pierres [*a pile of stones*]. Je n'occupai pas sa station supposée de Picket à Klyp Fonteyn, mais le site de sa grange. Je relevai les points qui définissent son grand triangle austral.

» Comparaison des côtés des triangles :

	Longueurs données par Lacaille.	Longueurs calculées avec la base moderne et les triangles de Lacaille.	Différences.	Longueurs calculées avec la base moderne et les triangles modernes.
	Pieds.	Pieds.	Pieds.	Pieds.
Riebeeks Kasteel à Kapoc Berg .	135810,3	135765,5	44,8	135766,0
Cape Town à Kapoc Berg . . .	183148,8	183089,2	59,6	183086,0
Cape Town à Riebeeks Kasteel .	243283,6	243204,0	79,6	243199,3
Riebeeks Kasteel à Klyp Fonteyn .	261000,4	260914,7	85,7	
Kapoc Berg à Klyp Fonteyn . .	263654,8	263568,7	86,1	

» Les différences disparaîtraient en retranchant environ 14 pieds de la base de Lacaille. Je donnerai maintenant l'arc de Lacaille, calculé par lui-même; l'arc de Lacaille, calculé d'après

ses triangles et la base moderne; l'arc de Lacaille, calculé d'après les triangles modernes et la base moderne... »

	Amplitude.	Longueur.	Longueur de 1°.
	—	—	—
Cape Town et Klyp Fonteyn [résultat de Lacaille]	1°13′17″,33	69669,1 toises	364728,8 pds.
Cape Town et Klyp Fonteyn [triangles de Lacaille; base moderne]. . . .	1 13 17,33	445361,0 pieds	364607,5 »
Cape Town et Klyp Fonteyn [triangles et base modernes]	1 13 14,51	445027,5 pieds	364568,3 »

Dans l'ouvrage intitulé: *Verification and extension of Lacaille's arc* [1], on trouve les résultats définitifs suivants: 1° La base de Lacaille (de 6467 ¼ toises) était trop grande de $\frac{1}{3046}$ de sa longueur; 2° les triangles de Lacaille, combinés avec la nouvelle base donnent, en adoptant l'amplitude 1°13′17″,5, pour valeur du degré du méridien, 364593,9 pieds; la détermination de l'astronome français est 364711,8; 3° la triangulation entre les deux points où le secteur de Bradley a été installé, combinée avec l'amplitude 1°13′14″,56 fournie par ce secteur, donne pour valeur du degré, 364557,3 pieds.

Maclear terminait sa lettre susmentionnée en disant : « ... Il ne saurait être fait usage de l'arc de Lacaille proprement dit, dans la question de la figure de la terre, [cette mesure étant viciée et rendue sans emploi comme élément dans la détermination de la figure de la terre, parce que ses points extrêmes étaient affectés par la somme des attractions de Table Mountain, d'une part, et de l'extrémité nord de Picket Berg, de l'autre]; mais on obtiendra

[1] On trouve une excellente analyse et discussion de cet ouvrage dans le *Vierteljahrsschrift* de la Société astronomique allemande, janvier 1870. L'auteur de ce compte rendu, M. Winnecke, a calculé, d'après les données fournies par Maclear, les hauteurs des stations, et il arrive à des nombres dont plusieurs diffèrent assez sensiblement de ceux que nous avons donnés à la page 104. Voici ses résultats :

Extrémité nord de l'arc .	3604 pieds	Observatoire royal . .	51 pieds
Kamies Berg	5141 »	Zwarte Kop	2031 »
Heerenlogements Berg .	2381 »	Cape Point	688 »
Klyp Fonteyn. . .	379 pieds.		

un bon résultat en combinant les sections entre Zwarte Kop, Heerenlogements Berg, Kamies Berg et la plaine de Bushman vers la rivière Orange. »

Le capitaine Clarke s'est livré à ce travail [1], en joignant aux stations mentionnées ci-dessus, celles de Cape Point et de l'Observatoire royal : il a démontré que si l'on tient compte de la déviation du fil à plomb à Kamies Berg, produite par l'attraction de l'immense plateau de Bushman, les résultats de Maclear s'accordent fort bien avec les éléments de la figure de la terre, tels qu'ils ont été déduits dans l'ouvrage sur la triangulation des îles Britanniques [2]. — « La Société, » disait en 1859 [3] le conseil de la Société astronomique de Londres, « se joindra à nous, nous en avons l'assurance, pour applaudir cordialement à l'habileté et à l'énergie infatigable que M. Maclear a déployées dans l'exécution de son entreprise ardue, et pour le féliciter des résultats satisfaisants auxquels il est arrivé. »

Ce n'est pas sans raison que le Conseil parlait de l'énergie de Maclear et de ses compagnons : les difficultés physiques qui s'étaient présentées dans la partie boréale de la triangulation avaient été énormes, les souffrances et l'anxiété excessives. « Le froid et la neige, » écrivait M. Maclear, de Kamies Berg [4] « peuvent être dédaignés ; pour les combattre, nous avons du feu et des vêtements ; mais il n'y a pas de remède contre la chaleur, ni de moyen d'y échapper, et rien ne peut remplacer l'eau. Si j'avais pu prévoir ce que j'aurais à souffrir pendant les six derniers mois, je pense que j'aurais reculé. » La maladie l'atteignait quelque temps après et lui enlevait le plaisir de compléter la trian-

[1] *Note on the Figure of the Earth.* MONTHLY NOTICES, t. XIX ; 1858.

[2] *Ordnance Trigonometrical Survey of Great-Britain and Ireland. — Account of the observations and calculations of the principal triangulations ; and of the figure, dimensions, and mean specific gravity of the earth as derived therefrom... Drawn up by captain Alexandre Ross Clarke*, R. E. Under the Direction of Lieutenant Ed. H. James, R. E. Superintendent of the Ordnance Survey, pp. 782, 4°. Londres, 1858.

[3] Séance du 11 février 1859.

[4] *Monthly Notices*, t. VII ; 1847.

gulation en personne. L'exposition alternative, et souvent répétée, au soleil brûlant de la plaine de Bushman et au froid piquant du Kamies Berg, combinée avec un grand exercice corporel pour gravir les montagnes, et un usage peu modéré de l'eau après une longue privation, développa une affection rhumatismale vers la fin de mars 1847. Il commençait à en guérir, lorsqu'il eut « l'occasion, maintenant au milieu de l'hiver, de rester levé chaque nuit dans la tente du secteur, sous une température de glace. » Une rechute avec aggravation s'en suivit le 22 juin; mais il persista à observer avec le secteur jusqu'au 28 : « alors, » dit-il, « trouvant que je ne pouvais pas y tenir plus longtemps, je déléguai la continuation des opérations à M. Montagu et, le 1er juillet, je quittai la station, accompagné de M. Campion[1].

Le travail de vérification et d'extension de l'arc de Lacaille fut récompensé en 1867 par la médaille de Lalande, que l'Académie des sciences de Paris décerna à Maclear[2]. Déjà, dans la séance du 20 avril 1863, l'Académie avait nommé Maclear correspondant pour la section d'astronomie.

CHAPITRE VIII.

Les travaux de sir John Herschel au cap de Bonne-Espérance. — Le successeur de Maclear.

Des quatre astronomes que nous avons vus apparaître jusqu'ici au cap de Bonne-Espérance, Lacaille est celui dont les travaux ont laissé la trace la plus profonde dans l'histoire de la science : on dirait même que ses successeurs n'aient eu en vue que de perfectionner les sujets d'investigation auxquels il s'était livré. La connaissance exacte du ciel austral, en ce qui concerne les étoiles, la détermination des parallaxes du soleil et de la lune, la mesure d'un arc de méridien, ont occupé Fallows, Henderson et Maclear.

[1] *Verification and extension of Lacaille's arc of Meridian*, déjà cité.

[2] *Comptes rendus*, n° du 11 mars 1867 : Rapport de M. Delaunay sur le concours de l'année 1846.

La découverte de la parallaxe annuelle de α Centauri est due à un heureux hasard : c'est en discutant les déclinaisons des deux composantes qu'Henderson fut conduit à établir cette parallaxe; le grand mouvement propre et l'éclat de l'étoile auraient pu la faire soupçonner, et les observations de Maclear enlevèrent toute espèce de doute sur son existence.

Les services rendus par les astronomes de l'Observatoire du Cap sont incontestables : Maclear surtout a droit aux plus grands éloges. Constamment sur la brèche de 1834 à 1870, il a su maintenir la réputation de son Observatoire intacte pendant ce long espace de temps, et mériter par son talent d'observateur, son zèle infatigable et son amour désintéressé de la science, l'estime et la reconnaissance de ses confrères d'Europe les plus haut placés. Mais pour ce qu'on appelle le monde, lui, ses prédécesseurs et jusqu'à Lacaille lui-même ont été éclipsés par sir John Herschel, qui doit une grande partie de sa popularité au séjour qu'il fit au cap de Bonne-Espérance, de 1834 à 1838 [1].

[1] On se rappelle encore l'immense sensation que fit en 1835 l'annonce des prétendues découvertes d'Herschel dans la lune. Une brochure publiée à New-York parlait d'un objectif pesant 148 quintaux et éclairé au moyen de la lumière produite par la combustion des gaz oxygène et hydrogène sur la chaux. A l'aide de cet admirable instrument, Herschel était parvenu à voir à la surface de la lune des êtres vivants, des constructions de divers genres et une infinité de choses merveilleuses... Arago se donna la peine de réfuter cette plaisanterie qu'on a attribuée à l'astronome Nicollet; ce qui lui valut la lettre suivante d'Herschel : « ... Le capitaine Hall a eu la bonté de pourvoir à mon amusement, en m'envoyant divers journaux qui renfermaient l'histoire de mes prétendues découvertes dans la lune, et des remarques critiques, dans quelques-unes desquelles j'ai cru reconnaître votre style. M. Hall n'a pas oublié de m'informer de l'empressement amical que vous avez mis à désabuser à ce sujet le bon public de Paris. Je vous prie d'accepter mes sincères remercîments pour vos bons offices, quoique, en vérité, je doive regretter qu'un temps aussi précieux que le vôtre ait été ainsi employé. Puisqu'il y a des gens assez niais pour croire tout conte extravagant qu'on leur débite, nous devons désirer que ces contes soient toujours aussi innocents que celui dont il s'agit : en tout cas, je ne suis pas disposé à me plaindre sérieusement d'un événement qui m'a rappelé à votre souvenir, et qui vous a constitué mon défenseur. » (*Comptes rendus*, n° du 31 octobre 1836.)

Sir John Herschel s'était embarqué à Portsmouth, le 13 novembre 1833, sur le *Mount Stewart Elphinstone*, bâtiment de la compagnie des Indes, et était arrivé au Cap, le 15 janvier 1834. Le but de son voyage était de compléter une revue du ciel étoilé, commencée vers l'année 1825. « A cette époque, » dit-il [1], « je ne me proposais pas autre chose que de soumettre à un nouvel examen les nébuleuses et les amas d'étoiles, découverts par mon père (sir William Herschel) « dans ses balayages [*sweeps*] des cieux, » et décrits par lui dans trois catalogues présentés à la Société royale et qui parurent dans les *Transactions* de cet illustre corps, pour les années 1786, 1789 et 1802 [2]. Cet examen prit à peu près huit ans, et les résultats en furent présentés à la Société royale en 1833, sous la forme d'un catalogue arrangé par ordre d'ascensions droites. Le catalogue dont il est ici question fut inséré dans les *Transactions* pour 1833; il renferme 2306 nébuleuses et amas : 1781 sont identiques avec des objets déjà mentionnés, soit dans les catalogues de mon père, soit dans la petite, mais intéressante collection de Messier (*Mémoires* de l'Académie des sciences pour 1771; *Connaissance des Temps* pour 1783, 1784), soit enfin dans le catalogue des étoiles doubles de M. Struve; les 525 objets restants sont nouveaux. Outre ces objets spéciaux, je notai, dans mes recherches, un grand nombre d'étoiles doubles, de toutes les classes et de tous les ordres; trois à quatre mille furent décrites et observées, et leurs positions, calculées et rangées d'après les ascensions droites, ont été, de loin en loin, publiées par la Société astronomique de Londres en six catalogues qu'on trouvera dans les tomes II, III, IV, VI et IX des *Mémoires*.

[1] *Results of astronomical observations made during the years 1834, 5, 6, 7, 8, at the Cape of Good Hope; being the completion of a telescopic survey of the whole surface of the visible Heavens, commenced in 1825, by sir John F.-W. Herschel.* Londres, 1847; in-4°; Introduction xx pages; 452 pages et XVII planches.

[2] Sir William Herschel fut assisté dans ce travail par sa sœur Caroline (morte à Hanovre en 1848, dans la 98e année de son âge) et par son frère Alexandre, mécanicien fort habile et qui rendit de grands services à William en l'aidant à monter ses télescopes.

— J'eus lieu d'être satisfait; considérée dans son ensemble, mon entreprise avait réussi autant que je pouvais l'espérer; les positions que j'avais obtenues laissaient peu de chose à désirer. D'un autre côté, j'avais acquis une grande pratique de l'instrument employé aux observations (un réflecteur de 18 $\frac{1}{4}$ pouces d'ouverture claire, et de 20 pieds de longueur focale, de la construction de mon père), ainsi que des procédés délicats par lesquels on polit les miroirs; poussé en sus fortement par l'intérêt particulier du sujet et la nature merveilleuse des objets qui se présentaient d'eux-mêmes pendant que je le poursuivais, je résolus d'essayer si je ne pourrais pas compléter la revue de la surface entière des cieux, et je me décidai, pour atteindre ce but, à transporter dans l'autre hémisphère l'instrument dont je m'étais servi dans le nôtre, de manière à donner de l'unité aux résultats des deux parties de la revue, et à les rendre comparables entre eux... » Outre son télescope de 20 pieds, Herschel avait emporté une lunette achromatique de Tulley, de 5 pouces d'ouverture et de 7 pieds de distance focale, montée équatorialement, qui avait servi en Angleterre aux mesures des étoiles doubles, et d'autres appareils astronomiques. Arrivé au Cap, son premier soin avait été de rechercher un endroit où il pût s'établir convenablement. Son choix s'était arrêté sur la résidence d'un propriétaire hollandais, W. A. Schonnberg, portant le nom de *Feldhausen*, à 6 milles environ de Cape Town. Feldhausen, situé au pied de la montagne dite *Table Mountain*, du côté oriental, avait l'avantage d'être protégé contre la poussière, et, autant que possible, contre le vent, par un bois de chênes et de sapins; il était, du reste, assez loin de la montagne pour échapper à l'ennui des nuages qui se forment en si grande quantité au-dessus et autour de son sommet, mais pas assez loin pour perdre l'avantage de ses murailles rocheuses réagissant contre les vents de sud-est, dont la violence se fait surtout sentir pendant les mois les plus clairs. L'érection des instruments fut commencée immédiatement, et, dès le 22 février, Herschel put examiner, avec son télescope de 20 pieds, plusieurs objets remarquables du ciel, tels que α Crucis, la nébuleuse près de η Argûs, etc.; le 5 mars, il entamait l'inspection

régulière et systématique du ciel. A la fin d'avril, le bâtiment destiné à recevoir l'équatorial était achevé, et l'instrument placé sur un pied en briques, au-dessous d'un toit tournant, apporté d'Angleterre. Le 2 mai, la série des mesures micrométriques des étoiles doubles australes débutait par α Centauri, la plus belle d'entre elles. Le réflecteur et le bâtiment de l'équatorial étaient placés tous deux dans une espèce de verger, entouré d'arbres de toutes parts : à l'ouest, le rapprochement de ces arbres empêchait la vue d'une portion du ciel, mais ils servaient d'abri contre les vents de nord-ouest qui soufflent avec fureur dans les mois d'hiver. D'après la triangulation de Maclear, dont nous avons parlé, Feldhausen se trouvait à 2′53″,55 sud et $0^m4^s,11$ ouest de l'Observatoire du Cap, c'est-à-dire à 33°58′56″,55 de latitude sud et à $1^h13^m50^s,89$ de longitude orientale par rapport au méridien de Greenwich. Sa hauteur au-dessus du niveau de la mer était de 142 pieds environ. — Avant de quitter l'Angleterre, Herschel avait engagé un aide (John Stone) pour opérer les mouvements du réflecteur pendant les observations et pour exécuter les réparations nécessaires. « Cet aide indispensable pour les ouvrages manuels excepté, » dit-il [1], « il est juste de faire savoir que la masse des observations, ainsi que tout le travail consistant à les réduire, à les arranger et à les préparer pour l'impression, ont été exécutés par moi-même. Je n'ai pas besoin d'ajouter que je ne pouvais déléguer à personne le soin de polir les miroirs. De ceux-ci, j'en avais trois : le miroir de 20 pieds qui avait servi à mon père dans ses recherches; un miroir confectionné par moi-même, sous ses yeux et d'après ses instructions, et un autre miroir de même métal, fondu à la même époque que ce dernier, mais que je ne travaillai et n'achevai que plus tard. Le diamètre de la surface claire polie est, pour les trois miroirs, de 18 ¼ pouces, et, autant que je puis juger, ils sont également réflecteurs quand ils ont été fraîchement polis, et sont semblables en tout, pour ce qui regarde les effets produits. L'un d'eux (le premier des deux nouveaux) a une longueur focale plus grande de deux pouces que les

[1] *Results of astronomical observations*, etc.

deux autres, mais comme sa figure est du reste bonne, je n'ai pas cru nécessaire de corriger cette différence. J'ai repoli les miroirs, chaque fois que le besoin s'en est fait sentir, ce qui est arrivé bien plus souvent qu'en Europe; j'avais apporté avec moi tout l'appareil nécessaire à cette opération. »

Sir William Herschel, dans ses balayages (*sweeps*) systématiques du ciel avait employé exclusivement le réflecteur de vingt pieds, et son fils s'astreignit au même télescope ou à son équivalent lorsqu'il voulut faire la revue du ciel boréal d'abord, puis celle du ciel austral; et pour peu qu'on y pense, on ne tarde pas à se convaincre que l'emploi de télescopes doués de pouvoirs optiques différents enlèverait à de semblables explorations beaucoup de leur intérêt et de leur utilité. Si elles ne pénétraient pas dans la même profondeur de l'espace, elles ne comprendraient pas les mêmes objets, et les traits de ceux-ci viendraient à changer : des étoiles simples deviendraient doubles; des nébuleuses irrésolubles ou qui n'étaient que des brouillards de lumière diffuse se résoudraient en agrégations d'étoiles; chez d'autres, la forme et le contour changeraient au point qu'il serait difficile, ou même impossible, de les reconnaître et de les identifier. Les dessins des mêmes nébuleuses, donnés par Messier et les Herschel, et qu'on peut accepter comme les peintures fidèles des apparences qu'elles présentaient dans leurs télescopes, ne diffèrent pas moins entre eux qu'ils ne diffèrent, dit-on, des dessins fournis par le télescope gigantesque de lord Rosse... La lumière plus faible du réflecteur newtonien de M. Dunlop ($\frac{1}{7}$ environ de celui de sir John Herschel) peut avoir eu autant d'influence que d'autres défauts soit dans la construction, soit dans l'usage du télescope, sur les représentations très-imparfaites et inexactes qu'il a données de tant de nébuleuses australes [1]...

Avant de parler des observations de sir John Herschel, nous dirons quelques mots du climat du cap de Bonne-Espérance. Les mois les plus favorables aux observations sont les mois d'hiver, de mai à octobre, ceux de juin et de juillet surtout : les astres, à

[1] *Revue d'Édimbourg*, juillet 1848.

cette époque de l'année, sont en général, très-bien définis et une vision imparfaite constitue plutôt l'exception que la règle. Les meilleures nuits arrivent un jour ou deux après que les fortes pluies qui tombent dans cette saison ont cessé : les images sont alors si tranquilles et si bien définies que le pouvoir amplifiant n'est limité que par les aberrations des miroirs. Pendant la saison d'été, d'octobre à mars, les nuits sont superbes pour la plupart, mais dans le voisinage des montagnes, le vent dominant de sud-est amène souvent avec lui une bande de nuages qui s'étend à plusieurs milles et intercepte la vue du ciel. L'extrême sécheresse des plaines sablonneuses, sous une chaleur de 60° centigrades, trouble, de son côté, la tranquillité de l'air et tord les images des astres, d'une façon vraiment singulière : « Lors de la conjonction de Saturne et de γ Virginis, à la fin de mars 1834, les deux astres furent aperçus dans le même champ du réflecteur de 20 pieds, si mal définis que si ce n'eût été la plus grande quantité de lumière et la couleur différente de Saturne, on n'aurait pas su dire qui était la planète, qui était l'astre ; la nuit était cependant, en apparence, fort belle. » A voir les images dilatées des étoiles, on les prendrait pour des nébuleuses : quelquefois elles se montrent sous forme de boules dont on aurait enlevé la surface, de manière à permettre l'étude de leur structure ; elles semblent alors être le résultat d'un mouvement vibratoire, excessivement rapide, du point central, s'accomplissant dans tous les sens. — Bien que le nombre des nuits favorables à l'observation ne soit pas aussi grand au cap de Bonne-Espérance qu'on pourrait le supposer d'après la prédominance d'un ciel brillant et sans nuages, cependant il l'emporte sur celui qu'on a constaté dans nos latitudes... D'après William Herschel, l'observateur le plus diligent et le plus attentif, ne laissant échapper aucune occasion favorable, devra s'estimer heureux si, dans une année, il a pu observer pendant 100 heures : ce résultat cesse de surprendre, quand on considère que la nuit doit être claire et la lune absente, qu'il ne doit pas y avoir de crépuscule, de vapeurs, de vent fort, de variation brusque de température, et qu'il faut tenir compte des retards imprévus et des changements dans les

appareils. William Herschel calcule qu'il faudrait à peu près 1475 heures, ou 14 $\frac{3}{4}$ années pour faire la revue du ciel sous la latitude de l'Angleterre, avec son télescope de vingt pieds, muni d'un pouvoir amplifiant de 157 : cette estimation est évidemment excessive, puisque sir John Herschel accomplit plus tard le travail en question dans un espace de temps un peu moindre que huit années. Struve fixe à 120 le nombre des nuits claires à Poulkova; parmi ces 120 nuits, 80 sont favorables à l'observation; comptant 25 observations par nuit, il faudrait une année pour 2000 observations, et jamais on n'a été au delà de 2119. A Feldhausen, sir John Herschel put observer, en 1836, pendant la durée entière ou une partie de la durée de 131 nuits; l'année suivante il n'observa que pendant 100 nuits, mais d'autres nuits, en assez grand nombre, furent consacrées à des recherches étrangères au but principal de son voyage. Ces faits et d'autres sembleraient indiquer des conditions climatériques bien plus favorables pour l'observation que celles qui prévalent dans nos latitudes [1].

Le nombre de nébuleuses et d'amas d'étoiles observés par sir John Herschel, dans sa revue du ciel austral, s'élève à 1708. De ces objets, 89 avaient été observés par lui, et 135 par son père, dans leurs revues boréales, mais se présentaient au Cap à des hauteurs beaucoup plus grandes et dans de bien meilleures conditions; 9 autres se rencontrent dans le catalogue de Messier, et 206 ont été identifiés, avec plus ou moins de certitude, avec des objets observés par M. Dunlop : les 423 objets restants mentionnés par ce dernier astronome ont échappé à Herschel, bien qu'il n'ait épargné ni temps ni peine pour les retrouver.

Il est très-difficile de donner l'ascension droite et la déclinaison d'une nébuleuse ou d'un amas d'étoiles; ces éléments ont toujours quelque chose de vague et d'indéfini, quand il ne se trouve pas vers le centre de figure, soit une étoile remarquable, soit quelque autre caractère bien tranché. Toutefois, en comparant les posi-

[1] *Revue d'Édimbourg*, article déjà cité. Nous continuerons, dans ce qui suivra, à faire usage de cette excellente analyse des travaux de sir John Herschel.

tions assignées à ceux de ces objets qui étaient communs aux revues boréale et australe, ou qui avaient été observés deux ou trois fois sur le même point et déterminés le même nombre de fois d'une manière indépendante, on arrive à la conclusion que l'erreur n'excède pas 45″ pour la déclinaison et 30″ pour l'ascension droite, et qu'elle est généralement moindre.

Les objets d'observation les plus intéressants dans l'hémisphère austral sont les deux *Nubeculae* ou nuées de Magellan, déjà signalées par Halley. La première est située à 16° environ du pôle sud, avec une ascension droite d'environ 12°; elle occupe un espace mal défini, mais se rapprochant de la forme circulaire, de près de 3° de diamètre; à quelques minutes d'ascension droite en avant, mais complétement isolé de la nuée, se trouve le grand amas globulaire 47 Toucani, le plus magnifique du ciel austral. A cette exception près, la nuée est placée dans une région du ciel misérablement dépourvue d'étoiles et de nébuleuses. Située au milieu d'un désert, l'effet qu'elle produit avec son satellite en devient plus vif encore par le contraste. La seconde nuée de Magellan, la plus grande, se rencontre à la même distance à peu près du pôle, entre 100 et 120° d'ascension droite : sa forme est aussi difficile à décrire qu'à représenter; on y aperçoit une sorte d'axe lumineux, très-mince, fort irrégulier et mal défini, d'une intensité variable et qui ne se distingue pas nettement de la masse générale; celle-ci, terminée à ses extrémités par des espèces d'ovales, occupe une aire d'environ 42 degrés carrés, ce qui la rend quatre fois plus grande que l'autre *Nubecula;* elle contient dans cet espace le nombre extraordinaire de 278 nébuleuses et amas d'étoiles, sans compter 50 à 60 satellites qui peuvent être considérés comme des appendices de son système : cette densité extrême (6 $\frac{1}{2}$ nébuleuses par degré carré) surpasse celle de toute autre région nébuleuse du ciel. « Il est évident d'après cela, » dit sir John Herschel, « et d'après le mélange d'étoiles et de nébulosités non résolues, mais qui pourraient l'être probablement, si l'on employait un pouvoir optique plus fort, que l'on doit regarder les *Nubeculae* comme des systèmes *sui generis,* sans analogues dans d'autres parties du ciel. » Les régions voisines de la plus grande

des *Nubeculae*, quoique sombres et sans caractère, ne sont pas aussi stériles que celles dont l'autre *Nubecula* se trouve entourée: tandis que celle-ci est complétement isolée, la première a une liaison partielle avec une série de nébuleuses qui s'étend à travers les constellations Horologium, Eridanus, Fornax et Cetus jusqu'à l'équateur, où elle se fond dans la grande région nébuleuse des Poissons, en augmentant de densité à mesure qu'on se rapproche de cette constellation.

Une autre région bien remarquable est un espace circulaire d'environ 18° de diamètre, entre 16^h45^m et 19^h d'ascension droite, traversé par la voie lactée et occupé par la constellation Corona australis, le corps et la tête de Sagittarius, la queue de Scorpio et une partie de Telescopium et d'Ara : on n'y rencontre pas moins de trente amas globulaires d'étoiles, résolus ou résolubles, d'une splendeur et d'une beauté peu communes. Selon sir John Herschel, ce groupe serait une portion du grand système nébuleux, plus rapprochée de nous que le reste.

Les nébuleuses de l'hémisphère austral présentent les formes les plus variées : quelques-unes sont tellement irrégulières et capricieuses, qu'il devient impossible de les décrire et de les classer, et que l'imagination se perd à chercher comment leurs membres peuvent tenir ensemble; d'autres, au contraire suggèrent l'idée irrésistible d'une connexion déterminée par une loi physique encore inconnue, tant leur figure est régulière et se prête facilement à une classification méthodique.

Sir John Herschel donne le dessin [1] de la nébuleuse étonnante que l'on rencontre dans la constellation Centaurus : deux masses nébuleuses ont leurs bords intérieurs bien définis et sensiblement parallèles; au milieu de l'espace qui les sépare, on voit une fine raie nébuleuse, parallèle à ces bords. — Une autre nébuleuse des plus extraordinaires a reçu le nom de « buste ou silhouette », à cause de sa ressemblance frappante avec un buste ou profil. — Deux autres nébuleuses ont la forme d'une faucille qui va en s'élargissant, la tête étant une étoile double ou un noyau réso-

[1] *Results of astronomical observations*, pl. 10, fig. 2.

luble. — Dans la queue de Scorpio, à la dix-huitième heure d'ascension droite, près de la voie lactée, se trouve une nébuleuse facilement résoluble, qui a la forme d'un quart de cercle : l'arc et l'un au moins des rayons extrêmes sont définis d'une manière très-distincte, et, au centre, on aperçoit une étoile; est-elle là par hasard ou non? — Certaines nébuleuses doivent être citées pour leur longueur et leur ténuité: on dirait de simples raies de lumière nébuleuse; quelquefois elles sont torturées et irrégulières, avec divers centres de condensation; d'autres fois elles sont droites; plus fréquemment elles forment des ellipses excessivement allongées : dans ce cas, la condensation augmentant à mesure qu'on se rapproche du centre, les parties intérieures plus denses tendent à devenir sphériques.

L'observation des nébuleuses était le but principal du voyage de sir John Herschel : la recherche des étoiles doubles ne venait qu'en seconde ligne. Celles-ci furent donc négligées dans les premiers temps; mais lorsqu'une partie du ciel, déjà inspectée, eut été reprise, ou bien quand il fut tombé sur des régions peu fournies de nébuleuses, l'astronome eut soin de ne laisser passer aucune étoile jusqu'à la sixième ou septième grandeur, sans la soumettre à un examen scrupuleux.

Les catalogues d'étoiles doubles observées par sir John Herschel dans ses revues du ciel boréal, étaient au nombre de six et renfermaient 3346 étoiles; ses observations du Cap portèrent ce nombre à 5449 : ne sont pas comprises, les étoiles doubles qui avaient déjà été vues et enregistrées par d'autres observateurs, tels que Struve, Dunlop, Rümker, et qui furent réobservées soigneusement et cataloguées avec les nouvelles. Herschel, du reste, est disposé à considérer le ciel austral comme moins riche en ces objets que le ciel boréal, surtout dans les six dernières heures d'ascension droite, et, chose remarquable, une pareille absencede nébuleuses a été constatée dans le même quadrant. Pendant combien de nuits notre astronome ne s'est-il pas fatigué, sans récompense, à rechercher ces objets; à la date du 24 juillet 1835, il écrivait dans son journal : « Je commence à croire que je ne trouverai plus jamais une autre étoile double. C'est merveilleux à quel point

tous les derniers balayages (*sweeps*) sont dépourvus de ces objets, et cela lorsque les circonstances les plus favorables pour les découvrir étaient choisies. C'est un trait remarquable. *Eo ipso notantur, quia non videntur.* »

Les distances et les angles de position de 417 étoiles doubles, soit nouvelles, soit anciennes, furent déterminés avec l'équatorial de sept pieds, par 1802 observations : l'usage était, après avoir noté et mesuré rapidement les étoiles dans le télescope de 20 pieds, de les soumettre à un nouvel examen avec l'équatorial, chaque fois que la grandeur du satellite ou d'autres circonstances rendaient la chose praticable ou désirable. Or, il se trouva que les résultats donnés par les deux instruments présentaient de grandes discordances en ce qui concernait l'estimation des angles de position : on a cru pouvoir attribuer ces discordances à la manière d'observer, qui n'est pas la même pour l'équatorial et pour le réflecteur; dans l'un, on regarde en haut, tandis que dans l'autre, on regarde en bas, et le jugement que l'œil se forme du parallélisme du fil du micromètre et de la ligne allant à l'étoile serait affecté par la position de l'œil même.

Sir John Herschel se loue beaucoup de son excellent ami, Thomas Maclear, et des nombreuses et grandes obligations qu'il lui a : il a bien voulu, dit-il, « déterminer, avec toute la précision » que lui permettaient les beaux instruments dont il dispose, les » ascensions droites d'un grand nombre d'étoiles nécessaires » pour la réduction de nos zones et que les catalogues existants » ne pouvaient pas me fournir; pour les déterminer moi-même, » j'aurais dû entreprendre une série d'observations spéciales, » étrangères à mon dessein original, et me procurer une lunette » des passages, bien supérieure à celle que j'avais apportée avec » moi. Avant de quitter l'Angleterre, j'avais obtenu une liste » manuscrite des étoiles du catalogue de Brisbane, en voie de » publication, contenant les positions de sept à huit mille étoiles » australes, et j'avais compté sur ce catalogue, quand il paraîtrait, pour les points-zéro que nos observations, entièrement » différentielles, pourraient réclamer. J'eus rarement l'occasion » de trouver les distances polaires du catalogue en défaut, mais,

» en ce qui concerne les ascensions droites, j'eus moins à me fé-
» liciter de son emploi. Ayant mentionné cette circonstance à
» M. Maclear, il s'offrit avec empressement à déterminer cet élé-
» ment important par l'observation directe, pour toutes les étoi-
» les-zéro dont je pourrais avoir besoin et me sauva ainsi d'une
» difficulté fort sérieuse. »

Un chapitre du grand ouvrage de sir John Herschel est consacré à la comète de Halley. Nous avons dit précédemment que Maclear avait aperçu cette comète le 1er septembre 1835 : le 24 octobre, elle fut vue à l'œil nu par différentes personnes dans Cape Town. Les nuages amoncelés sur les sommets des montagnes de la Table et du Diable [*Table and Devil Mountains*] continuant à la cacher à sir John, celui-ci démonta son équatorial dans l'après-midi du 28, et le transporta à cinq ou six milles à l'est de Feldhausen, dans un endroit où il pouvait compter sur un ciel clair; le soir même, il découvrit la comète à l'œil nu : le noyau avait l'éclat d'une étoile de troisième grandeur, et la queue présentait une longueur de 3° environ, son extrémité étant de l'intensité des étoiles de 6e grandeur. Herschel prit un dessin de l'astre avec la lunette achromatique de 7 pieds de distance focale. Le lendemain, 29 octobre, la comète examinée à Feldhausen dans le télescope de 20 pieds, dont le miroir avait été repoli pour ce but spécial, présentait un noyau condensé et deux secteurs en forme de croissant : « jamais, » dit Herschel, « je n'avais observé quelque chose de semblable, et je ne me rappelle pas avoir lu une description d'un pareil aspect pour aucune comète. » Au bout de quelques jours, la comète devint invisible à cause de la proximité du soleil. Le 25 janvier 1836, on put l'observer de nouveau. « Son aspect physique, » dit Herschel [1], « était entièrement changé. Pendant longtemps elle n'eut pas de queue. L'enveloppe parabolique de la tête se forma sous mes yeux, avec une si étonnante rapidité, que son volume visible (il était très-bien terminé) fit plus que doubler dans l'espace de 24 heures, à partir de la matinée du 26. On peut dire, sans exagération, qu'on le

[1] *Comptes rendus*, t. III, p. 505.

voyait augmenter à vue d'œil... Cette dilatation extraordinaire continua : le paraboloïde devint si grand et d'un si faible éclat, qu'il disparut en entier, laissant seulement le noyau et la queue de l'astre. Une autre et singulière particularité était l'existence d'une très-petite comète intérieure, ayant une tête et une queue complètes; son noyau était celui de la masse générale. Ce noyau cométique se dilatait moins rapidement que l'enveloppe... » Le 11 février, la comète paraît encore un astre remarquable, mais à dater de cette époque, sa queue disparaît peu à peu, et le 3 mai, la comète prend l'apparence d'une nébuleuse globulaire [1].

Nous ne parlerons pas ici des observations que sir John Herschel fit au Cap sur les grandeurs des étoiles visibles à l'œil nu, sur les satellites de Saturne et sur les taches du soleil : on les trouvera dans son ouvrage, mais nous dirons un mot de la révision à laquelle il proposa, en 1841 [2], de soumettre les constellations du ciel austral. L'idée de cette réforme lui était venue au Cap, en confrontant le ciel avec l'atlas de Bode, dont il avait bien été obligé de reconnaître les imperfections. Pour éviter aux astronomes futurs les embarras incroyables et la perte de temps qu'il avait éprouvés lui-même, il proposa de diviser les étoiles du firmament en quadrilatères formés par des méridiens et des cercles de déclinaisons; il indiqua ensuite les règles d'après lesquelles devraient être choisis les noms à donner à ces nouveaux astérismes. Mais ce projet fut abandonné, à cause de la résistance qu'il rencontra chez quelques-uns des astronomes les plus distingués du continent.

Avant de quitter le cap de Bonne-Espérance avec sir John Herschel, et nous reportant aux plaintes exprimées par ce grand astronome sur la rareté des étoiles doubles et des nébuleuses dans certaines portions du ciel austral, nous dirons que l'aspect géné-

[1] Arago a reproduit dans son *Astronomie populaire*, t. II, les aspects de la comète de Halley, dessinés au Cap par Herschel.

[2] *On the Advantages to be attained by a Revision and Re-arrangement of the constellations, with especial reference to those of the Southern Hemisphere, and on the principles upon which such Re-arrangement ought to be conducted.* Mémoires de la Société astronomique de Londres, t. XII.

ral de ce ciel paraît beaucoup moins saisissant que celui du nôtre : « Les constellations renferment peu d'étoiles brillantes, et la manière dont les étoiles y sont groupées est bien moins pittoresque que dans l'hémisphère boréal. Il n'y a pas d'étoile polaire australe, visible à l'œil nu, et propre à guider l'astronome dans l'ajustement de ses lunettes et le voyageur dans ses migrations; tout le voisinage jusqu'à 15° se trouve dépourvu à la fois d'étoiles et de nébuleuses, de nébuleuses surtout; et bien que les poëtes aient été disposés à chanter les merveilles de la Croix du Sud, et qu'Orion puisse étaler ses gloires à de plus grandes hauteurs et sous un ciel plus pur, la première impression que ressentent le voyageur et l'astronome à la vue de cet hémisphère est une impression de désappointement [1]. »

Sir John Herschel retourna en Angleterre dans le courant de l'année 1838. Les habitants du Cap, pour perpétuer le souvenir de son séjour parmi eux, firent élever un obélisque sur l'emplacement même de son grand réflecteur. Herschel supporta tous les frais de son voyage : en partant, il avait décliné le passage à bord d'un bâtiment de guerre, qui lui avait été offert par l'Amirauté; il refusa également le subside qu'on voulut lui allouer sur le trésor public; mais quand, après dix années d'un labeur incessant, son grand ouvrage fut terminé, il accepta la somme considérable qu'un grand seigneur anglais, le duc de Northumberland, avait désiré consacrer à sa publication. Le livre est dédié « à la mémoire de cet ami éclairé, de ce généreux protecteur de la science [2]. »

Après la retraite de sir Thomas Maclear, l'Observatoire du cap de Bonne-Espérance a été confié aux mains habiles de M. E. J. Stone, premier assistant de l'Observatoire de Greenwich, dont nous avons eu l'occasion de citer les travaux relatifs à la parallaxe du soleil et à celle de la lune.

[1] *Revue d'Édimbourg*, article déjà cité.

[2] Le duc de Northumberland, chancelier de l'université de Cambridge, avait fait présent, en 1838, à l'Observatoire de cette ville, d'un grand équatorial de onze pouces et demi d'ouverture, et de 19 ½ pieds de distance focale. Voir le chapitre consacré aux OBSERVATOIRES dans mon *Essai sur les Institutions scientifiques de la Grande-Bretagne et de l'Irlande.*

Arrivé au Cap au mois d'octobre 1870, M. Stone s'est occupé tout d'abord des mesures à prendre pour effectuer la réduction des observations faites au grand cercle méridien, de 1856 à 1864 : le catalogue qui en résultera comprendra 328 étoiles, observées toutes soigneusement avec un instrument de premier ordre. — En 1871, le nouvel astronome a commencé la réobservation systématique des étoiles doubles de sir John Herchel.

CHAPITRE IX.

L'Observatoire de Madras. — Les travaux de Goldingham, de Taylor et du capitaine Jacob.

Quoique l'Observatoire de Madras n'appartienne pas à l'hémisphère austral, l'importance qu'il tire de sa position intermédiaire entre les Observatoires des deux hémisphères, et son voisinage de l'équateur qui lui permet d'observer la plupart des étoiles du ciel austral, nous porteraient à en parler ici, quand même il n'aurait pas produit l'un des plus grands catalogues des temps modernes.

L'Observatoire de Madras a été fondé par la compagnie des Indes orientales. Il eut longtemps pour directeur M. John Goldingham, ingénieur civil au service de la compagnie. Goldingham a fait paraître deux volumes d'observations : l'un d'eux, publié en 1827, contient ses observations de la longueur du pendule et de la vitesse du son (la longueur du pendule déterminée par deux séries d'observations en mars et avril 1821, était à Madras de 39,026302 pouces anglais), et une discussion des longitudes des trois présidences (Calcutta, Madras et Bombay); ces mémoires dont nous donnons les titres en note avaient déjà été imprimés dans les *Transactions philosophiques* [1]. La longitude attribuée à l'Obser-

[1] *Observations for ascertaining the length of the pendulum at Madras in the East Indies, latitude 13°4'9",1 N., with the conclusions drawn from the same.* PHIL. TRANS., 1822. — *Experiments for ascertaining the velocity of*

vatoire de Madras était $5^h 21^m 8^s,8$ à l'est de Greenwich : Goldingham l'avait tirée de 230 observations des satellites de Jupiter et d'environ 800 distances lunaires ! et cependant des recherches subséquentes ont démontré qu'elle était trop grande de $11^s,5$. Goldingham ne semble pas avoir entretenu un commerce suivi avec les astronomes européens ; on ne connaît de lui aucune série régulière d'observations, sauf celle que nous venons de rappeler et dont le résultat a été si malheureux. Il paraît avoir quitté l'Observatoire de Madras vers l'année 1830 ; et il est mort à Worcester, au commencement de février 1849, dans un âge très-avancé.

Le successeur de Goldingham à l'Observatoire de Madras devait y laisser une trace profonde de son passage. Thomas Glanville Taylor était né à Ashburton, dans le Devonshire, le 22 novembre 1804, un an avant que son père, Thomas Taylor, devînt l'aide du docteur Maskelyne à l'Observatoire de Greenwich. A peine âgé de 15 ans, il entrait lui-même à l'Observatoire royal, en qualité de surnuméraire, et, au mois d'août 1822, il était, comme aide titulaire, chargé de la lunette des passages. Son zèle et son habileté le firent recommander plus tard à la compagnie des Indes orientales par l'astronome royal, M. Pond, pour le poste d'astronome de la compagnie à Madras. Il fut nommé au printemps de 1830, et se voua avec ardeur à ses nouvelles fonctions. En 1840, il visita l'Angleterre, et retourna à Madras l'année suivante. Deux ou trois ans après, étant allé voir l'Observatoire de Trevandrum, son excessive myopie fut la cause d'une chute dont il ne se guérit jamais complétement. Étant retourné encore une fois en Angleterre en 1848, il y arriva le 4 avril et mourut le 4 mai [1].

Avant de parler du grand catalogue de Taylor, son vrai titre de gloire, nous dirons quelques mots de ses recherches sur la longitude de l'Observatoire de Madras. Nous avons vu que Goldingham avait évalué cette longitude à $5^h 21^m 8^s,8$: « à mon arri-

sound at Madras. PHIL. TRANS., 1823. — *Eclipses of the satellites of Jupiter*. 1794 — 1802. PHIL. TRANS., 1808. — *Of the geographical situation of Calcutta, Madras and Bombay*. PHIL. TRANS., 1822.

[1] Rapport fait par le conseil de la Société astronomique de Londres, à l'assemblée générale annuelle du 9 février 1849. *Mémoires*, t. XVIII, 1850.

vée à Madras, en 1830, » remarque M. Taylor [1], « je regardais comme plus que probable qu'il y aurait peu de chose, sinon rien à changer à la longitude tirée par mon prédécesseur de 230 observations des éclipses de Jupiter et d'environ 800 distances lunaires; et, avant de pouvoir contester un résultat conclu d'un si grand nombre d'observations, il fallait, paraissait-il, avoir réuni un nombre d'observations au moins égal; mais c'était là un ouvrage qui devait prendre des années; il y avait donc nécessité de recourir à quelque méthode plus satisfaisante et plus expéditive que celle des éclipses. Quand on eut monté, en 1831, l'instrument actuel des passages, de cinq pieds, je commençai les observations de la lune et des étoiles de même culmination; et la comparaison des observations de l'année 1831 avec celles de Greenwich et de Cambridge me donna la longitude $5^h21^m3^s,7$, plus faible de 5^s que celle de M. Goldingham. Mais j'étais peu disposé alors à prêter à des résultats obtenus de cette manière le degré de confiance qu'un emploi ultérieur de la méthode m'a inspiré. M. Riddle a entrepris la réduction des étoiles lunaires des années 1834 à 1835 inclusivement; et les résultats ont été présentés dans le tome XII des *Mémoires* de la Société [astronomique] [2]. » Avant d'aller plus loin, disons que la détermination obtenue par 54 observations de Greenwich, 56 de Cambridge et 65 d'Édimbourg, avait été $5^h20^m55^s,6$, les composantes de cette moyenne étant $5^h20^m54^s,9$, $53^s,9$, $58^s,0$. Préoccupé de la valeur qu'il avait trouvée lui-même, et surtout de l'ancienne détermination de Goldingham, Taylor avait regardé d'abord le nombre de Riddle [$5^h20^m55^s,6$] comme trop faible de cinq à dix secondes [3], mais ce nombre avait reçu une confirmation indirecte par la comparaison des étoiles lunaires observées à Madras et au cap de Bonne-Espérance, du 19 au 23 février 1834

[1] *Longitude of the Honourable East India Company's Observatory at Madras.* Ce mémoire, lu à la séance de la Société astronomique de Londres du 13 juin 1845, a paru dans le t. XVI des *Mémoires* (1847).

[2] *Longitude of Madras by Moon-Culminating observations, with formulae and remarks.* By Edward Riddle, Esq. Ce mémoire a été lu à la Société astronomique, le 12 avril 1840.

[3] *Madras Observations*, t. II, p. 113.

(3 observations) et du 8 février 1835 au 10 octobre 1837 (65 observations). M. Maclear [1] en avait conclu pour la différence de longitude entre les deux Observatoires $4^h7^m1^s,6$ et en adoptant pour la longitude du Cap $1^h13^m55^s,0$ à l'est de Greenwich, celle de Madras devait être $5^h20^m56^s,6$, nombre qui ne diffère que de 1^s de celui de Riddle. Continuons maintenant l'extrait du mémoire de Taylor : « ... Dans une vue d'ensemble, j'ai recalculé les résultats pour les années 1831 à 1833; de sorte que le mémoire de M. Riddle et celui-ci présentent chaque détermination séparée, conclue des observations de Greenwich et de Cambridge depuis 1831 jusqu'à la fin de 1844, et des observations d'Édimbourg, de 1831 jusqu'à la fin de 1839. En outre j'ai fait usage d'une série d'observations recueillies à l'Observatoire de Hambourg [*Astronomische Nachrichten*, n° 503, 504, 508]. Pour réduire chaque série au méridien de Greenwich, j'ai employé les différences de longitude qui suivent : Cambridge, — $0^m23^s,54$; Édimbourg, + $12^m43^s,60$; Hambourg, — $39^m35^s,00$. En appliquant ces différences aux moyennes, nous obtenons :

Par 442 observations du 1er bord de la lune $5^h20^m56^s,38 \pm 0^s,23$
Par 86 observations du 2me bord de la lune 5 20 58 ,19 ± 0 ,57,

de sorte que, pour le moment, la valeur la plus probable de la longitude de l'Observatoire de Madras, résultant des observations des étoiles de même culmination que la lune, est $5^h20^m57^s,28$. »

Les observations d'étoiles, faites par Taylor à Madras, s'étendent sur tout le ciel visible : elles comprennent, entre autres, 3445 étoiles du catalogue de Brisbane. Les instruments employés étaient l'instrument des passages de 5 pieds de longueur focale [plus exactement 61 pouces; 3 $\frac{3}{4}$ pouces d'ouverture] déjà mentionné, et un cercle mural de 4 pieds de diamètre [distance focale de la lunette 4 pieds 1 pouce; ouverture 3 $\frac{3}{4}$ pouces], tous deux de Dol-

[1] *Difference in longitude between the Observatories of Madras and the Cape of Good Hope, from corresponding Moon-Culminating observations.* Ce mémoire, lu à la séance du 12 juin 1840, a été inséré dans le t. XII des *Mémoires* (1842).

lond. Les résultats parurent dans cinq volumes in-4°, publiés à Madras même, de 1832 à 1839. En 1845, Taylor envoya aux astronomes d'Europe le catalogue de 11015 étoiles qu'il avait tiré de ces cinq volumes, et dont l'époque était le 1er janvier 1835, correspondant à peu près à l'époque moyenne des observations. Les déclinaisons des étoiles s'y trouvaient corrigées d'une erreur systématique considérable, découverte en 1840 dans les divisions du cercle mural et qui avait fait l'objet d'une discussion approfondie, donnée à la fin du tome V. Déjà, dans les volumes précédents, Taylor avait indiqué des corrections s'étendant à la fois sur les ascensions droites et sur les déclinaisons, mais les dernières étaient de beaucoup les plus fortes, et l'astronome exprimait le vif regret de ne pas avoir songé plus tôt à vérifier les divisions de son cercle. Quand la nouvelle de cette erreur systématique parvint en Angleterre, les calculs du catalogue de l'Association Britannique dans lequel on avait fait entrer les étoiles de Madras, étaient fort avancés, et l'on recula devant la masse de corrections à opérer.

M. Maedler a comparé les positions des étoiles de Taylor à celles déterminées à Greenwich par l'astronome Pond, et à Sainte-Hélène par Johnson. Il est arrivé à cette conclusion que le catalogue de Madras présentait pour l'hémisphère austral une base aussi solide que celle dont Bradley avait enrichi l'hémisphère boréal, et que, dans l'avenir, il deviendrait d'un recours indispensable chaque fois qu'il s'agirait de rechercher les mouvements propres des étoiles du Sud. « Le catalogue de Brisbane ne saurait entrer en
» lice avec celui de Taylor : un examen même superficiel suffit
» pour le montrer; tout au plus peut-on encore employer les
» déclinaisons de Paramatta; quant au poids des ascensions
» droites, il doit être posé égal à zéro. On a peut-être mal fait, en
» formant le nouveau catalogue de l'Association Britannique, de
» prendre une simple moyenne arithmétique entre deux catalo-
» gues de valeurs si différentes : pour justifier un pareil procédé,
» on n'a d'autre excuse que la publication tardive des correc-
» tions de Taylor. Il nous faut désirer d'autant plus que dans des
» travaux ultérieurs on apprécie d'aussi riches matériaux, ainsi

» qu'il est dû à la mémoire d'un des astronomes les plus actifs et » les plus scrupuleux qu'on ait eus [1]. » Ce jugement de M. Maedler s'accorde complétement avec celui qui fut émis plus tard par l'astronome royal d'Angleterre : « ... En dépit de quelques défauts provenant d'imperfections instrumentales, » disait M. Airy, s'adressant à la Société astronomique de Londres, « je dois caractériser » le catalogue de Madras, de notre confrère défunt T. G. Taylor, » comme le plus grand catalogue des temps modernes. Il l'emporte sur tous les autres par le nombre des observations, par » le nombre et la distribution des étoiles et par la circonstance » que les observations furent faites, réduites, combinées et imprimées dans le même lieu et sous la même direction [2]. »

La célèbre comète de Halley, dont il a déjà été question à propos des observations faites au Cap par Maclear et Herschel, avait également occupé Taylor : 14 positions prises aux instruments méridiens (l'instrument de passages de 5 pieds et le cercle mural de 4 pieds), dans l'intervalle du 19 février au 21 mars 1836 inclus, furent communiquées à la Société astronomique de Londres [3]. Les ascensions droites, d'après Taylor, étaient exactes à 1ˢ près, et les déclinaisons, à 20″ ou 30″, l'extrême faiblesse de la comète (qui ne permettait pas d'éclairer les fils) mettant obstacle à des résultats plus exacts.

Le capitaine William Stephen Jacob, le troisième directeur de l'Observatoire de Madras, était né le 19 novembre 1813 à Woolavington, dans le Somersetshire. A l'âge de 14 ans, il entra comme cadet au collége de la compagnie des Indes orientales à Addiscombe : désigné pour faire partie du corps des ingénieurs, il passa ensuite à l'école de Chatham où son aptitude pour les mathématiques continua à se développer. En 1831, il partit pour l'Inde; et peu de temps après son arrivée à Bombay, il reçut l'ordre d'aller

[1] *Ueber Taylor's Beobachtungen.* ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN, n° 675; 15 juin 1849.

[2] *Address delivered by the president G. B. Airy, on presenting the gold medal to Mr. Ch. Rümker* [February 10, 1854]. MONTHLY NOTICES, t. XIV, 1853-1854.

[3] Séance du 12 mai 1837.

rejoindre le général [alors lieutenant] Shortrede qui, à cette époque, était chargé de faire la triangulation de la partie nord-ouest de l'Inde. Les travaux géodésiques occupèrent Jacob pendant plusieurs années; ils contribuèrent à développer son goût pour l'astronomie, et, sans négliger en rien les devoirs de sa profession, il établit à Poonah un petit Observatoire qu'il garnit d'instruments achetés à ses frais. Revenu en congé en Angleterre dans l'année 1843, il se maria et repartit pour l'Inde en 1845. Peu d'années après, il quitta le service de la compagnie, mais continua à résider à Poonah, consacrant ses loisirs à des recherches scientifiques, jusqu'à l'époque où il fut appelé à diriger l'Observatoire de Madras, sans qu'il eût sollicité ce poste [1] : ses travaux sur les étoiles doubles l'avaient suffisamment recommandé. Une première série d'observations avait paru dans le tome XVI des *Mémoires* de la Société astronomique de Londres [2] : elle avait été présentée à la séance du 13 novembre 1846. Une seconde série suivit à la date du 10 mars 1848 : elle était accompagnée d'un catalogue formé au moyen de toutes les observations faites à Poonah, de novembre 1845 à février 1848. Ce catalogue qui comprenait 244 étoiles fut imprimé seul dans le tome XVII des *Mémoires* [3]. L'instrument dont Jacob s'était servi était une lunette de Dollond, de cinq pieds de longueur focale, montée sur un pied équatorial.

Quand il eut été placé à la tête de l'Observatoire de Madras, le capitaine Jacob entreprit la révision des étoiles du catalogue de l'Association Britannique, entre les limites de 40 et de 155° de distance au pôle nord, dont les positions reposaient sur un seul observateur. Ce travail lui prit quatre années d'observation

[1] Les renseignements biographiques sur le capitaine Jacob sont empruntés au rapport du conseil de la Société astronomique de Londres, fait à la Société le 13 février 1863. *Monthly Notices*, t. XXIII.

[2] *Double stars observed at Poonah in 1845-46*. By W. S. Jacob, captain, Bombay Engineers.

[3] *Catalogue of double stars, deduced from observations made at Poonah from november 1845 to february 1848*. By W. S. Jacob, late captain in the Bombay Engineers.

et de calcul. Le nouveau catalogue renfermait 1440 étoiles; il était accompagné de notes sur les mouvements propres et sur d'autres points intéressants : en général, les positions s'accordaient bien avec celles de l'Association Britannique, mais pour une centaine d'étoiles environ, les erreurs montaient à plus de 1ˢ pour les ascensions droites, et de 10″ pour les déclinaisons. Quelques erreurs étaient dues à des méprises sur la minute de temps ou d'arc; d'autres, en petit nombre, pouvaient résulter de mouvements propres. Cinquante-cinq numéros ne se retrouvaient pas, et les objets renseignés comme étant des nébuleuses, du moins ceux qui avaient été examinés, n'étaient que des amas de petites étoiles [1].

Le capitaine Jacob choisit ensuite dans le catalogue de l'Association Britannique 317 étoiles australes, auxquelles on avait prêté de grands mouvements propres, et les fit observer à nouveau pendant les années 1853-1857. Les résultats furent présentés à la Société astronomique, le 12 novembre 1858, et ont été insérés dans le tome XXVIII (1860) des *Mémoires* [2]. Le travail à peu près entier du catalogue, observation et réduction, avait été exécuté par les aides indigènes de l'Observatoire, dont le major Worster, de l'artillerie de Madras, avait pris la direction, d'avril 1854 à janvier 1856, le capitaine Jacob étant retourné en Angleterre pour des motifs de santé. D'après les nouvelles positions du catalogue de Madras, il paraîtrait que les mouvements propres considérables attribués à ces étoiles n'existent pas pour le plus grand nombre d'entre elles; ils semblent avoir pris leur origine dans des erreurs tenant soit aux instruments, soit à d'autres causes, dont sont affectées les observations de Paramatta. On se rappellera que l'astronome Maclear avait déjà signalé le danger d'expliquer par

[1] Ce catalogue a paru sous le titre de : « *A subsidiary Catalogue of 1440 stars* » dans un nouveau volume des « observations de Madras, » publié en 1854 et qui renferme les résultats des observations faites de 1848 à 1852 : un appendice donne, pour certaines observations, les résultats jusqu'au commencement de 1854.

[2] *Catalogue of 317 stars selected from the British Association Catalogue, etc.*

des mouvements propres ce qui souvent n'est que le résultat d'une observation défectueuse ou erronée.

L'observation et les mesures des étoiles doubles, des étoiles australes surtout, devaient former l'un des objets principaux de l'Observatoire de Madras, et Jacob, en attendant la réalisation des promesses de la compagnie des Indes, avait fait monter sous le toit de sa maison un équatorial de Lerebours, qui lui appartenait. En 1853, il envoyait à la Société astronomique de Londres des copies d'un nouveau catalogue de 144 étoiles doubles, déduit des observations de 1850, 1851 et 1852, et pouvant être considéré comme une continuation du catalogue publié dans le tome XVII des *Mémoires*, dont il a été parlé ci-dessus. Plus tard parurent les « mesures micrométriques de 120 étoiles doubles ou multiples, prises dans les années 1856-1858 [1]. » Jacob y avait joint des recherches sur les orbites de différentes étoiles doubles : il s'était, à différentes reprises, occupé de α Centauri, dont les composantes avaient, en 1857, un mouvement angulaire annuel de près de 15°.

Nous devons encore compter à l'actif du capitaine Jacob des mesures de Saturne, de ses anneaux et de ses satellites; des mesures de Jupiter et de ses satellites; des occultations d'étoiles; des notes sur la lumière zodiacale et sur l'éclat de certaines étoiles; des observations d'éclipses des satellites de Jupiter [2], et la continuation des observations planétaires et lunaires, commencées par Taylor. De ces mesures des satellites de Saturne, il a déduit des valeurs correctes de leurs éléments. Les mesures des satellites de Jupiter avaient été faites dans le but d'assigner l'erreur probable des observations relatives au système Saturnien; Jacob a été mis à même, par une discussion des résultats, de déterminer la masse de la planète, et il a obtenu une valeur presque identique avec celle à laquelle M. Airy avait été conduit par ses propres recherches, bien des années auparavant.

Les observations des planètes et de la lune, faites à Madras, de

[1] Ce mémoire, lu à la séance du 12 novembre 1858, est imprimé dans le t. XXVIII (1860) des *Mémoires*.

[2] Voir le tome XXVIII des *Mémoires* de la Société astronomique de Londres.

1831 à 1852, ont été discutées par M. Hugh Breen dans le tome XXXI (1863) des *Mémoires* de la Société astronomique de Londres [1]. « Les observations dont je présente les résultats, » dit M. Breen, « sont contenues dans les deux derniers volumes de la série de Madras, publiés respectivement par le feu directeur M. Taylor et par le capitaine Jacob. Les mêmes instruments ont été employés et un système uniforme de réduction a été suivi pour toute la période qui est à peu près continue. » Taylor avait présidé aux observations de 1831 à 1847; de 1848 à 1852, les observations furent faites par les capitaines Jacob et Worster. « Ayant représenté à l'honorable cour des directeurs de la compagnie des Indes orientales, » ajoute M. Breen, « toute l'utilité qu'il y aurait à entreprendre ce travail de réduction, je fus autorisé à réduire les observations des planètes [dues à Taylor], et mes calculs furent terminés en 1853. Dans l'automme de 1860, le secrétaire d'État pour l'Inde [2] me permit de procéder à la réduction des observations lunaires et des observations faites, de 1848 à 1852, par les capitaines Worster et Jacob. »

Le capitaine Jacob avait pu faire quelques observations de la planète Neptune, mais, à son grand regret, la faiblesse de ses instruments méridiens ne lui avait pas permis de s'occuper des nouveaux astéroïdes, quoique la position géographique de Madras fût des plus favorables pour cette sorte d'observations. Un instant, il avait espéré pouvoir obtenir les instruments de l'Observatoire de Lucknow, dont nous parlerons plus loin. Il aurait voulu les transporter à Bombay. « L'Observatoire de Bombay, » écrivait-il [3], « est mieux installé que le nôtre, mais n'a d'autre instrument qu'une lunette des passages de cinq pieds [4] [de

[1] Le mémoire de M. Breen avait été reçu le 27 septembre 1861. Il est intitulé : *Results of the Planetary and Lunar observations, made at the Madras Observatory, 1831-52.* Une copie manuscrite des observations originales est conservée à Londres.

[2] La compagnie des Indes avait été supprimée.

[3] *Monthly Notices*, t. XII, n° d'avril 1852.

[4] On se bornait, à l'Observatoire de Bombay, à donner le temps et à régler les chronomètres de la marine.

longueur focale]. Le climat est, astronomiquement parlant, bien supérieur à celui de Madras, et je ne puis que déplorer qu'on ait fait choix de cette dernière ville pour y placer le principal Observatoire de l'Inde; le climat y est, selon moi, des plus défavorables : d'un côté, sa nature énervante est un obstacle à ce que des Européens puissent soutenir une série prolongée d'observations, sans devenir malades; de l'autre, le nombre annuel de nuits sereines pendant lesquelles on peut observer est faible, quand on prend pour points de comparaison d'autres localités du pays. Bombay, sous ce dernier rapport, l'emporte de beaucoup. On pourrait, à la vérité, trouver des lieux encore meilleurs, Poonah, par exemple, dont l'air est plus pur et le climat moins contraire au travail; je ne connais pas d'endroit où le ciel soit aussi favorable; il bat le Cap et toute la Méditerranée. Mais il faudrait y élever des bâtiments, et la dépense d'argent qui en résulterait constitue un obstacle à l'érection de cette nouvelle station. » En terminant sa lettre, dont la date doit remonter à la fin de l'année 1851, le capitaine Jacob, déjà malade, exprimait la crainte d'être bientôt obligé de quitter son poste. Il tint bon cependant jusqu'au mois d'avril 1854; alors, n'y résistant plus, il retourna en Angleterre, comme on l'a vu, et ne reprit ses fonctions que le 29 décembre 1855. L'avenir de l'Observatoire de Madras se présentait dans ce moment sous un aspect plus propice : un cercle méridien semblable à ceux de Greenwich et du Cap, quoique de dimensions moindres, avait été commandé à M. Simms par la cour des directeurs de la compagnie des Indes. Mais ce cercle n'arriva à Madras qu'au mois de mars 1858, et un mois plus tard, le capitaine Jacob était de nouveau forcé de partir pour l'Angleterre; sentant que le climat de Madras lui serait mortel, il donna sa démission l'année suivante, et, le 13 octobre 1859, il fut remplacé par le major Tennant, du corps des ingénieurs du Bengale.

Mais il était dans la destinée du capitaine Jacob de mourir dans l'Inde, à Poonah même, où il avait fait ses premières recherches. Il fut frappé juste au moment où l'espoir d'y voir établir une station astronomique allait se réaliser. L'insalubrité de Madras et la fermeture de l'Observatoire de Lucknow avaient été l'objet d'une

correspondance suivie entre différents membres de la Société astronomique de Londres. Les succès obtenus par le professeur Smyth d'Édimbourg (l'ancien aide de l'Observatoire du Cap), à Ténériffe, et par M. Lassell, à Malte, plaidaient en faveur de l'érection d'une grande lunette ou d'un grand télescope sur les monts Mahrattes, et l'on avait beaucoup à attendre de la présence à la tête du bureau de l'Inde d'un noble lord auprès de qui l'astronomie devait trouver aide et protection; mais les troubles sociaux et financiers causés par l'insurrection indienne ne permirent pas d'aller en avant avec quelque apparence de succès. En 1861, l'affaire fut portée définitivement devant le conseil de la Société astronomique sous la forme d'une offre du capitaine Jacob, de fournir un équatorial de grandes dimensions, de le transporter sur une colline près de Poonah et de l'employer, dans cet admirable climat, à une hauteur d'environ 5000 pieds au-dessus du niveau de la mer, pendant trois ans, à condition toutefois que le conseil parviendrait, par son influence, à faire pourvoir à certaines dépenses assez lourdes. L'offre ayant été acceptée, une demande de subside fut adressée au premier lord de la trésorerie, et sur la proposition de celui-ci, le Parlement vota une somme de 1000 livres « pour l'établissement temporaire d'un Observatoire dans les environs de Poonah. » Lord Palmerston avait mis l'empressement le plus louable à remplir le vœu de la société : la demande de celle-ci était du 24 juin, et, dès le 8 août, le conseil recevait l'avis officiel que le subside lui était accordé. « Il est entendu, » portait la lettre, « que la Société veillera au bon emploi des fonds alloués. » De son côté, le conseil disait dans son rapport du 14 février 1862[1] : « Maintenant que l'assistance requise a été accordée, il nous reste à bien préciser le but de l'expédition : il ne s'agit pas d'apporter des preuves quelconques de l'excellence du climat, mais d'ajouter considérablement à ce que l'on connaît de la nature physique d'objets célestes, et d'engager ainsi d'autres observateurs jouissant d'une position indépendante à examiner avec une bonne lunette un bon

[1] C'est de ce rapport que nous avons tiré les détails qui précèdent.

climat d'égale importance et à aller partout où il serait nécessaire pour le trouver. » Le 20 avril 1862, le capitaine Jacob partait pour l'Inde par la voie du Cap, emportant une lunette de neuf pouces d'ouverture qu'il avait achetée de ses propres deniers; le 8 août, il arrivait à Bombay. Un rhume dont il était atteint ne l'empêcha pas de veiller au débarquement de sa famille et de ses instruments; après deux ou trois jours, il se mit en route pour Poonah; mais à peine avait-il atteint sa destination, qu'un abcès se déclara à la gorge et fut suivi d'une violente inflammation du foie. Tous les remèdes furent inutiles, et, le 16 août, le capitaine Jacob expirait dans la 49me année de son âge, laissant une veuve et huit enfants.

CHAPITRE X.

L'Observatoire de Lucknow.

L'Observatoire de Lucknow [1], dont il a été question dans ce qui précède, avait été fondé par le roi d'Oude sur une grande échelle, et pourvu d'instruments de premier ordre : un cercle mural de 6 pieds; un instrument des passages de 8 pieds; un équatorial de plus de 5 pouces d'ouverture, par Troughton et Simms, et des pendules de Molyneux; c'était certainement l'Observatoire le mieux installé de l'Inde. Le lieutenant-colonel Wilcox en prit la direction, ou, du moins, y commença ses observations vers le milieu de 1841; on a des raisons de croire qu'il possédait à la fois les connaissances et le zèle nécessaires pour bien remplir sa mission. M. Airy, à qui il s'était adressé, l'avait engagé à profiter de sa latitude australe, pour observer les planètes pendant le jour; il lui avait aussi recommandé les petites planètes plus faciles à observer sous le ciel clair de Lucknow qu'en Europe. « Je ne suis

[1] Les renseignements sur l'Observatoire de Lucknow ont été pris dans les publications de la Société astronomique de Londres : *Mémoires*, t. XX, rapport du conseil, lu à la séance générale du 15 février 1851; *Monthly Notices*, t. XVIII, séance du 11 juin 1858.

pas bien sûr,» écrivait Wilcox, à la date du 7 janvier 1846, « que nous ayons réussi dans l'un et l'autre de ces points. Nous avons fait, à la vérité, un grand nombre d'observations de jour des planètes; mais ici il nous faut lutter contre un désavantage provenant de l'élévation de notre température, j'entends parler de la vacillation de l'air : elle est si considérable pendant le jour que fréquemment j'ai vu Vénus sauter à une distance du fil de la lunette, aussi grande que son demi-diamètre; et, en ce qui concerne les petites planètes, nous observons facilement Vesta et Cérès, mais Junon nous a toujours échappé, et nous n'avons réussi avec Pallas que la première année. » M. Airy avait déconseillé au colonel Wilcox de s'occuper de l'astronomie stellaire, cette branche étant suffisamment cultivée ailleurs; mais avant de recevoir sa lettre, l'astronome du roi d'Oude avait déjà fait un grand nombre d'observations d'étoiles, choisies parmi celles de Taylor; et, tandisque celui-ci n'observait chaque étoile que deux ou trois fois, Wilcox les observait toutes jusqu'à dix fois. « On ne saurait, » dit-il dans sa lettre susmentionnée, « souhaiter de meilleurs observateurs que ne le sont nos jeunes Hindous, quand ils ont reçu de l'instruction. » Quant à l'équatorial, son usage avait été limité à l'observation des satellites de Jupiter. Le pilier sur lequel il se trouvait placé avait été établi avant l'entrée en fonctions de l'astronome; il était si défectueux qu'il suffisait de le toucher du doigt pour le faire vibrer : un niveau subissait une altération de 7″, quand on retirait ou qu'on plaçait le poids qui faisait marcher le mouvement d'horlogerie. — L'objet principal de la lettre du colonel Wilcox était de s'informer du mode de publication des observations et de la dépense probable qui devait en résulter. Il n'y avait pas, à Lucknow, de presse à imprimer, et Calcutta, l'endroit le plus voisin où l'on pût en trouver une convenable, était à 600 milles de distance. Le roi, de son côté, voulait bien payer une fois 500 ou 600 livres, mais se refusait à dépenser davantage. Dans une lettre postérieure, du 22 janvier 1847, le colonel Wilcox disait : « Sa Majesté a placé 600 livres entre mes mains pour imprimer les trois premières années d'observations séparément; après quoi il donnera 50 ou 60 livres par an, pour faire paraître

nos *résultats* dans les *Mémoires* (de la Société astronomique), si la Société veut les accepter. » Le conseil de la Société astronomique voulait, paraît-il, recommander la forme des derniers volumes de l'Observatoire de Radcliffe, à Oxford, comme étant suffisamment étendue, et cependant compacte et élégante; mais avant qu'une décision définitive eût été prise, on recevait en Angleterre la nouvelle de la mort de Wilcox. A la fin de l'année 1849, arrivait la lettre suivante du docteur Sprenger, principal du collége de Delhi : « Lucknow, 14 septembre 1849... Vous êtes probablement informés de la mort du lieutenant-colonel R. Wilcox, astronome du roi d'Oude; elle date du mois d'octobre 1848. Le roi a supprimé l'Observatoire, il y a deux mois. Les papiers et les instruments ont été confiés à un officier indigène qui ne connaît ni l'anglais, ni l'astronomie. Quelques années avant la mort du colonel Wilcox, le roi avait donné 600 livres pour imprimer les observations. Cette somme est entre les mains de M. Wilson, beau-frère du colonel et son exécuteur testamentaire; elle pourrait encore recevoir sa destination. Les observations de trois années (1842, 1843 et 1844) sont réduites et pourraient être imprimées de suite. Votre société n'aurait qu'à exprimer ses vues et ses désirs au résident (anglais) à Lucknow, en insistant sur l'utilité des observations; j'ai de bonnes raisons de croire que le résident obtiendrait du roi, pour vous les envoyer, les manuscrits et la somme destinée à leur impression. Si les papiers restent ici, ils seront détruits en peu d'années ou de mois par les fourmis blanches. Il serait bon peut-être que vous suggériez quelques idées sur ce qu'il y aurait à faire des instruments... *P.S.* Le cercle mural et l'instrument des passages sont des fac-simile de ceux de Greenwich. » Au lieu de faire intervenir le résident, comme le recommandait le docteur Sprenger, on se borna à répondre à ce dernier, le 8 janvier 1850, que rien ne pouvait être résolu, quant à l'impression des observations, jusqu'à ce que les manuscrits eussent été envoyés en Angleterre et examinés avec soin. « Depuis, » disait le conseil dans la séance générale du 15 février 1851, « nous n'avons reçu aucune nouvelle de Lucknow, touchant les observations ou les instruments. Ce serait une grande pitié qu'ils fussent perdus ou

abîmés. » Le rapport du conseil, présenté à cette séance, porte encore : « Le capitaine Jacob s'occupe d'examiner et de perfectionner un catalogue des étoiles qui peuvent être le mieux observées sous sa latitude... Peut-être les instruments méridiens, à Madras, ne sont-ils pas de la plus haute classe : ne serait-il pas possible d'obtenir pour Madras les instruments de Lucknow, ce dernier Observatoire devant être abandonné? » Enfin une lettre du capitaine Jacob, lue à la séance du mois d'avril 1852, et dont nous avons déjà donné la plus grande partie, débutait ainsi : « J'ignorais complétement jusqu'au moment où je vis le fait mentionné dans votre rapport annuel de 1851, que l'Observatoire de Lucknow eût cessé d'être maintenu après la mort du colonel Wilcox. J'ai l'intention, comme vous en suggérez l'idée, d'essayer d'obtenir les instruments de Lucknow pour Madras : j'adresserai une demande dans ce sens au gouvernement, dès que je me serai assuré auprès du résident à Lucknow que les instruments sont disponibles. » A partir de ce moment, nous ignorons ce qui s'est passé; le seul document que nous possédions encore sur l'Observatoire de Lucknow est une lettre du lieutenant Tennant, du corps des ingénieurs du Bengale, premier assistant de la grande triangulation de l'Inde. Cette lettre a été lue à la séance du 11 juin 1858 de la Société astronomique [1]. La voici : « J'étais, je pense, le seul membre de la Société, présent à la prise et à l'occupation de Lucknow, et j'imagine que peut-être une relation de ce qu'a été le sort de l'Observatoire et des instruments, bien qu'écartant à peu près tout espoir de jamais retrouver ceux-ci, ne laissera pas d'offrir de l'intérêt. — Je visitai le bâtiment et le trouvai en bon état : les portes et les fenêtres avaient, toutefois, été enlevées; le dôme de l'équatorial avait été troué par deux ou trois boulets, mais le bâtiment lui-même n'avait pas souffert. Les piliers n'étaient pas défigurés; même les piliers méridiens placés près du bâtiment, mais à l'extérieur, étaient en bon ordre. Les vis assujettissant le métal des instruments dans la pierre semblaient avoir été enlevées avec soin, et je conservai quelque temps

[1] *Monthly Notices*, t. XVIII.

l'espoir que quelqu'un avait préservé ces instruments, comme propriété du roi. J'appris, cependant, que lorsque le général Havelock vint au secours de la garnison, la plupart des pièces susceptibles d'être transportées furent enlevées comme butin, puis abandonnées à cause de leur poids, lorsque sir Colin Campbell fit sortir les troupes de la ville. — Il n'y a guère d'espoir que quelque chose ayant forme d'un instrument reste à retrouver maintenant en bon état de conservation. J'essayerai, néanmoins, d'offrir des récompenses pour les objectifs et les lunettes, et pour les aimants des appareils magnétiques. Je n'ai vu que deux lunettes trouvées à Lucknow, qui parussent avoir pu appartenir à l'Observatoire, à savoir, une lunette de 60 pouces de distance focale et de 2 $\frac{3}{4}$ pouces d'ouverture, et une lunette de 30 pouces de distance focale et de 2 pouces d'ouverture. Mais elles n'avaient plus que l'oculaire et je ne crus pas qu'elles valussent la peine d'être achetées au prix qu'on en demandait. — Il faut regretter que de si beaux instruments aient péri sans avoir produit aucun résultat scientifique. La plus grande partie des observations ont été détruites par les insectes, comme on sait, longtemps avant l'insurrection, et toutes mes recherches n'ont abouti qu'à retrouver une partie d'un registre d'observations météorologiques, qui était aux mains des ingénieurs royaux. »

CHAPITRE XI.

Les travaux de Pogson à l'Observatoire de Madras.

Le signataire de la lettre qu'on vient de lire est probablement l'officier qui fut appelé le 13 octobre 1859, par le secrétaire d'État pour l'Inde, à remplacer le capitaine Jacob dans la direction de l'Observatoire de Madras : il ne paraît pas avoir gardé ce poste plus d'un an; car, à la séance de rentrée de la Société astronomique de Londres, le 9 novembre 1860, le président annonçait la nomination de M. Pogson en qualité « d'astronome de la présidence de Madras [1], » et sous la date du 27 mars 1861, celui-ci,

[1] *Monthly Notices*, t. XXI.

en envoyant de l'Inde à la Société une « éphéméride des étoiles variables pour 1861, » prenait le titre de « directeur de l'Observatoire de Madras [1]. »

Au commencement d'octobre 1860, M. Norman Robert Pogson était encore attaché à l'Observatoire du docteur Lee, à Hartwell, dont il avait pris la direction le 1er janvier 1859. Il avait débuté dans la carrière astronomique sous les auspices de M. Hind, son ami et son compatriote. Après avoir travaillé pendant quatre ans aux calculs des orbites et éphémérides de diverses comètes et planètes nouvelles, il était entré en 1851 comme assistant à l'Observatoire privé de *South Villa* [2], avec la charge d'aider à l'observation des étoiles voisines de l'écliptique, dont M. Bishop avait résolu de publier des cartes. Pogson fit preuve, dans ces fonctions, de beaucoup d'activité et de zèle; outre les étoiles dont nous parlions, il observa encore un grand nombre d'étoiles doubles. Dans l'été de 1851, la place de second assistant à l'Observatoire de Radcliffe, à Oxford, lui fut offerte par Johnson, juste appréciateur de son talent : il l'accepta, mais des travaux commencés et qu'il désirait achever, le retinrent à Londres jusqu'à la fin de l'année. Quand il fut à Oxford, Johnson le mit à la lunette méridienne, et jusqu'à la fin de 1858, toutes les déterminations d'ascensions droites furent faites par lui. En dehors de ses travaux officiels, il observait à l'équatorial de 10 pieds, et il sut employer ses courts moments de loisir avec tant de méthode et de succès qu'il obtint des résultats de la plus haute importance. De nombreuses observations des petites planètes, publiées dans les *Astronomische Nachrichten;* la découverte des planètes Isis [3], Ariane et Hestia; la construction de sept cartes complémentaires de celles de M. Bishop et comprenant les étoiles jusqu'à la 12e grandeur; la découverte de 10 nouvelles étoiles télescopiques variables; une série étendue d'observations d'étoiles variables;

[1] *Monthly Notices*, t. XXI, n° du 10 avril 1861.

[2] Voir le chapitre consacré aux Observatoires dans mon *Essai sur les Institutions scientifiques de la Grande-Bretagne et de l'Irlande.*

[3] La découverte de cette planète fut récompensée par la médaille de Lalande.

des investigations photométriques et d'autres observations de phénomènes passagers : tel est l'ensemble des travaux accessoires accomplis par Pogson à Oxford, avec un instrument monté d'une manière imparfaite et exposé en plein air à tous les vents. Le 1er janvier 1859, ainsi que nous l'avons dit, M. Pogson passait à l'Observatoire du docteur Lee, à Hartwell, et y continuait avec un équipement plus efficace et plus confortable ses recherches sur les étoiles variables.

Nous avons constaté la présence de M. Pogson à l'Observatoire de Madras, au 27 mars 1861. Un mémorandum transmis par lui à l'astronome royal d'Angleterre et portant la date du 26 janvier 1863 [1], va nous apprendre ce qui fut fait à l'Observatoire pendant les deux années écoulées de 1861 à 1863. Le nouveau cercle méridien, bien qu'arrivé à Madras dès le mois de mars 1858, n'avait pu commencer son service que le 1er juin 1862 : « Il donne, » porte le memorandum, « les résultats les plus satisfaisants en ce qui concerne la constance dans toutes ses corrections, et a servi 1° à la détermination des positions d'étoiles de comparaison employées pour les observations, faites à l'équatorial, de toutes les étoiles variables visibles et de celles d'entre les petites planètes qui viennent en opposition au sud de l'équateur ; 2° à la formation d'un catalogue de nouvelles petites étoiles australes destinées à devenir des points-zéro pour la revue céleste australe, en cours d'exécution. Ce dernier ouvrage, annoncé dans les *Monthly Notices* du mois de juin passé (1862), fut commencé la première nuit de cette année (1863) et sera continué rapidement, avec l'aide, on peut l'espérer, d'un assistant expérimenté, qu'on priera le professeur Argelander de nommer, aussitôt que la sanction déjà accordée par le gouvernement local aura été confirmée par l'autorité supérieure. » Pour l'intelligence de ce qui précède, il est bon de savoir que, dans la séance générale de la Société astronomique du 14 février 1862 [2], le conseil rendant compte des deux premières sections du grand catalogue de Bonn, dont

[1] *Monthly Notices*, t. XXIII, nº du 13 mars 1863.
[2] *Ibid.*, t. XXII.

l'une renfermait 111000 étoiles, l'autre, environ 105000, avait exprimé le vœu de voir exécuter un travail semblable pour l'hémisphère austral : ce vœu avait été entendu. Dès le mois de juin, la Société astronomique apprenait de M. Airy [1] que Pogson entreprenait d'étendre le noble ouvrage du professeur Argelander du côté du sud, par une revue complète du ciel austral, aussitôt que l'atlas des étoiles variables (voir ci-après) aurait été terminé. Cette revue serait d'abord limitée, dans la direction du sud, par l'horizon austral de Madras; mais Pogson entrevoyait avec espoir la possibilité de la compléter ultérieurement par une expédition en Australie. Nous verrons plus tard ce qui advint de ce projet et comment le travail annoncé fut partagé entre les astronomes de Madras, du Cap et de Melbourne (Australie). Reprenons le mémorandum de M. Pogson : « On vient de commencer l'Atlas des étoiles variables; cet ouvrage auquel on ne peut travailler que pendant des nuits parfaitement claires et sans lune, exigera nécessairement un assez long espace de temps, et nous empêchera de pousser la revue du ciel aussi activement que nous le voudrions... Un catalogue usuel d'étoiles observées sous la direction du lieutenant-colonel Worster, lorsqu'il était chargé de la conduite provisoire de l'Observatoire, se trouve dans un état de réduction avancé. Des observations des belles comètes de 1858, 1861 et 1862, et de diverses petites planètes attendent la détermination par le cercle méridien des étoiles de comparaison employées, ce qui, je l'espère, pourra avoir lieu dans la bonne saison prochaine..... La planète Mars a été observée à l'opposition (de 1862), à la fois vers son lever et son coucher, avec l'équatorial, et à son passage au méridien, avec le cercle; mais d'autres devoirs plus urgents m'ont empêché jusqu'ici d'amener les observations à un état de réduction suffisant pour qu'elles puissent être envoyées à leurs quartiers généraux respectifs, Greenwich et Poulkova. » On se rappellera que les deux séries d'observations dont il est ici question avaient été proposées pour servir à la détermination de la parallaxe du soleil, l'une par M. Airy, l'autre par M. Winnecke : dans une

[1] Note ajoutée au n° du 13 juin 1862 des *Monthly Notices*.

lettre adressée le 26 juillet à l'éditeur des *Astronomische Nachrichten* [1], Pogson avait fait la promesse d'entreprendre les deux séries dont la première lui avait été spécialement recommandée par l'astronome royal d'Angleterre, pour autant que le temps et sa santé le lui permettraient [*weather and health permitting*].

Après le mémorandum du 26 janvier 1863, nous avons, pour nous renseigner sur l'Observatoire de Madras, un rapport de Pogson sur l'année commençant le 1er mai 1865 et finissant le 30 avril 1866 [2]. « Un grand équatorial de Troughton et Simms, dont la lunette a 8 pouces d'ouverture, a été monté dans une salle de construction nouvelle sous un dôme tournant de 16 pieds de diamètre. La pression d'un doigt suffit pour mouvoir le dôme, et le mouvement s'arrête court, quand on le veut. Deux volets glissants, faciles à ouvrir, présentent comme champ d'observation, une fente large de trois pieds, qui occupe à peu près les deux tiers du dôme et s'étend depuis l'horizon jusqu'à 25 degrés environ au delà du zénith. L'équatorial est établi suivant la méthode allemande et sur un pilier central en fer : par l'absence de toute vacillation, par le parfait équilibre et la perfection de ses détails, il réalise ce que l'astronome le plus difficile pourrait désirer de mieux.—L'ancien équatorial de Lerebours et Secretan, qui avait appartenu au capitaine Jacob et avait été acheté de celui-ci pour l'Observatoire, continue à rendre des services. — Les autres instruments extra-méridiens sont une lunette de 5 pieds avec un pied zodiacal portatif, mais manquant de stabilité, et un bon pied équatorial universel, muni de trois différentes lunettes, à savoir deux lunettes de 3 pieds et une autre de 5 pieds de distance focale : cette dernière a été confectionnée à Madras avec l'objectif (de Dollond) de l'ancien instrument des passages. — Dans le département méridien, le cercle méridien, construit, comme le grand équatorial, par Troughton et Simms, a produit des résultats irréprochables depuis le mois de juin 1862, commencement de sa carrière jusqu'à la fin de mars 1866 : à cette époque,

[1] *Astronomische Nachrichten*, n° 1379; 8 septembre 1862.
[2] *Monthly Notices*, t. XXVII, n° du 8 février 1867.

des symptômes d'instabilité dans les emboîtures du cercle apparurent subitement et causèrent beaucoup d'embarras et d'anxiété pendant le dernier mois de l'année officielle (avril). On s'occupe aujourd'hui de le réparer. Les anciens volets [de la salle des instruments méridiens] s'ouvraient en quatre sections et laissaient pénétrer l'eau; on les a remplacés par un volet tout d'une pièce, de 23 pieds de longueur sur 2 pieds de largeur, qui s'ouvre en dedans au moyen de cordes et de poulies. — Les observations avec le cercle méridien ont été faites, comme d'ordinaire, par les deux premiers aides indigènes, et il y a lieu de remarquer que leurs soins et leur assiduité ont produit des résultats aussi honorables pour eux-mêmes que profitables à la science. [On se rappellera que l'astronome du roi d'Oude, à Lucknow, s'était également loué de l'aptitude des Hindous pour l'observation.] Le progrès continu des observations méridiennes deviendra plus saillant par l'inspection du tableau qui suit et qui donne les nombres relatifs à chacune des années, à partir de 1862 :

Observations des années	Lune.	Planètes.	Étoiles.	Total.
1862-63	54	85	1723	1862
1863-64	70	77	2272	2419
1864-65	64	119	2409	2592
1865-66	55	91	2599	2745
TOTAL. .	243	372	9003	9618

« Nous avons donc, » continue M. Pogson, « 9618 observations complètes d'ascensions droites et de distances polaires, prises en trois ans et onze mois (1862-1866), qui attendent la publication, [ce grand desideratum, rendu impossible par suite de l'insuffisance des moyens dont nous disposons]. Parmi ces observations qui atteignent une moyenne de 2443 par année, un grand nombre se rapportent à des étoiles du ciel austral dont les positions n'avaient encore été déterminées dans aucun autre Observatoire... — L'ancien équatorial a été employé principalement pour la construction et la révision de l'atlas des étoiles variables, commencé il y a plusieurs années.— Aucune observation de planètes

ou de comètes n'est encore prête pour la publication, mais on espère que cette année est la dernière où pareil état de choses se présentera. — Deux petites étoiles télescopiques variables et une petite planète nouvelle ont été découvertes depuis que le dernier rapport [1] a été écrit. La nouvelle planète fut aperçue le 16 mai 1866, dans la constellation du Scorpion; elle était extrêmement faible, à peine plus brillante qu'une étoile de 12e grandeur. Le nom choisi pour ce 87e membre du groupe des astéroïdes est Sylvia... — La chaleur précoce et remarquable de 1866 a dépassé à Madras tout ce qu'on avait vu jusqu'alors. Le 28 mai, un thermomètre placé à l'ombre marquait 110°,6 Fahrenheit [43°,7 centigrades] et l'humidité relative était descendue à 16. Un projet d'observations météorologiques est actuellement soumis au gouvernement; s'il est adopté, il étendra beaucoup notre connaissance du climat de l'Inde méridionale et celle de son influence sur la santé, la mortalité et la culture de ce pays. »

CHAPITRE XII.

L'Observatoire privé de Eyre Burton Powell, à Madras. — L'Observatoire de Trevandrum.

Vers 1853 (?), un petit Observatoire privé avait été érigé sous la surveillance du capitaine Jacob dans un terrain attenant au collége des indigènes, à Madras. Cet Observatoire consistait en une petite chambre octogone, copiée de l'Observatoire de Madras, et au centre de laquelle on avait monté un équatorial de Simms, dont les lunettes avaient une longueur focale de 5 pieds 3,2 pouces et une ouverture de 4 pouces [2]. L'astronome était M. Eyre Burton Powell, élu membre de la Société astronomique de Londres, le 13 janvier 1854.

[1] Nous n'avons pas eu ce rapport entre les mains. Peut-être mentionnait-il les découvertes des astéroïdes Asia et Sapho faites par Pogson, respectivement le 17 avril 1861 et le 2 mai 1864. Le 17 novembre 1868, Pogson a encore découvert à Madras un autre astéroïde, *Camilla*.

[2] *Monthly Notices*, t. XIV; n° du 9 juin 1854.

Parmi les observations de M. Eyre Powell, figurent celles de la comète II de 1854 : cette comète avait été aperçue dès le 23 mars, près de Damazan en France (département de Lot-et-Garonne). Le 16 mai, M. Powell en envoyait les éléments à la Société astronomique : il les avait calculés d'après les observations faites par lui du 5 avril au 28 : « Dans la soirée du 4 avril dernier, » écrit-il à la Société, « mon attention fut attirée par une espèce d'étoile, placée à l'ouest, mal définie et accompagnée d'un rayon court, indistinct et qui se dirigeait de bas en haut. Ayant tourné une lunette de 3 ½ pieds vers cet objet, je reconnus immédiatement que c'était une comète. Je n'eus pas le temps, ce soir-là, de mesurer l'ascension droite et la déclinaison du visiteur étranger; mais le 5 et les nuits suivantes, avec une ou deux lacunes, jusqu'au 28, je réussis à faire des observations plus ou moins sûres [1]... » Dans une note subséquente [2], M. Powell rectifia les éléments qu'il avait donnés d'abord.

M. Powell s'est occupé principalement des étoiles doubles : un premier catalogue de 130 étoiles observées par lui pendant les années 1853, 1854, 1855 et le commencement de 1856, a été inséré dans le tome XXV (1857) des *Mémoires* de la Société astronomique de Londres [3]. L'auteur « a profité de sa résidence à Madras pour observer plusieurs de ces objets, qui ne sont visibles dans aucun Observatoire européen. M. Powell a joint à ses mesures micrométriques un certain nombre de notes importantes dans lesquelles il a discuté les diverses circonstances relatives aux orbites de plusieurs d'entre les systèmes binaires les plus intéressants de son catalogue [4]. » — Un second catalogue a paru dans le tome XXXII (1864) des *Mémoires* [5] : il fait suite au premier et renferme 56 étoiles dont les observations s'étendent sur les années 1859, 1860, 1861 et 1862. Parmi les objets dont M. Eyre

[1] *Monthly Notices*, t. XIV; numéro cité.

[2] *Ibid.*, t. XV; n° du 10 novembre 1854.

[3] Le mémoire est daté de Madras, le 1er mars 1856.

[4] Rapport du conseil de la Société astronomique, lu à la séance générale du 13 février 1857.

[5] Le mémoire est daté de Madras, le 1er septembre 1862.

Powell s'est occupé, figure en première ligne α Centauri: « Pendant ces neuf dernières années [1853 à 1862], » dit-il, « j'ai suivi cette étoile si intéressante, et j'ai réuni plus de 2000 observations de ses positions et distances. La séparation des composantes se fait maintenant dans un rapport assez rapide et le *comes* ne tardera pas à passer au méridien en même temps que l'étoile principale. » L'auteur donne ensuite les éléments de l'orbite et assigne le nombre 78 années pour la période de révolution. — Dans une communication subséquente [1], M. Powell, qui avait continué ses observations, rectifie les éléments auxquels il était arrivé d'abord et fait la durée de la révolution, de 76 ans et un quart.

Pour terminer ce qui est relatif aux Observatoires de l'Inde anglaise, nous aurons encore à parler de l'Observatoire établi à Trevandrum par le Rajah de Travancore (Malabar). Le 4 mars 1843, vers six heures et demie du soir, M. John Caldecott, membre de la Société royale de Londres et directeur de l'Observatoire, y aperçut la magnifique comète dont l'apparition fut si remarquée à cette époque en Amérique d'abord, puis en Europe [2]. Les observations ne purent pas commencer avant le 6: le 4, le noyau de la comète était caché en partie par des nuages, et, de plus, elle se trouvait très-rapprochée de l'horizon; le 5, une plus grande portion de la queue était visible, et l'astre avait évidemment monté dans le ciel, mais des nuages couvrirent de nouveau le noyau jusqu'au moment de son coucher. Le 6, il n'y avait plus de nuages et la comète présentait un aspect vraiment magnifique; un grand nombre de visiteurs étaient accourus à l'Observatoire et produisirent un peu de confusion; cette cause et l'espèce d'étourdissement produit par la vue d'un objet si splendide nuisirent un peu aux observations. Le 7, il y eut des nuages, mais de bonnes observations furent faites les 8, 9, 10, 11, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19 et 26. Le 13, la queue mesurait 45°; le noyau avait l'apparence d'un

[1] *Monthly Notices*, t. XXX; nº du 10 juin 1870.

[2] Le mémoire de M. Caldecott, daté de l'Observatoire de Trevandrum, le 21 avril 1843, a été lu à la séance de la Société astronomique de Londres du 9 juin. Il est inséré dans le t. XV [1846] des *Mémoires*.

disque planétaire bien défini, de 11″ de diamètre; celui de la nébulosité qui l'entourait fut estimé à 44″ environ; la largeur de la queue allait en augmentant : à 15° du noyau, elle était de 33′; à 30°, de 60′. Les 29 et 30 mars, on put encore voir une partie de la queue à travers les nuages, mais le noyau étant couvert, aucune observation ne put avoir lieu; et quand, le 6 avril, le ciel recouvra sa sérénité, la comète avait cessé d'être visible. — Les observations ont été faites avec un équatorial muni d'une lunette achromatique de Dollond, de 7 ½ pieds de distance focale et de 5 pouces d'ouverture, construite exprès pour l'Observatoire [1]. M. Caldecott a tiré les éléments paraboliques de la comète des observations des 8, 13 et 18.

Le 21 décembre 1843, M. Caldecott observa l'éclipse totale de soleil à Parratt, à 3 milles au nord de la source de la rivière Mahé, sur la côte de Malabar (latitude 11°44′38″; longitude $5^h 3^m 4^s$ à l'est de Greenwich). Il avait emporté avec lui une lunette achromatique de Troughton et Simms, de 30 pouces de longueur focale et de 2 ¾ pouces d'ouverture; un sextant et un horizon artificiel; une bonne montre de poche; un actinomètre et un thermomètre à boule noire : deux assistants indigènes étaient chargés de suivre avec ces derniers instruments la marche de la radiation solaire et de la température. M. Caldecott put observer toutes les phases de l'éclipse; vers le moment de la plus grande obscurité, le paysage avait pris un aspect sinistre, mais aucun malaise ne fut remarqué chez les animaux; Vénus, Saturne et Arcturus étaient parfaitement visibles : « Je n'aperçus rien, » dit M. Caldecott, « des protubérances lumineuses citées par MM. Baily et Airy; la plus grande obscurité fut si courte dans cette éclipse, que j'eus à peine le temps de donner un coup d'œil au contour du disque... Le pouvoir optique de l'oculaire que j'employai était également trop fort... [2] »

[1] Outre cet équatorial, l'Observatoire de Trevandrum possédait encore deux cercles muraux de 5 pieds de diamètre et une lunette méridienne de 5 pieds de distance focale.

[2] Ce mémoire, lu à la séance de la Société astronomique du 14 juin 1844, se trouve imprimé, comme le précédent, dans le t. XV des *Mémoires*.

On lisait dans le numéro du 4 juillet 1863 de l'ATHENAEUM de Londres : « Des lettres reçues de l'Inde annoncent que le Rajah de Travancore a fermé l'Observatoire établi, il y a quelques années (?) [1], à Trevandrum, sur son territoire. Les importantes observations astronomiques, magnétiques et météorologiques qui s'y faisaient ont ainsi pris fin, mais nous pouvons espérer que les résultats seront publiés. Quelques-uns ont déjà paru dans les *Transactions* de la Société royale d'Édimbourg. Le Rajah a accordé une pension au dernier directeur de l'Observatoire, M. J. Allan Broun [2]. »

CHAPITRE XIII.

L'expédition de Gilliss au Chili. — Fondation de l'Observatoire de Santiago.

J'ai montré ailleurs [3] que le point de départ des études astronomiques dans l'Amérique du Nord avait été le passage de Vénus sur le soleil, qui eut lieu en 1761 et dont l'observation devait conduire à la détermination de la distance du soleil à la terre : je raconterai aujourd'hui comment le désir de tenter par d'autres moyens la solution de ce fameux problème donna naissance à une expédition au Chili, d'où devait sortir la fondation d'un Observatoire permanent à Santiago.

Dans l'été de 1847, le lieutenant Gilliss, de la marine des États-Unis, qui avait pris une part active à l'établissement de l'Observatoire de Washington, recevait la lettre suivante du Dr C.-L. Ger-

[1] L'Observatoire de Trevandrum existait déjà, comme nous l'avons vu, en 1843.

[2] M. Broun, « astronome du Rajah de Travancore », assistait à la réunion de l'Association Britannique qui se tint à Oxford, au mois de juin 1860 (Voir l'*Essai sur les Institutions scientifiques de la Grande-Bretagne et de l'Irlande*). Il y donna lecture de notices sur les résultats de travaux magnétiques exécutés dans l'Inde, sur les variations diurnes de la déclinaison de l'aiguille aimantée à l'équateur magnétique et sur les résultats d'observations faites à l'Observatoire de Trevandrum.

[3] Voir mon *Précis de l'histoire de l'astronomie aux États-Unis d'Amérique*. Bruxelles, 1860.

ling, professeur à l'université de Marburg [1]. « ... Je suis d'avis qu'il y a manque de sagesse, de la part des astronomes, à regarder comme suffisamment exacte la parallaxe solaire, déduite des passages de Vénus en 1761 et 1769, et à ne pas profiter de méthodes d'observation plus modernes, afin d'en acquérir graduellement une connaissance plus précise. On a proposé, il y a longtemps, les oppositions de Mars pour résoudre la question, mais je ne sache pas qu'on en ait fait un usage productif depuis 1751. Il existe du reste une troisième méthode : elle s'est présentée dernièrement à mon esprit, et j'ai peine à comprendre pourquoi on l'a si complétement négligée : je veux parler des observations de Vénus pendant la période de son mouvement rétrograde, et plus particulièrement quand la planète est stationnaire. Le croissant faible et délicat de Vénus à l'époque des conjonctions offre d'excellentes occasions pour l'observation; les meilleurs résultats peuvent être obtenus aux instruments méridiens, dans les Observatoires des hémisphères opposés, placés à peu près sous le même méridien. De plus, à ces époques, Vénus est à peu près deux fois plus rapprochée de la terre que Mars dans ses oppositions, et les observations présentent l'avantage fort important qu'il n'est pas absolument nécessaire qu'elles soient simultanées ou à peu près simultanées. Quand la planète est stationnaire, les observations d'un méridien peuvent être reportées facilement sur un autre méridien par interpolation; et elle est alors plus rapprochée de la terre que Mars ne saurait l'être dans le cas le plus favorable. Enfin, la distance de la planète au soleil étant de 29°, les observations micrométriques peuvent être combinées avec les observations méridiennes. Dans mon opinion, nous devrions donc multiplier les observations méridiennes de Vénus vers les périodes de ses stations, et nous efforcer d'obtenir des mesures micrométriques de tous les points du globe, plus spécialement des voyageurs... En ce qui concerne cette der-

[1] *The U. S. Naval Astronomical Expedition to the Southern Hemisphere during the years 1849-1852;* t. III. Washington, 1856. — Ce volume, bien que portant le millésime de 1856, n'a été publié qu'en 1858.

nière classe d'observations, il n'est pas seulement nécessaire que l'on considère à l'avance les époques où elles devront être faites, mais il faut encore qu'on s'occupe des circonstances qui s'y rattachent, et qu'on arrête une liste des étoiles de comparaison. Cela serait bientôt fait sans doute, si les astronomes inclinaient à adopter ma proposition. Je vous envoie à tout hasard ce que j'ai trouvé pour 1847, et j'ajouterai qu'un examen partiel a eu lieu pour 1849, et que le point stationnaire de cette dernière année offre plus de facilités pour l'observation que celui de la présente année 1847... » Après avoir annoncé qu'il développerait ces idées dans un article destiné aux *Astronomische Nachrichten* [1], Gerling ajoutait : « J'espère pouvoir vous envoyer bientôt un exemplaire [de l'article]. En attendant, veuillez examiner le sujet, et si vous acceptez mes idées, vous les appuierez, j'en suis sûr, auprès des astronomes américains, autant qu'il sera en votre pouvoir. Je me flatte que des observations seront instituées cette année dans différents Observatoires européens, et je crois pouvoir assurer que les mois de septembre, d'octobre et de novembre compteront plus d'observations exactes que de coutume. En outre, il est plus que probable que des Observatoires possédant les instruments nécessaires profiteront de la station occidentale pour faire des mesures micrométriques [2]. On doit désirer beaucoup, dans

[1] Cet article parut dans le n° 599, du 20 mai 1847; il est daté de Marburg, le 15 avril. Une addition a été insérée dans le n° 613, du 14 octobre, et porte la date du 7 septembre.

[2] La *station orientale* de Vénus devait avoir lieu, en 1847, le 10 septembre pour l'ascension droite, et le 18 septembre pour la déclinaison. Le crépuscule du soir empêcherait toute observation micrométrique dans les Observatoires septentrionaux ; mais on pourrait combiner les observations méridiennes faites dans ces Observatoires avec les observations micrométriques faites dans les régions australes. La *station occidentale* devait avoir lieu le 21 octobre pour l'ascension droite et le 5 novembre pour la déclinaison. La *conjonction inférieure* était annoncée pour le 5 octobre.

En 1849, la conjonction aurait lieu le 12 mai ; la station orientale, le 20 avril, soit en ascension droite, soit en déclinaison; et la station occidentale, le 3 mai pour l'ascension droite, et le 12 juin pour la déclinaison.

Ajoutons encore que le phénomène des stations se renouvelle tous les 19 mois.

l'intérêt de la campagne de 1847 et de son succès, que le peu d'instruments méridiens de l'hémisphère austral coopèrent avec nous; et peut-être y pourrez-vous quelque chose. D'une égale importance seraient des mesures micrométriques, émanées de la même section du globe; mais comme ces dernières ne réclament pas un Observatoire permanent, mais seulement un chronomètre, une lunette munie d'un micromètre, et la connaissance des étoiles voisines, elles peuvent fort bien être faites par des voyageurs. Restera-t-il du temps avant la période orientale pour préparer l'instruction nécessaire aux voyageurs allant dans l'hémisphère austral? Je ne saurais le dire... »

La lettre du Dr Gerling portait la date du 17 avril, mais elle ne parvint à Washington que dans le commencement de juillet, et la prochaine station orientale de Vénus devait avoir lieu en septembre. Des copies de la lettre furent immédiatement communiquées à tous les astronomes et à tous les Observatoires des États-Unis; et le lieutenant Gilliss écrivit au professeur de Marburg que c'était là probablement tout ce qu'il pourrait faire pour 1847; mais pour les stations et l'opposition de 1849, il proposait une expédition au Chili, si toutefois une pareille entreprise recevait l'approbation des astronomes. Après un premier examen, l'île de Chiloë lui parut le point le plus favorable : c'est une île placée à peu près sous le même méridien que Washington et à 5000 milles de cette ville, c'est-à-dire aux confins du continent austral. « La comparaison entre les observations » que je proposerais d'y faire, » remarque Gilliss, « et celles » qu'on obtiendrait de l'Observatoire de Washington, nous fournirait une détermination de la parallaxe, fondée sur des *données exclusivement américaines*. J'espère faire valoir cet argument auprès du Congrès s'il devenait nécessaire de réclamer » son intervention... » Avant d'aller plus loin, on ne sera peut-être pas fâché de voir comment l'illustre Gauss jugeait la méthode mise en avant par le Dr Gerling. Voici ce qu'on lit dans une lettre adressée le 23 septembre 1847 à Schumacher [1] : « Gerling

[1] *Briefwechsel zwischen Gauss und Schumacher*, t. V, p. 358.

m'écrit que sa proposition de déterminer la parallaxe de Vénus a tellement enthousiasmé Gilliss, à Washington, que ce dernier veut entreprendre, à cet effet, une expédition à Chiloë et demander l'assistance du Congrès. *Entre nous*, il me semble que la méthode de Gerling, — consistant à comparer Vénus par des mesures micrométiques avec des étoiles des cartes de Berlin, *notées comme ayant été observées plus d'une fois* [1], et à utiliser ensuite ces différences et les observations méridiennes de la planète, prises toutes à l'époque de la station, pour déterminer la parallaxe, — ne produira à peu près rien qui mérite, dans cette question délicate, d'être mis en parallèle avec les résultats tirés des passages (de Vénus). » La principale raison que donne Gauss, c'est que les étoiles de l'*Histoire céleste* et des zones de Bessel, reportées sur les cartes de Berlin, bien que d'un prix inappréciable pour les recherches des comètes et pour d'autres objets, deviennent insuffisantes, même lorsqu'elles ont été observées *plus d'une fois*, quand il s'agit de déterminer la parallaxe du soleil. Les faire servir de base à cette détermination serait, selon lui, le *nec plus ultrà* de la barbarie en fait d'astronomie. Il va plus loin : même, dit-il, si l'on déterminait les positions des étoiles par de *nouvelles* observations méridiennes, je n'attendrais rien du procédé qui fût digne d'un pareil problème.

La lettre du lieutenant Gilliss dont il a été fait mention ci-dessus était du 25 juillet 1847. Le 9 novembre suivant, il écrivait de nouveau au Dr Gerling et disait en substance : « Lorsque je vous proposai une expédition à l'île de Chiloë, je n'avais en vue que les résultats à attendre d'un voyageur bien équipé, et je comptais, avant tout, sur des observations différentielles micrométriques. Depuis j'ai réfléchi aux immenses déboursés qu'avait faits l'Europe pour arriver à une solution exacte du problème de la parallaxe solaire et pour organiser des centaines d'autres entreprises scientifiques ; tandis que l'Amérique qui participe si largement aux bénéfices tirés des travaux des astronomes n'avait contribué jus-

[1] C'était dans les cartes publiées par l'Académie de Berlin que Gerling avait pris les étoiles voisines de la planète, à l'époque des stations de 1847.

qu'ici que pour une bagatelle au fonds commun; et j'ai senti plus vivement encore qu'il fallait saisir l'occasion de faire cadeau au monde, des dimensions de notre système commun, déduites de notre continent pris pour base. Que les hommes de science encouragent le projet et je me porte fort pour son exécution... Je crains de m'être trop pressé en proposant d'aller à Chiloë.: l'erreur probable de la parallaxe devant être en raison [inverse] de la longueur de la base terrestre, il est désirable que la station australe soit aussi rapprochée que possible de l'extrémité du continent; mais il faut tenir compte du climat, des facilités d'accès et des moyens d'existence offerts aux observateurs pendant leur séjour. Or j'ai rassemblé tout ce qui a été écrit sur l'île de Chiloë, et la description qu'en font les voyageurs n'est rien moins que flatteuse. Il faudra la prendre telle qu'on la représente et espérer du beau temps, ou bien remonter vers le nord sur le continent et faire choix d'un endroit plus propice. Je dois dire qu'il y a unanimité sur l'excellence et la sérénité de l'atmosphère du Chili boréal. Examinez le point en question et donnez-moi votre avis. Pour ce qui me concerne, j'irai à Chiloë ou même plus loin au sud, avec le même empressement que je mettrais à me rendre à Copiapo ou à Valparaiso... » Gerling répondit, le 24 décembre, qu'il y aurait sans doute avantage à observer à Chiloë, situé à 10° plus au sud que Valparaiso; mais que, d'une autre part, il fallait tenir compte du climat et des autres circonstances énumérées par Gilliss, et que le nombre des observations compenserait amplement l'inconvénient d'une latitude moins australe.

Pour agir plus sûrement sur le Congrès de qui il fallait solliciter des subsides, Gilliss voulut s'assurer l'appui des deux grandes sociétés savantes de l'Amérique du Nord : la Société philosophique américaine de Philadelphie, et l'Académie américaine des arts et sciences de Boston; il consulta également quelques hommes éminents, tels que les professeurs Bache, Benjamin Peirce, Walker, Elias Loomis, etc. [1]. Les réponses qu'il obtint furent fa-

[1] Voir sur ces Académies et sur les savants cités ici, le *Précis de l'histoire de l'astronomie aux États-Unis d'Amérique.*

vorables : « Deux raisons, » disait le professeur Bache, « plaident fortement pour la méthode du Dr Gerling, à savoir le grand nombre des observations sur lesquelles les résultats peuvent être basés, et l'indépendance de la nouvelle méthode d'avec celle employée précédemment. Des méthodes indépendantes donnent la meilleure confirmation des résultats ou mettent en évidence des erreurs autres que les erreurs accidentelles déduites des calculs d'observations faites par une seule et même méthode... Et quand même l'expédition viendrait démontrer que la méthode de Gerling est impuissante à donner une nouvelle force à la valeur [admise] de la parallaxe solaire, les résultats indirects fournis par d'autres observations seraient d'un grand prix ; jamais expédition semblable n'a été stérile en résultats scientifiques. A ce point de vue, des observations météorologiques et magnétiques devraient être combinées avec les observations astronomiques. »

L'idée de renouveler la tentative faite par Henderson au Cap, en 1832, pour déterminer la parallaxe du soleil par des observations de Mars en opposition, s'était entre-temps présentée à l'esprit de Gilliss. A la fin de décembre 1847, il écrivait au professeur Peirce : « ..... Si les observations devaient comprendre les stations de Vénus en décembre 1850 et janvier 1851, ainsi que plusieurs astronomes le jugent nécessaire, l'opposition intermédiaire de Mars pourrait être utilisée avec plus de chances de succès qu'il n'y en eut précédemment au Cap : ce sera alors la saison d'été dans l'hémisphère austral, et nous pourrons obtenir une parallaxe en ascension droite aussi bien qu'en déclinaison. »

Les avis reçus d'Europe sur la méthode de Gerling [nous savons déjà ce qu'en pensait l'illustre Gauss] ne semblent pas avoir été aussi unanimes que ceux des savants américains : « ... Des astronomes étrangers, » dit Gilliss, « étaient beaucoup moins disposés à en attendre des résultats dignes de contre-balancer la valeur de la parallaxe solaire, déduite des passages de Vénus ; mais aucun deux n'avait songé aux bénéfices collatéraux à retirer par la science d'une pareille entreprise, sans cela on ne peut pas douter qu'ils ne l'eussent recommandée avec la même force. »

Le 10 février 1848, la correspondance était mise sous les yeux

du secrétaire de la marine. La dépense de l'expédition, non compris l'achat des instruments, ne devait pas excéder 5000 dollars (le dollar vaut 5 fr. 35 c[e]). Le 31 mars, le secrétaire en référait au Congrès, et, dans la quinzaine, l'honorable F.-P. Stanton, du Tennessee, présentait un rapport favorable au nom du comité de la marine. Voici le début de ce rapport : « On propose de mettre sur pied une expédition vers le point le plus méridional de l'ouest du continent, qui paraîtra offrir le plus d'avantages pour y faire des observations sur la planète Vénus, durant la période de son mouvement rétrograde, conjointement avec des observations semblables à entreprendre à l'Observatoire de cette ville (Washington), dans le but d'arriver à une détermination plus exacte de la parallaxe solaire, d'où dépendent non-seulement la distance de notre propre planète au soleil, mais encore les dimensions de tous les corps du système solaire. Ces observations, si on réussit à les faire avec succès de la manière proposée, fourniront des données *purement américaines* pour une détermination nouvelle et indépendante de cet élément d'une extrême importance, élément qui entre dans toutes nos déterminations de longitude, affectant l'exactitude et la sûreté de tous les calculs semblables, et possédant ainsi la plus grande utilité possible, non-seulement pour le gouvernement, mais pour tous les citoyens entreprenants de notre pays. » La fibre nationale est très-sensible en Amérique : montrer au Congrès la perspective d'un grand problème résolu par des données exclusivement américaines devait agir puissamment sur les députés de la nation, comme l'avait pensé tout d'abord le lieutenant Gilliss; insister ensuite sur le côté utilitaire de l'entreprise ne pouvait manquer d'entraîner le vote. C'est ce qui arriva; le Congrès alloua la somme de 5000 dollars qui était demandée; et le 3 août 1848, le président approuva une loi par laquelle le secrétaire de la marine était autorisé à dépenser 5000 dollars, ou la partie de cette somme jugée nécessaire pour faire « les observations recommandées par la Société philosophique américaine et par l'Académie américaine des arts et sciences. » Il s'agissait maintenant d'arrêter un plan définitif, de commun accord avec les deux sociétés savantes, et de soumettre ce plan à l'approbation du secré-

taire de la marine. Gilliss s'empressa de formuler un projet dont nous allons faire connaître les principaux articles.

« Le but de l'expédition est d'aller recueillir dans l'hémisphère austral les données propres à accroître l'exactitude de notre connaissance de la parallaxe solaire : les observations à entreprendre à cette fin doivent donc attirer toute notre attention.

» Deux phénomènes distincts se présenteront durant le séjour qu'on propose de faire au Chili, propres tous les deux à conduire, selon toute vraisemblance, à une détermination suffisante de la vraie parallaxe, et à vérifier la valeur adoptée jusqu'ici. Ce sont, dans l'ordre où ils se présenteront : I. *L'opposition de la planète Mars commençant vers la fin (le 17 novembre) de 1849.* Comme une éphéméride des étoiles propres à la comparaison avec la planète, pour chaque jour, a été arrêtée dans le bureau du *Nautical Almanac*, les observateurs, à toutes les stations, devront y adhérer scrupuleusement. Deux séries d'observations pourront être faites avec avantage, à savoir, 1° des mesures extra-méridiennes simultanées à des temps convenus d'avance, 2° des observations méridiennes. II. *Des observations de Vénus vers les époques des conjonctions inférieures avec le soleil, et plus particulièrement aux époques des stations de la planète.* La première série dont il sera possible de tirer parti commencera dans l'automne (le printemps du Chili) de 1850; la dernière que je me propose d'observer se présentera dans l'été (hiver) de 1852. De cette sorte, les résultats de deux retours de chaque phénomène pourront servir, en se contrôlant, à résoudre le problème de la parallaxe : de même que dans le cas de Mars, les observations sont divisibles en deux classes, les observations méridiennes et les extra-méridiennes, bien que, par suite de la courte distance entre la planète et le soleil, les résultats à tirer des dernières ne semblent pas inspirer le même degré de confiance. Je propose de commencer la principale série et de la continuer aussi longtemps que la parallaxe horizontale s'élève à 15″, c'est-à-dire pendant 110 jours environ ; et, à cette fin, je préparerai une carte de la portion du ciel dans laquelle se trouve l'orbite apparente de Vénus, et j'y projetterai toutes les étoiles jusqu'à 30′ de distance de l'orbite, qui sont renfermées dans les catalogues

imprimés. La carte et une liste des étoiles les plus propres aux comparaisons micrométriques journalières seront envoyées à chaque Observatoire, afin de faciliter à l'observateur la connaissance du ciel et d'assurer la comparaison avec la même étoile.

» Pour les temps intermédiaires, je recommanderai les observations mentionnées ci-après : 1. Des observations méridiennes de la lune, tant en déclinaison qu'en ascension droite; les premières devant servir plus particulièrement à perfectionner la constante de la parallaxe lunaire; les secondes, combinées avec les étoiles de même culmination, à déterminer la longitude de la station; 2. Des observations méridiennes des petites planètes; 3. Les occultations lunaires; 4. Un catalogue des étoiles entre le pôle sud et 30° de latitude australe, jusqu'à la huitième grandeur inclusivement. Je propose de consacrer au moins trois heures de chaque nuit claire à ce travail et d'observer chaque étoile au moins trois fois, chaque zone embrassant autant d'étoiles déjà observées précédemment que possible; ces dernières devant servir de points de comparaison; 5. Il a été suggéré que la connaissance des réfractions terrestres gagnerait beaucoup à une comparaison entre les observations faites dans les deux hémisphères sur les étoiles voisines du zénith des Observatoires opposés, chaque Observatoire déterminant ainsi les positions absolues des mêmes étoiles. Je propose donc d'observer avec le plus grand soin les déclinaisons de α Columbae, β Columbae, θ Centauri et λ Scorpii, et les distances zénithales de β Persei, 12 Canum Ven., γ Herculis, α Lyrae et 67 Cygni; 6. Des observations de comètes; 7. Des observations magnétiques; 8. Des observations météorologiques; 9. Les tremblements de terre.

» Les instruments absolument nécessaires sont : 1. Un cercle méridien, de 36 pouces au moins de diamètre, permettant de lire jusqu'à la 1″ au moyen de quatre microscopes micrométriques, et dont la lunette aura au moins 52 lignes d'ouverture claire. MM. Pistor et Martins offrent d'en achever un endéans les neuf mois après la réception de la commande, pour le prix d'environ 2100 dollars; 2. Une lunette achromatique d'environ 5 pieds de longueur focale et de 48 lignes d'ouverture. L'instrument en vue,

acheté pour l'expédition d'exploration des États-Unis (commandée par Wilkes, en 1838), devrait être monté comme un équatorial, avec les dispositions adoptées par M. Merz à Munich pour les chercheurs de comètes; 3. Une pendule sidérale et trois chronomètres; 4. Un sextant et un horizon artificiel; 5. Un déclinomètre; 6. Un déflecteur de Fox; 7. Un baromètre étalon et deux baromètres de montagnes; 8. Des thermomètres; 9, 10, 11. Une girouette, un udomètre et un séismomètre.

» On propose de construire l'Observatoire et de préparer les piliers pour le cercle, aux États-Unis. Le bâtiment aurait au moins 22 pieds de long [de l'est à l'ouest], 18 pieds de large [du nord au sud] et 18 pieds de hauteur du sol au toit : le plancher étant élevé de 2 pieds au-dessus de la surface. Les ouvertures méridiennes n'auraient pas moins de 20 pouces de large. Une pareille maison peut être érigée par deux personnes en quelques semaines et coûtera 500 dollars.

» Il est désirable que tout l'équipement soit expédié sous la surveillance de l'aide, dès le 1er juin 1849, vers le port de Concepcion ou de Valparaiso... J'ai l'intention de quitter les États-Unis à la même époque, de traverser l'isthme de Panama et de prendre le bateau à vapeur qui part mensuellement de là pour Valparaiso où j'arriverai dans l'espace de 55 jours environ. Je pourrai ainsi examiner quelle serait la station la plus convenable entre Santiago et Concepcion, et prendre tous les arrangements nécessaires, avant l'arrivée des instruments.

» Il ne paraît pas y avoir de doute qu'une station à l'intérieur des terres ne doive être préférée à une station sur la côte, vu que le nombre de jours de pluie et de brouillard subit à un haut degré l'influence du voisinage de l'Océan. »

Les comités des deux Sociétés se réunirent en conférence à Philadelphie pour débattre ces propositions. Le plan de Gilliss fut adopté et recommandé au secrétaire de la marine. La sanction une fois obtenue, Gilliss se mit à l'œuvre avec beaucoup d'ardeur : il écrivit de suite à MM. Pistor et Martins, de Berlin, qui devaient fournir le cercle méridien, et s'adressa au directeur de l'Observatoire de Washington et au commandant Wilkes pour réclamer les autres

instruments énumérés ci-dessus et qui appartenaient au gouvernement. La lunette de 5 pieds, la pendule sidérale, les chronomètres, le déflecteur de Fox, les baromètres et les thermomètres furent cédés sans difficulté. Mais le déclinomètre avait été mis à la disposition d'une commission mixte d'officiers de terre et de mer prêts à partir pour la Californie, et il se trouva que la lunette et le déflecteur étaient détériorés au point de ne plus pouvoir servir peut-être. D'autre part, le cercle méridien absorbait déjà la moitié du subside alloué par le Congrès et la dépense de l'Observatoire, des piliers, des réparations, etc., irait bien encore à un millier de dollars. Le professeur Henry, secrétaire de la *Smithsonian Institution* [1] avait offert généreusement de prêter un séismomètre, et autorisé Gilliss à acheter, aux frais de l'institution, une collection complète d'instruments magnétiques portatifs. Mais comment faire pour se procurer un grand équatorial dont l'acquisition était indispensable? On en cherchait les moyens, quand le Congrès, outre les 5000 dollars déjà accordés, vota une somme supplémentaire de 6400 dollars, destinée à couvrir toute la dépense des instruments. L'expédition fut ainsi pourvue 1° du cercle méridien de Pistor et Martins, dont la lunette avait 6 pieds de distance focale et une ouverture de 4 $\frac{1}{3}$ pouces; les cercles de 36 pouces de diamètre étaient munis chacun de deux microscopes; 2° de l'équatorial dont il a été question précédemment; la lunette de Fraunhofer avait 5 pieds de distance focale; elle avait été montée et munie d'un micromètre par Young, à Philadelphie; 3° d'un grand équatorial, dont la lunette avait 8 $\frac{1}{2}$ pieds de distance focale, et l'objectif de Fitz, à New-York, une ouverture de 6 $\frac{1}{2}$ pouces; cet équatorial était pourvu d'un mouvement d'horlogerie, et Young y avait adapté un micromètre propre à la fois aux mesures différentielles et à celles d'angles de position et de distance. L'achat de cet équatorial nécessita la construction d'un Observatoire circulaire, indépendant de l'Observatoire rectangulaire mentionné dans ce qui précède. Cette seconde maisonnette avait la forme d'un cylindre qui se terminait en cône à sa partie

[1] Voir le *Précis de l'histoire de l'astronomie aux États-Unis d'Amérique.*

supérieure. Gilliss n'avait demandé qu'un aide; mais sur la proposition des comités, le secrétaire de la marine décida que trois aides lui seraient adjoints et seraient envoyés sans retard à l'Observatoire de Washington pour s'y exercer à l'observation et au maniement des instruments. Gilliss, de son côté, prépara les éphémérides, et, quand elles furent prêtes, M. Maury, directeur de l'Observatoire de Washington [1], les transmit aux astronomes avec une circulaire dans laquelle il leur faisait connaître le but de l'expédition du Chili et réclamait leur coopération bienveillante, au nom de son gouvernement. La station du Chili et l'Observatoire de Washington devaient fournir les observations pour résoudre le problème qu'on avait en vue; mais les amis de la science étaient invités à entreprendre, dans la mesure de leurs moyens et de leurs convenances, une série d'observations correspondantes, consistant surtout en mesures différentielles de Vénus et de Mars et de certaines étoiles pendant certaines périodes des années 1849, 50, 51 et 52. « Les observations de Vénus, » portait la circulaire, « qui attireront particulièrement l'attention de l'expédition, seront des mesures différentielles prises le matin et le soir, à l'époque des conjonctions inférieures de 1850 et de 1852. De la même manière, Mars sera comparé avec les étoiles voisines vers les oppositions de la planète, en 1849 et en 1852. Afin de faciliter les observations et d'assurer l'action commune par l'emploi des mêmes étoiles de comparaison en quelque point que ce soit du globe, le lieutenant Gilliss a préparé les cartes et les tables ci-jointes. Ceux qui coopéreront à ces observations devront observer aussi les planètes à leur passage au méridien et déterminer leur ascension droite et leur déclinaison. L'ordre des observations sera le suivant : pendant la durée de l'éphéméride de Mars, des mesures différentielles de la planète et de l'étoile de comparaison pour le jour donné commenceront deux heures après le passage de la planète au méridien de Greenwich et seront continuées jusqu'à une heure et demie après que l'étoile et la planète auront passé au méridien de Washington, en observant et comparant

[1] Voir le *Précis de l'histoire de l'astronomie aux États-Unis d'Amérique.*

avec l'étoile les bords nord et sud de la planète alternativement. La planète et son étoile de comparaison seront également observées au cercle méridien, à leurs passages à travers le méridien de la station du Chili. Il en sera de même pour Vénus et ses étoiles de comparaison. On propose de commencer les observations de Vénus et de son étoile de comparaison donnée dans l'éphéméride, aussitôt que possible le matin et le soir, et de les poursuivre aussi longtemps que la lumière du soleil et les conditions de l'atmosphère le permettront. Quand la planète ne sera plus qu'à 15° de distance du soleil, comme il n'y aura plus d'étoile d'une grandeur suffisante, on se bornera aux observations méridiennes, à l'Observatoire du Chili et partout ailleurs... Ceux qui prendront part aux observations voudront bien envoyer leurs résultats à la fin de chaque année, en y joignant des indications précises sur les instruments dont ils auront fait usage et sur tout ce qui sera de nature à permettre d'apprécier les observations avec sûreté. »

La circulaire dont nous venons de donner un extrait était datée du mois de juin 1849; le 11 juillet, le *Louis-Philippe* partait de Baltimore, emportant les Observatoires et tous les instruments à l'exception du cercle méridien qui n'était pas prêt, d'un baromètre anéroïde et d'un thermomètre. Le 16 août, le lieutenant Gilliss s'embarquait à New-York, se rendant au Chili *via* isthme de Panama : le bateau sur lequel il était monté mit onze jours et huit heures pour atteindre la rivière Chagres; et quand, après quarante-huit heures de navigation en canot sur cette rivière, et une course de 21 milles à dos de mulet, notre voyageur arriva à Panama, le bateau à vapeur qui devait le conduire au Chili était parti. Il lui fallut donc passer un mois dans l'isthme. Enfin le 25 octobre, il atteignit Valparaiso; un coup d'œil rapide lui suffit pour s'assurer que le *Louis-Philippe* ne se trouvait pas dans le port (ce bâtiment avait pris la route du cap Horn). Après avoir pris les informations nécessaires au sujet du climat de la côte, Gilliss partit le soir même pour la capitale. La ville de Santiago lui parut pouvoir devenir le siége de ses opérations. Située dans une plaine à 1830 pieds au-dessus du niveau de la mer, elle est exempte des bruines et des brouillards si fréquents sur la côte.

Les monts Tupungato à l'est et Aconcagna au nord-nord-est, dont la hauteur dépasse 22000 pieds, interceptent, il est vrai, l'horizon et devaient nuire aux observations matinales de Vénus; mais le voisinage d'aucune ville convenable du pays n'était à l'abri de cet inconvénient, et nulle ville, d'autre part, n'offrait plus de ressources, à l'intérieur, que Santiago.

Le lieutenant Gilliss reçut le meilleur accueil des autorités. Trois localités furent mises à sa disposition pour y établir son Observatoire. Après mûr examen, il se décida en faveur de Santa-Lucia, espèce de rocher porphyrique, haut de 200 pieds et situé presque au milieu de la ville. Le gouvernement s'engagea à niveler le sommet et à construire un chemin qui permît d'y arriver facilement. Déjà on avait bâti des châteaux-forts sur les penchants nord et sud, à mi-hauteur, et l'on offrit d'y loger les astronomes. Plus tard, lorsque le bruit et la poussière des rues devinrent des ennuis sérieux, on reconnut qu'il y avait de bien meilleurs emplacements à Yungai, dans le faubourg de l'ouest; « mais, alors même, » remarque Gilliss, « un fait me réconcilia avec Santa-Lucia. Là, quand le mauvais temps empêchait d'observer, les aides étaient entourés du meilleur monde et les relations sociales prévenaient le mécontentement qui aurait pu naître, sous la pression d'un travail pénible, dans la solitude de Yungai. » Le jour même où les dispositions préliminaires étaient prises avec le gouvernement, on apprit que le *Louis-Philippe* venait d'arriver sain et sauf à Valparaiso. Gilliss s'empressa d'aller présider au débarquement des instruments et des Observatoires, et tout ce matériel fut transporté en cinq jours à Santiago sur six des grandes charrettes à bœufs du pays : le 9 novembre, il arrivait au pied de Santa-Lucia.

Santa-Lucia se projette horizontalement suivant une ovale, dont le diamètre qui va du N.-N.-E. au S.-S.-O. a 1300 pieds de long, et le plus grand diamètre transverse, 500. Les sommets en forme de colonnes ressemblent de loin à du basalte. Le penchant est assez régulier du sommet aux extrémités nord et sud. En partie recouverte de roches décomposées et de maigre terre végétale, sa face orientale a une inclinaison qui ne diffère pas

beaucoup de 45°. La face occidentale est escarpée : — c'est un simple mur de porphyre presque noir, injecté çà et là de veines de quartz [1]. Ce côté forme la grande carrière où les habitants vont s'approvisionner. Au nord on a bâti des maisons jusqu'au château où l'on arrive par un chemin tournant pratiqué dans le penchant oriental, au moyen de terrasses artificielles. Au-dessus du château, les roches s'élèvent verticalement sur une longueur d'environ 20 pieds, et l'on ne pouvait, à l'époque dont il est ici question, atteindre le sommet qu'en grimpant de distance en distance. Les endroits les plus convenables qu'on put trouver étaient placés juste au-dessous du sommet, et l'on employa immédiatement un grand nombre d'ouvriers à les niveler. « Ce n'était pas chose facile, » dit Gilliss. « Entourée comme est la colline de beaucoup d'entre les meilleures habitations de la capitale, il était défendu de faire sauter les roches; il fallait donc les briser en les chauffant et en répandant de l'eau sur leur surface; mais ce procédé est très-long. Les jours de fêtes, où le travail est interdit par l'Église, devinrent une autre source de délai; et le premier bâtiment ne fut pas prêt pour recevoir ses instruments avant le 5 décembre. La terrasse sur laquelle il était placé se trouvait à 8 pieds au-dessus de l'édifice rectangulaire destiné au cercle méridien et à 175 pieds au-dessus du ruisseau qui coule au bas de la colline. Elle avait une vue libre, excepté entre le S.-S.-O. et le S.-S.-E. où des roches escarpées empêchaient l'observation jusqu'à 15° environ au-dessus de l'horizon. La nuit suivante, l'équatorial fut monté, et, quatre jours après, on commença à observer la planète Mars. Pendant cette saison, le temps fut excessivement favorable. Sur les 52 nuits restantes que devait comprendre la série des observations, quatre seulement furent perdues, et pendant deux autres un léger brouillard obscurcit l'étoile très-petite qui servait d'étoile de comparaison. »

[1] Ces veines blanches que Gilliss avait pris pour du quartz se composeraient d'après Moesta, d'un minéral de la famille des zéolithes (probablement Lomonia). Le porphyre de la colline renferme aussi, d'après Forbes, du fer magnétique et du titane.

Le 18 décembre, le lieutenant Mac Rae, l'un des aides, se rendit à Valparaiso pour y prendre le cercle méridien dont l'arrivée avait été signalée. Entre-temps on avait commencé à préparer le bâtiment qui lui était destiné, à placer les piliers, la pendule, etc. On avait aussi organisé les observations météorologiques et magnétiques. Au commencement de février 1850, le cercle se trouvait prêt; la première série des observations de la planète Mars était terminée; et des observations de zones, à partir du 85e degré de déclinaison australe, furent entreprises. Chaque nuit, on observait une bande de 24′ en largeur, comprenant de 3 à 4 heures d'ascension droite; si l'on ajoute à cela les observations du niveau, du point nadir, de la collimation [par la réflexion des fils sur le mercure], des étoiles fondamentales avant et après chaque zone, on comprendra que les observateurs fussent toujours occupés pendant cinq ou six heures et quelquefois davantage. Gilliss et Mac Rae alternèrent dans ces observations, avec peu de jours de relâche occasionné par des nuages, jusqu'au 21 avril: entre le 4 février et cette dernière date, sur 76 nuits, il n'y en eut que 4 d'obscures. « Les pluies de la fin d'automne et de l'hiver » remarque Gilliss, « n'arrivèrent pas trop tôt pour nous. »

La population de Santiago s'était vivement intéressée à l'Observatoire. Lorsque le grand équatorial eut été établi, des centaines de personnes appartenant à toutes les classes montaient la nuit à Santa-Lucia pour voir l'étonnante *Maquina;* et quand chacune d'elles avait satisfait sa curiosité, la sentinelle préposée à la garde de l'Observatoire était admise à son tour à admirer la merveille et à regarder dans la lunette. C'était surtout la planète Saturne qui excitait le plus vif intérêt. Le gouvernement, de son côté, avait désigné trois jeunes gens pour suivre les travaux : l'un était un professeur de mathématiques de l'Institut national; les deux autres, les meilleurs élèves placés sous sa direction. Gilliss leur prêtait ses livres; des explications leur étaient données en tout temps; on saisissait toutes les occasions de les familiariser avec le cercle méridien et, pour plus de facilité encore, le petit équatorial fut mis à leur disposition et monté sous un toit mobile dans la cour du château.

Hunter, l'un des aides, retourna aux États-Unis au commencement de 1850, et, au mois de septembre suivant, il fut remplacé par M. S.-L. Phelps, qui prit la place de Gilliss au cercle méridien. Toutes les observations de zones, à partir de cette époque, furent faites par Mac Rae et par Phelps.

En janvier 1851, un accident arrivé à la vis du micromètre qui met en mouvement son système horizontal de fils, fut cause que les aides durent travailler conjointement aux zones; et, comme il était impossible pour eux de veiller chaque nuit, aussitôt après la terminaison de la première série de Vénus, Gilliss consacra une nuit sur deux à examiner avec le cercle les étoiles de Lacaille entre le zénith de Santiago et le pôle, dont il n'y avait qu'une observation. MM. Pistor et Martins ayant envoyé de nouvelles vis dans le plus bref délai possible, l'ancienne division du travail fut reprise à la fin de juin. La plus grande partie des centaines d'erreurs découvertes pendant ces six mois d'examen et postérieurement, ont été annoncées dans l'*Astronomical Journal* [1] de Gould et dans les *Monthly Notices* de la Société astronomique de Londres.

De juin 1850 au mois d'octobre, où commença la série des observations de Vénus, le temps se montra très-peu favorable aux observations : c'était, disait-on à Santiago, la plus mauvaise saison qu'on eût eue depuis 1827; et l'on ne put disposer pour les zones que d'un tiers des nuits; mais, par contre, la lune et les étoiles de même culmination furent observées la moitié du temps. Entre le 19 octobre 1850 et le 10 février 1851, des mesures différentielles de la planète et de l'étoile de comparaison furent prises pendant 51 nuits; il y eut 73 observations méridiennes où l'on mesura aussi le diamètre de la planète et les positions absolues de diverses étoiles fondamentales dont une ou plusieurs occupaient à peu près le même parallèle de déclinaison. En général, les mesures différentielles de Vénus, quand elle se rapprochait de ses stations orientales, rencontrèrent des difficultés le

[1] Voir sur ce journal, ce qui en est dit dans le *Précis de l'histoire de l'astronomie aux États-Unis d'Amérique.*

soir, à cause des soubresauts de la planète; mais le matin, l'atmosphère était si tranquille et presque toujours si claire, qu'on pouvait continuer les mesures longtemps après l'aurore, pourvu que l'étoile fût au moins de septième grandeur.

Lorsque les observations au cercle eurent été reprises, Gilliss alla visiter les provinces du nord. Pendant les six semaines que dura son absence, on fit peu de besogne à l'Observatoire. Les nuages avaient encore été plus fréquents que pendant la période correspondante de l'année précédente, bien que les pluies n'eussent pas duré aussi longtemps et que leur nombre eût diminué.

L'automne ne fut guère plus favorable aux zones : en sorte que du commencement de l'été jusqu'à la fin de cette saison, on ne put guère observer plus de 800 étoiles en moyenne par mois.

La seconde série des observations de Mars, comprenant 93 jours entre le 16 décembre 1851 et le 15 mars 1852, se présenta mieux. Environ 2000 mesures différentielles furent prises en 78 nuits, et des observations méridiennes furent faites pendant 80 nuits : il n'arriva que deux fois qu'on ne put pas voir l'étoile de comparaison à travers le brouillard suspendu sur la vallée. La note suivante, jointe aux observations du 26 février 1852, permettra de juger de la pureté de l'atmosphère. Cette nuit-là, l'étoile de comparaison était double; son compagnon, bleu et de la 12e grandeur, se trouvait à 19″ environ au sud et à 6″ à l'est : « Jamais il n'y eut de nuit plus belle, d'images meilleures, ni d'ouvrage plus satisfaisant depuis le commencement de la série. L'atmosphère est aussi ferme que la terre même, et si translucide, que non-seulement on voit distinctement le compagnon sous une illumination complète, mais que même sa couleur bleue est perceptible. » Gilliss remarque au sujet de cette série d'observations de la planète Mars : « Si d'autres Observatoires ont été aussi heureux que nous, une discussion des observations ne peut manquer de présenter un vif intérêt, car elle décidera probablement pour toujours de la possibilité de conclure la parallaxe exacte de Mars de mesures différentielles ou méridiennes. A la fin de la série, chaque étoile de comparaison comprise soit dans notre éphéméride, soit dans l'éphéméride du *Nautical Almanac*,

a été observée au moins trois fois au méridien. » Cet espoir ne devait pas, hélas, se réaliser, par le défaut d'une coopération efficace. — Pendant toutes ces belles nuits, les aides retrouvaient au cercle le temps perdu, en ajoutant chaque mois plus de 1000 étoiles au catalogue. Quand l'étoile était double, ils notaient les différences d'ascension droite et de déclinaison, ainsi que les couleurs des composantes : un grand nombre de ces étoiles doubles avaient, selon Gilliss, échappé à sir John Herschel.

« Beaucoup d'étoiles de Lacaille, » remarque Gilliss, « doivent avoir grandement varié depuis l'époque où il observait, et un assez grand nombre ont de courtes périodes. Combien d'étoiles de la 6me grandeur, que nous n'avons pas retrouvées, peuvent n'avoir été que dans leur décroissance? C'est là une question à décider par les astronomes qui les chercheront après nous. Une partie de ces désaccords peut, sans doute, être attribuée à des erreurs d'annotation dans les registres de l'astronome français, d'autres, à des erreurs de calcul. Mais dès à présent, nous avons d'amples données propres à faire voir que les positions des étoiles contenues dans le catalogue (de Lacaille), publié sous la la direction de l'Association Britannique, sont d'une inexactitude extraordinaire (?). Que beaucoup d'étoiles au sud du zénith de Santiago soient variables, nous en avons la preuve dans ce fait que des étoiles très-brillantes manquent aux zones de Lacaille : de plus, deux autres de ses étoiles, qu'on avait cherchées vainement à deux reprises pendant les premiers mois, furent observées plus tard aux endroits indiqués. — L'étoile variable la plus intéressante de l'hémisphère austral est à coup sûr η Argus. Quand on la prend avec la nébuleuse environnante et les amas d'étoiles voisins, qu'on songe à sa couleur et à ses changements d'éclat, il n'y a peut-être pas d'objet céleste plus merveilleux. Pendant le séjour de sir John Herschel au Cap, de 1834 à 1838, elle ne surpassa jamais en éclat α Centauri. En 1677, Halley l'avait estimée de 4e grandeur; en 1751, elle parut de 2e grandeur à Lacaille; de 1811 à 1815, elle est descendue de nouveau à la 4e grandeur; et subséquemment, jusqu'en 1845, elle a varié entre la première et la seconde, mais sans atteindre au maximum d'aucune de ces

grandeurs. A l'époque dont je parle, elle surpassait l'éclat de Canopus, qui ne le cède qu'à Sirius dans toute l'étendue du ciel. Les notes prises par nous [du 9 février 1850 au 10 mai 1852] confirment pleinement l'impression d'Herschel, que c'est une étoile variable, capricieuse à un degré inouï, sans période assignable et sans régularité dans ses variations. Les plus importantes, parmi celles-ci, comme celles qu'Halley remarqua en 1671, et M. Burchell, de 1811 à 1815, n'arrivent qu'après de longs intervalles. Depuis 1822, on n'a pas cessé de surveiller ses changements et jamais elle n'est descendue au-dessous de la deuxième grandeur. »

Le séjour de Gilliss au Chili ne devait plus être de longue durée. Avant de quitter le pays, il désirait apprendre quelque chose de plus de sa population, de sa topographie et de son agriculture; et comme il était nécessaire d'économiser ses yeux pour la série d'observations de Vénus qui allait commencer à la fin de mai 1852, il quitta Santiago pour Talca, bientôt après avoir terminé les observations de Mars. Un travail presque incessant pendant une centaine de nuits consécutives, dans un climat d'une sécheresse extraordinaire, lui avait enlevé toute son énergie: « j'étais, » dit-il, « devenu aussi apathique qu'un vrai Chilien; le mois que je passai à cheval me remit complétement. »

Bientôt après son retour, le gouvernement exprima le désir de fonder un Observatoire national : il fit demander si les États-Unis consentiraient à céder le matériel de l'expédition. C'était aller au-devant des vœux de Gilliss; les instruments et les livres furent cédés au prix coûtant et les Observatoires en bois, les piliers, etc., au prix fixé par des experts. Une fois les bases de la négociation arrêtées, le Dr Charles Mocsta, gradué de l'université de Marburg, fut nommé directeur du nouvel établissement et il s'appliqua sans retard à acquérir la connaissance pratique des instruments. Déjà il s'était familiarisé, en Allemagne, avec des instruments astronomiques et magnétiques portatifs, et il remplissait depuis plus d'un an les fonctions d'assistant auprès du chef des travaux topographiques du Chili; de sorte que deux mois de pratique du cercle et de l'équatorial, aux heures où Gilliss et ses

aides n'y travaillaient pas, suffirent à le rendre expert dans leur maniement [1].

Gilliss n'attendait pas beaucoup de la nouvelle série d'observations de Vénus qu'il allait faire : déjà la première série ne l'avait pas satisfait, et cependant on était alors en été, la planète était fort rapprochée du sud, l'air était sec et peu de nuages contrariaient les observations. Maintenant chaque condition était renversée, et dans toute la période convenue d'avance, il ne fut possible de prendre des mesures différentielles que pendant neuf soirées avant la conjonction, et pendant dix-huit matinées après la conjonction. Aucune de ces mesures ne fut absolument bonne; les meilleures se reportent à la soirée du 23 juin et au matin du 12 août. Sur 47 observations méridiennes, quelques-unes furent regardées comme très-bonnes, au moment où elles furent faites.

Du 29 mai au 9 septembre 1852, les aides de Gilliss observèrent plus de 5000 étoiles : l'hiver de 1850 avait donné la conviction qu'avec un personnel aussi restreint, il serait impossible d'observer tout l'espace compris entre le zénith de Santiago et le pôle : il avait donc été décidé qu'on n'irait que jusqu'à 65° 50′ de déclinaison australe. Quand ce travail fut accompli, on employa les nuits restantes à faire la révision de certains espaces marqués comme douteux.

Les observations entreprises en vue de déterminer la longitude de l'Observatoire de Santa-Lucia, bien qu'elles ne fussent pas très-nombreuses, devaient cependant atteindre le but : nous en ferons connaître ci-après les résultats. L'Observatoire avait été, de plus, relié avec celui de M. Mouatt, à Valparaiso, au moyen de signaux télégraphiques échangés entre le lieutenant Gilliss dans cette dernière station et son aide Mac Rae, à Santiago. La moyenne de 100 signaux partagés d'une manière égale entre les deux points avait donné pour la différence des longitudes $3^m 56^s,51 \pm 0^s,021$: Valparaiso étant placée de cette grandeur à l'ouest de l'Observatoire de Santiago.

[1] Charles Guillaume Moesta, né le 21 août 1825, à Zierenberg, dans la Hesse Électorale, était parti pour le Chili en 1850.

L'expédition était terminée; le 14 septembre 1852, le Dr Moesta prit la direction de l'Observatoire. Les observations originales avaient été envoyées aux Etats-Unis par la voie du cap Horn et Gilliss devait en emporter une copie avec lui dans son voyage de retour à travers l'isthme. L'un des aides, le lieutenant Mac Rae, avait pris la route de Buenos-Ayres à travers les Andes et les Pampas; un autre aide, M. Smith, était allé dans les provinces australes du Chili et en Auricanie. Enfin Gilliss, accompagné de M. Phelps, s'embarqua à Valparaiso, le 1er octobre 1852, et, après un séjour forcé de quinze jours dans l'isthme de Panama, il atteignit New-York juste trente-neuf mois après avoir quitté cette ville. Son départ de Santiago avait été l'occasion d'un échange de lettres fort aimables entre le gouvernement et lui.

L'Observatoire de Santa-Lucia devait encore subsister pendant quelques années; rappelons, en la précisant, quelle était sa situation. Il occupait une terrasse construite à 175 pieds au-dessus des rues de Santiago, sur le côté nord de la colline. Sa hauteur au-dessus de la mer était de 1940 pieds. La terrasse avait été formée en partie en brisant les roches, et en partie en bâtissant un mur de trente pieds de haut sur la saillie d'un rocher au côté ouest. L'espace entre ce mur et la colline, large de six pieds à l'extrémité supérieure, avait été rempli avec des fragments de porphyre et avec de la terre : on avait gagné ainsi une surface de 40 pieds d'étendue de l'est à l'ouest, et de 25, du nord au sud. Cette terrasse était occupée par l'Observatoire de forme circulaire, construit à Washington pour le grand équatorial : en descendant un escalier pratiqué dans la roche, on arrivait à l'Observatoire rectangulaire du cercle méridien, placé huit pieds plus bas.

22 étoiles avaient été choisies par Gilliss pour déterminer la latitude du cercle méridien : sur 1260 observations de ces étoiles, 9 seulement ont été rejetées parce qu'il y avait doute sur la lecture du cercle. La latitude adoptée est 33°26'25",89 ± 0",0866 sud. L'équatorial se trouvait à 53 $\frac{1}{2}$ pieds au sud du cercle méridien.

La longitude à l'ouest de Greenwich a été trouvée :

Par les étoiles lunaires, de $4^h 42^m 33^s,74 \pm 0^s,993$;
Par les occultations, de $4\ \ 42\ \ 34,16 \pm 0,922$.

En donnant à chaque résultat déduit d'occultations une valeur double de celle du résultat conclu des étoiles lunaires, et en combinant ensuite les déterminations partielles obtenues par les deux méthodes au moyen de poids proportionnels à leur nombre respectif, Gilliss trouve que la longitude de son Observatoire était $4^h 42^m 33^s,81$ à l'ouest de Greenwich.

L'objet capital de l'expédition envoyée au Chili par le gouvernement américain était, on l'a vu, une nouvelle détermination de la parallaxe du soleil : les éléments de cette détermination devaient être fournis primitivement par les observations de Vénus à ses stations, suivant la méthode du Dr Gerling ; puis on avait résolu d'y joindre les observations de Mars à ses oppositions. On espérait, par des observations correspondantes des deux planètes, faites à Washington et à Cambridge [Massachussets] placés à peu près sous le même méridien que Santiago du Chili, obtenir des matériaux qui suffiraient amplement à résoudre la question. Les observations consistaient dans des mesures micrométriques entre les planètes et certaines étoiles très-rapprochées de leurs orbites, à prendre simultanément à Santiago, à Washington, etc. A Santiago les deux planètes devaient être observées aussi au cercle méridien.

Le tableau suivant donne la durée qui avait été assignée aux quatre périodes :

Opposition de Mars	1849-50;	nov. 1 à janv. 31;	92 jours.
Opposition de Mars	1851-52;	déc. 15 à mars 15;	90 id.
Station de Vénus	1850-51;	oct. 19 à fév. 10;	98 id.
Station de Vénus	1852 ;	mai 29 à sept. 13;	98 id.

Sur ces 378 jours, Gilliss et ses aides avaient pu observer 217 fois, à savoir : 46 fois pendant la 1re série de Mars; 93 pendant la 2e série de Mars; 51 fois pendant la 1re série de Vénus; 27 fois pendant la 2e série de Vénus. Malheureusement, pour 217 jours d'observations faites à Santiago, il ne s'en trouva que 19 d'observations correspondantes faites à Washington, 5 à Cambridge (Mass.) et 4 à Greenwich. Les jours d'observations se décomposaient ainsi :

Washington.	Mars,	1re série; *neuf.*
Washington.	Mars,	2e série; *deux.*
Washington.	Vénus,	1re série; *huit.*
Cambridge.	Mars,	1re série; *cinq.*
Greenwich	Mars,	1re série; *quatre.*

Non-seulement les observations correspondantes des Observatoires du Nord étaient en fort petit nombre, mais de plus, quand le Dr Gould[1], qui s'était chargé du calcul, voulut en tirer la parallaxe, il arriva à des résultats trop discordants pour mériter, de son aveu même, la moindre confiance. Fallait-il en rester là? Gould ne le crut point; il essaya d'utiliser les observations rapportées par Gilliss, dans un immense travail où il réunit tout ce qu'il put trouver d'observations de tout genre faites sur Mars et Vénus vers les époques précitées. Il comptait sur l'accumulation des observations pour éliminer les inexactitudes dues à l'incertitude des étoiles de comparaison et à l'erreur moyenne, nécessairement grande, des déclinaisons méridiennes. « Le Dr Gould a certainement mis tout le soin désirable à cette discussion, mais il faut regretter que la sûreté du résultat obtenu ne soit nullement en rapport avec la peine qu'il a coûtée[2]. » Si l'on désigne par Δp la correction à faire à la valeur de la parallaxe p calculée par Encke [8″,5712], les calculs de Gould donnent :

		Erreur probable.
Pour la 1re opposition de Mars. . .	$\Delta p = -0'',0762$	0″,0621
Pour la 2e opposition de Mars. . .	$\Delta p = +0,0427$	0 ,1334
Pour la 1re station de Vénus. . . .	$\Delta p = -0,3780$	0 ,1272
Pour la 2e station de Vénus. . . .	$\Delta p = -0,1661$	0 ,1246

Gould adopte, comme valeur définitive, la valeur donnée par la 1re série de Mars qui fournit $p = 8'',5712 - 0'',0762 = 8'',4950$, ou en nombre rond, 8″,500 : il termine son mémoire[3] par ces mots : « Conséquemment nous pouvons prendre *avec avantage* pour

[1] M. Apthorp Gould avait fondé en 1849 un journal astronomique, en prenant pour modèle les *Astronomische Nachrichten*, d'Altona.

[2] *Astronomische Nachrichten*, n° 1177; 20 janvier 1859.

[3] Ce mémoire fait partie du tome III de l'ouvrage intitulé. *The U. S. Naval Astronomical Expedition to the Southern Hemisphere.*

la parallaxe équatoriale horizontale du soleil 8″,500, valeur moindre de 0″,07 que celle généralement reçue. » Dans le n° 117 de l'*Astronomical Journal*[1], il exprime le vœu que la valeur 8″,500 soit adoptée par les astronomes, mais ce vœu n'a pas été exaucé.

On lit dans le n° 1177 des *Astronomische Nachrichten* : « Nous devons nous élever de toutes nos forces contre la prétention du Dr Gould.. Sans parler de ce qu'il y a d'arbitraire à faire un choix parmi quatre valeurs, en s'arrêtant à l'une d'elles, uniquement parce que son erreur probable est la plus faible, la correction qu'on nous propose ne semble pas de nature à inspirer la moindre confiance. Pour juger des observations micrométriques de Santiago sur lesquelles elle est principalement fondée, nous comparerons les valeurs des demi-diamètres des planètes Mars et Vénus qu'on en tire, avec les meilleures déterminations obtenues jusqu'ici. L'héliomètre de Königsberg a donné, comme on sait, pour ces deux planètes des résultats d'une exactitude qui eût été impossible sans l'étude approfondie de l'instrument, faite par Bessel. Les valeurs des demi-diamètres, fournies par l'héliomètre sont : Mars 4″,6639; Vénus 8″,6625. La discussion des observations de Santiago et de Washington conduit aux valeurs : Mars 6″,63; Vénus 8″,35, différentes ainsi de + 2″,0 et de — 0″,3 respectivement. La grandeur de ces écarts ne permet pas d'en chercher la cause uniquement dans l'action qu'exercent sur les diamètres des planètes les lunettes qu'on emploie à les observer. Ce résultat n'est donc pas de nature à augmenter la confiance dans les observations : il ferait croire que les corrections de la parallaxe solaire sont encore chargées d'erreurs constantes notables. Il est clair, du reste, que pour obtenir une amélioration certaine de la valeur de la parallaxe déterminée par Encke, au moyen d'observations des stations de Vénus et des oppositions de Mars, il faudrait apporter le plus grand soin à l'étude des instruments, des micromètres, etc. » En terminant, l'auteur de l'article exprime le vif regret qu'une expédition conduite avec tant de zèle et pour laquelle aucune dépense n'avait été négligée, n'ait pas été couronnée d'un meilleur succès.

[1] C'est le journal dont il est question dans la note 1 de la page précédente.

« Une participation sérieuse des Observatoires de l'Amérique du Nord à ces observations aurait, sans aucun doute, » dit-il, « donné un résultat fort acceptable. »

Le capitaine Maury, directeur de l'Observatoire de Washington, fut sensible au reproche ainsi formulé. L'article des *Astronomische Nachrichten* avait paru dans le n° du 20 janvier 1859; dès le 22 février, Maury répondait ce qui suit [1] : « ... Comme on pourrait conclure de vos paroles qu'aucun Observatoire américain du Nord ne fournit la coopération nécessaire, je demande la permission d'exposer que c'était à la fois le devoir et le plaisir de notre Observatoire (à Washington) de coopérer de toutes nos forces à l'expédition du lieutenant Gilliss; on réserva pour cet objet le réfracteur de 9 pouces [2]. Quand l'expédition mit à la voile, M. Ferguson, préposé à l'équatorial, fut chargé d'observer à cet instrument, conjointement avec l'expédition. C'est ce qu'il fit; et M. Ferguson est un observateur aussi accompli qu'infatigable. Toute observation, étrangère à celles du lieutenant Gilliss, resta interdite pour la durée de son absence. De 1850 à 1858, le nombre des nuits pendant lesquelles il a été possible d'observer a été, en moyenne, de 149. Elles se répartissent comme suit entre les mois de l'année :

Janvier. . .	10,4	Mai. . . .	12,0	Septembre. .	16,6
Février . .	10,3	Juin. . . .	12,9	Octobre. . .	16,0
Mars	10,2	Juillet . . .	13,7	Novembre . .	10,9
Avril . . .	10,0	Août . . .	14,2	Décembre . .	10,6

» Plusieurs de ces nuits furent nuageuses, rendant ainsi les observations en rapport avec l'expédition impraticables, parce que ces observations devaient être faites à des heures déterminées, ou pas du tout. — Si vous voulez vous donner la peine d'examiner le tableau ci-joint, vous vous persuaderez, je pense, qu'un Observatoire du Nord, au moins, donna une cordiale coopération, pour autant que l'état de l'atmosphère le permit.

[1] *Astronomische Nachrichten*, n° 1186 ; 29 mars 1859.
[2] Voir le *Précis de l'histoire de l'astronomie aux États-Unis d'Amérique*.

SÉRIES.	Durée de la période.	Nuits nuageuses au moment des observations	Nuits voilées ou peu favorables.	Nuits où l'on a observé.	Nuits où l'on a observé des étoiles différentes.
1re série de Mars .	92	47	16	23	31
2e série de Mars .	90	40	19	14	36
1re série de Vénus.	98	80		21	47
2e série de Vénus.	98	36		18	59

Nous avons eu l'occasion de parler précédemment des observations faites à Santiago lors de l'opposition de Mars, en 1862 : nous reviendrons bientôt avec plus de détails sur ces observations. Il nous suffira pour le moment de rappeler que Gilliss y avait pris un vif intérêt et, que cette fois, ses efforts et ceux de ses collaborateurs furent couronnés de succès.

Il n'est pas à notre connaissance que les zones observées par Gilliss à Santiago aient été publiées jusqu'ici [1] : elles devaient comprendre 20000 étoiles *nouvelles* [2], son intention n'ayant pas été de soumettre à un nouvel examen les catalogues existants, mais de faire une revue systématique du ciel. Ce travail fut commencé en février 1850 : la première idée avait été d'enregistrer les étoiles placées entre le pôle sud et le zénith de Santiago, mais plus tard, on reconnut la nécessité de le resteindre, parce que le temps manquait. La nuit du dimanche était consacrée par Gilliss à la recherche des étoiles de Lacaille qui n'avaient jamais été observées par un autre astronome. Plusieurs erreurs du cata-

[1] Nous venons d'apprendre, par une lettre du Dr Gould, insérée dans le numéro de novembre 1871 de l'*American Journal of Science and Arts* que les zones de Gilliss ne tarderont pas à paraître, le gouvernement des États-Unis s'étant chargé des frais de leur préparation et de leur impression. Le numéro de juillet 1871 du même journal annonce la publication récente, faite par l'amiral Sands, de l'Observatoire de Washington, d'un catalogue d'environ 2000 étoiles australes, déduit des observations de Gilliss.

[2] *Monthly Notices*, t. XV ; lettre de Gilliss à l'amiral Smyth, datée de Washington, le 8 novembre 1854.

logue de l'Association Britannique furent ainsi rectifiées, et les résultats de Santiago furent confirmés ensuite par les observations de M. Maclear au cap de Bonne-Espérance [1]. « Chaque fois qu'un écart est découvert, » écrivait Gilliss, en 1852, à l'amiral Smyth[2], « l'étoile est notée dans un cahier *ad hoc*, et devient un sujet spécial d'attention; d'ordinaire, elle est observée deux fois subséquemment. »

Lorsque M. Maury eut quitté Washington pour aller combattre avec ses compatriotes du Sud, le capitaine Gilliss le remplaça comme directeur de l'Observatoire de la marine (en avril 1861). Gilliss avait beaucoup contribué, une vingtaine d'années auparavant, à la fondation de cet Observatoire : c'est lui qui en avait préparé les plans, surveillé la construction, commandé les instruments. Il s'était déjà, à cette époque, fait la réputation d'un astronome plein de zèle et de bonne volonté : son volume d'observations d'ascensions droites avec un catalogue de positions moyennes d'étoiles observées pendant les années 1838 à 1842 était le premier recueil d'observations astronomiques qui eût été publié en Amérique[3]. Une fois à la tête de l'Observatoire de Washington, il veilla à ce que les observations fussent régulièrement publiées, et prit des mesures pour que l'arriéré, comprenant les années 1850 à 1860 incluse, fût liquidé le plus tôt possible. Les volumes des observations de 1861 et de 1862 avaient paru, et celui consacré aux observations de 1863 était prêt, quand une attaque d'apoplexie foudroyante emporta l'honorable et actif directeur, le 9 février 1865, à l'âge de 53 ans.

[1] *Monthly Notices*, t. XII; lettre de Gilliss à l'amiral Smyth, datée de Santiago, le 20 janvier 1852.

[2] Dans la lettre du 20 janvier susmentionnée.

[3] *Astronomische Nachrichten*, n° 1518; 19 mars 1865. Lettre du Dr Gould, datée de Cambridge (Mass.), le 16 février 1865.

CHAPITRE XIV.

Les travaux du docteur Moesta, directeur de l'Observatoire de Santiago. — L'ancien et le nouvel Observatoire. — La triangulation du Chili.

Le 20 août 1852, la gazette officielle de Santiago, *El Arancano*, publiait deux décrets du président de la république du Chili. Le premier de ces décrets, en date du 17 août, disposait que les instruments, les Observatoires portatifs et les livres de l'expédition commandée par le lieutenant Gilliss, de la marine des États-Unis, seraient acquis aux frais de l'État; le second plaçait à la tête de l'Observatoire national du Chili, le Dr Charles Moesta, et renfermait l'invitation spéciale pour ce dernier de publier ses observations et d'établir des relations avec les Observatoires de l'hémisphère boréal. — Nous avons rapporté, d'après Gilliss, que les premiers pourparlers relativement à l'acquisition du matériel de l'expédition avaient eu lieu vers le milieu de 1852 : il s'agit de propositions *officielles*, car l'idée de fonder un Observatoire national remontait à l'année 1850, et c'était en vue de la réalisation de cette idée que le gouvernement avait demandé à Gilliss d'exercer à l'astronomie pratique trois jeunes Chiliens, choisis parmi les plus intelligents. La correspondance qui avait eu lieu à cette occasion avait même été publiée dans *El Arancano* des 18 et 21 mai [1850]. Et, le 21 juin, Gilliss écrivait à Gerling : « Vous pouvez annoncer qu'un Observatoire permanent sera établi au Chili à l'expiration de notre séjour. » L'honorable professeur de Marburg s'était empressé de faire connaître cette bonne nouvelle : « ainsi donc, » disait-il, « l'espoir que j'avais exprimé il y a vingt ans, se réaliserait enfin...[1] » Quand tout fut terminé, Gerling en informa le monde savant par l'intermédiaire des *Astronomische Nachrichten* [2]. « J'ai reçu, » ajoutait-il, « une lettre du

[1] *Astronomische Nachrichten*, n° 736; 24 octobre 1850.

[2] *Astronomische Nachrichten*, n° 839; 24 décembre 1852. La lettre de Gerling est du 12 décembre; elle est datée de Marburg.

Dr Moesta, dans laquelle il me prie de le recommander à l'appui bienveillant des astronomes allemands. Je ne crois pas pouvoir le faire d'une manière plus efficace qu'en donnant à cette prière la publicité de votre journal. Je dirai toutefois encore que, depuis longtemps déjà, je connais M. Moesta comme un homme plein de talent et fort zélé pour la science, et que, par son âge, il est éminemment propre aux choses dont il va être chargé. »

Le Dr Moesta, comme nous l'avons vu, prit la direction de l'Observatoire de Santiago, le 14 septembre 1852. Le matériel de l'expédition avait été acheté pour la somme de 7939 piastres [39695 francs]. Il comprenait les instruments qui suivent : le cercle méridien, de Pistor et Martins ; l'équatorial, dont l'objectif, de Fitz, mesurait 6,4 pouces ; l'équatorial avec un objectif de Fraunhofer, de 4 pouces ; un cercle de réflexion, de Ertel ; deux thermomètres étalons, de Simms et Barlow ; deux séismomètres (hors d'usage) ; une horloge, marquant le temps sidéral, par Molyneux ; un chronomètre marquant le temps sidéral, n° 2671, de Parkingson et Frodsham ; un chronomètre marquant le temps moyen, n° 2598, par les mêmes ; différents catalogues d'étoiles, des éphémérides astronomiques et d'autres livres ; et les deux petits Observatoires en bois. — Ce matériel fut augmenté successivement par la libéralité du gouvernement du Chili. Sur la liste des nouveaux instruments figurent : un baromètre, de la construction Fortin, par J. Green, n° 648 ; une pendule sidérale, n° 1447, de Kessels, adaptée à la méthode qui enregistre les passages des étoiles au moyen d'un courant électrique ; un instrument des passages portatifs ; un cercle de réflexion avec prisme, par Pistor et Martins ; un chronomètre marquant le temps sidéral, n° 2033, de Parkingson et Frodsham ; un instrument universel, des frères Repsold ; un thermomètre étalon, par Greiner jeune ; un appareil électro-magnétique pour enregistrer les passages des astres, par Krille ; un baromètre de voyage, par Pistor et Martins ; un théodolite, par Breithaupt. Tels étaient les instruments acquis à l'époque où Moesta écrivait l'introduction du premier volume des *Annales* de l'Observatoire, qui parut en 1859 [1] :

[1] *Observaciones astronómicas hechas en el Observatorio nacional de San-*

on attendait en sus un photomètre de Steinheil, et les premiers pas avaient été faits pour l'acquisition d'un second cercle méridien, destiné au nouvel Observatoire dont nous parlerons bientôt et dont les fondations avaient été commencées au mois d'avril de l'année 1857. — Une bibliothèque pour l'usage spécial de l'Observatoire renfermait déjà 227 volumes, 47 recueils de mémoires et une collection de cartes.

Le gouvernement avait décidé que l'Observatoire de Santiago serait un *établissement scientifique*, destiné à fournir des données pour le progrès de l'astronomie pratique, et servirait en même temps d'école pour les apprentis astronomes. Il avait doté l'établissement d'un aide, et alloué un revenu de 1200 piastres [6000 francs] destiné à l'entretien de deux jeunes gens dont les études à l'Observatoire seraient tournées vers l'astronomie. Ces jeunes gens se recrutaient parmi les élèves de l'Institut national [1], les plus forts en mathématiques : jusqu'en 1859, un grand nombre d'élèves avaient passé ainsi par l'Observatoire; la persévérance qu'ils avaient montrée et les succès qu'ils avaient obtenus avaient nécessairement varié avec les sujets [2].

Le directeur de l'Observatoire était en même temps professeur à l'Université et y faisait alternativement un cours annuel de calcul différentiel et intégral et un cours d'astronomie pratique.

On lit dans l'introduction placée par Moesta en tête des observations des années 1853, 1854 et 1855 [3] : « A défaut d'une personne capable, le poste d'aide est resté vacant à l'Observatoire pendant l'intervalle auquel se rapportent les observations de ce volume, et pour cette raison, toutes les observations méridiennes ainsi que la plus grande partie des calculs de réduction ont été

tiago de Chile en los años de 1853, 1854 i 1855 por el Dr Carlos Guillº. Moesta, director del Observatorio i miembro de varias Sociedades cientificas nacionales i estranjeras. Tomo I. Publicadas de orden del Supremo Gobierno. Santiago de Chili. MDCCCLIX, in-4º.

[1] Le principal établissement d'enseignement public à Santiago.

[2] Moesta, *Observaciones astronómicas*, etc.

[3] *Ibid.*

faits par moi-même.—Quant au plan des travaux à entreprendre dans cet Observatoire, je crus convenable de me livrer de préférence aux observations méridiennes des étoiles. Avant tout il était nécessaire de recueillir des données pour la détermination exacte de la position géographique de l'Observatoire, et, à cette fin, je prêtai une attention particulière aux culminations de la lune, dont les observations devaient servir à fixer avec précision la longitude. Cette classe d'observations, comme aussi quelques autres observations sur les occultations d'étoiles par la lune, commencèrent à se faire dès le 19 septembre 1852, jour où je pris charge de l'Observatoire [1]. Au milieu du mois de mai de 1853, arriva dans cette capitale le baromètre qui avait été commandé dans l'Amérique du Nord pour l'Observatoire, et, à partir de là (16 mai), le cercle méridien a été également employé pour l'observation des distances zénithales des étoiles fondamentales et de différentes étoiles circompolaires, dans le but de déterminer avec exactitude la latitude de l'instrument.— Les autres observations méridiennes, contenues dans ce volume, se rapportent principalement à des étoiles choisies dans l'ordre suivant: 1° Les étoiles australes du Catalogue de l'Association Britannique, dont les positions ont été reconnues douteuses ou erronées, et dont une liste fort étendue est donnée à la fin dudit Catalogue [2] (?); 2° les étoiles du catalogue de Lacaille (Londres, 1847) qui n'ont pas été observées depuis le temps de Lacaille, ou du moins celles qui ne se trouvent pas dans les catalogues de Brisbane, Taylor et Johnson; 3° les étoiles jusqu'à la 9e grandeur incluse, situées entre le parallèle de 62° sud et le zénith. J'avais l'intention d'observer cette partie de la voûte céleste, en la distribuant par zónes dont chacune avait la largeur

[1] Gilliss dit dans sa relation, comme nous l'avons vu, qu'il remit l'Observatoire entre les mains de Moesta le 14 septembre.

[2] Le 14 décembre 1856, Moesta écrivait à l'éditeur des *Astronomische Nachrichten* : « Qu'il me soit permis de remarquer que beaucoup de mouvements propres d'étoiles australes, enregistrés dans le catalogue de l'Association Britannique, n'existent en aucune façon, et que ces données proviennent de positions erronées dans le catalogue de Lacaille (*Astr. Nach.*, nº 1066; 11 février 1857). » C'est la confirmation de ce qui a été dit précédemment.

du champ visuel de l'oculaire méridien, c'est-à-dire 24′ en déclinaison. Après avoir observé quelques-unes de ces zones, en partant du parallèle de 62°, je reconnus l'insuffisance d'un seul observateur pour un pareil travail, qui ne pourra être continué avec constance et succès, que lorsque les instruments auront été transportés dans le nouvel Observatoire, et quand on pourra compter sur un aide capable. Outre les étoiles spécifiées, j'ai observé au méridien les planètes suivantes : Vénus, Mars, Cérès, Junon, Pallas, Vesta, Hébé, Iris, Parthenope, Psyché, Proserpine, Amphitrite, Jupiter, Saturne, Uranus et Neptune. La planète Vénus a été observée au méridien dans le but particulier de mesurer sa distance zénithale, et je me suis proposé d'apporter à cette classe d'observations une attention particulière, persuadé qu'avec le temps elles formeront une contribution à la connaissance plus parfaite de la parallaxe du soleil, eu égard à la position favorable que notre Observatoire occupe par rapport à divers Observatoires de l'autre hémisphère..... »

A lire ce que nous avons rapporté, d'après Gilliss, de la manière dont les maisonnettes en bois de l'expédition avaient été établies, on aurait pu dire à la lettre que l'Observatoire était fondé sur le roc; et cependant les cercles gradués de l'instrument méridien éprouvaient une vibration, quand les enfants couraient et sautaient sur la plate-forme autour de la maisonnette! D'un autre côté, il paraît que les différentes parties de l'équatorial ne furent jamais bien équilibrées.

Le centre de la maisonnette tournante était situé à 16,3 mètres au sud et à 5,2 mètres à l'occident du centre de l'axe du cercle méridien. Dans la pièce qui renfermait ce cercle était suspendu le baromètre dont la cuvette se trouvait, d'après un nivellement fait par le D[r] Moesta, à 58,9 mètres au-dessus du centre de la place principale de Santiago. L'ingénieur Campbell a déterminé la hauteur de ce dernier point au-dessus du niveau de la mer, lors des nivellements entrepris en vue du chemin de fer de Santiago à Valparaiso : il l'a trouvée de 1836 pieds (anglais) ou 559,6 mètres; de sorte que la hauteur de la cuvette du baromètre suspendu dans la salle du cercle méridien était de 618,5 mètres ou 2029,2 pieds.

La cuvette du baromètre se trouvait à 3 pieds 4 pouces au-dessus du plancher de la salle, et comme la terrasse sur laquelle l'équatorial était monté, se trouvait à 8 pieds au-dessus de la salle du cercle, il s'ensuit que la hauteur de l'équatorial au-dessus du niveau de la mer était de 2033,7 pieds. Cette hauteur diffère de 93,7 pieds de la détermination de Gilliss que nous avons donnée précédemment.

« La situation actuelle de l'Observatoire, » disait le Dr Moesta en 1859,[1] « choisie par le lieutenant Gilliss, sur les roches de Santa-Lucia et au milieu d'une ville populeuse comme l'est Santiago, ne peut à aucun égard être considérée comme bonne. Les roches voisines des maisonnettes s'échauffent extraordinairement pendant l'été, et la chaleur qu'elles réfléchissent altère le thermomètre de telle façon qu'il devient difficile de mesurer pendant le jour la vraie température de l'air qui entoure les maisonnettes. Comme il n'y a pas d'habitation sur la colline pour l'astronome, celui-ci est obligé de monter à l'Observatoire chaque nuit ; il arrive agité devant son instrument, et n'a pas le calme indispensable pour des travaux astronomiques; les sonneries fréquentes des innombrables cloches de la capitale et le voisinage de différents quartiers militaires incommodent et interrompent continuellement l'observateur pendant ses travaux ; la poussière extrêmement fine dont l'atmosphère sèche de Santiago est imprégnée pendant une grande partie de l'année fait une guerre incessante aux instruments. Mais le plus grand inconvénient consiste encore dans le peu de stabilité des instruments soumis aux influences atmosphériques qui agissent sur les roches dont se compose la colline [2]... »

En présentant au public les résultats de ses observations, le Dr Moesta demandait qu'on lui tînt compte des difficultés qu'il avait eu à surmonter. Outre les circonstances défavorables dans

[1] Introduction aux observations astronomiques, déjà citée.

[2] Les changements d'azimut dépassaient 0s,5 en douze heures; ils manifestent clairement une période annuelle. L'inclinaison de l'axe était soumise à des changements analogues Sauf la collimation, les erreurs du cercle méridien étaient déterminées chaque jour dans le but de parer aux effets de l'instabilité de l'instrument.

lesquelles les observations, comme nous venons de le voir, avaient été faites, outre les embarras inhérents à toute nouvelle création, d'autres contrariétés « dont il vaut mieux ne point parler, » dit-il, étaient encore venues l'assaillir; mais il exprime sa profonde gratitude pour la bienveillante confiance que le gouvernement lui a toujours témoignée. « J'espère, » ajoute-t-il, « que les astronomes et les amis de cette science sublime accueilleront avec faveur cette publication, la première de son espèce qui ait été faite dans l'Amérique du Sud, et que, en jugeant ses défauts, ils ne perdront pas de vue les circonstances où je me suis trouvé. » A la fin du volume se trouve un catalogue de 999 étoiles pour l'époque de 1855.

Nous avons vu que Gilliss avait adopté pour latitude du cercle méridien 33°26′25″,89 sud : Moesta la fait de 33°26′25″,70 par plus de 400 observations d'étoiles circompolaires, mais cette valeur, d'après lui, serait trop petite, ce qu'il attribue aux attractions locales. — Tandis que la longitude, selon Gilliss, aurait été $4^h22^m33^s,81$ à l'ouest de Greenwich, Moesta la donne comme égale à $4^h42^m32^s,97$: il l'a calculée par 182 culminations de la lune. — On se rappellera que Gilliss avait trouvé, par la comparaison de chronomètres au moyen du télégraphe électrique, $3^m56^s,51$ pour la différence des longitudes entre Santiago et Valparaiso : Moesta trouva plus tard [en 1857 ?][1], par le *transport* du temps au moyen de chronomètres, $3^m56^s,5$, valeur identique avec la précédente. C'est là certainement un accord dans lequel le hasard a bien pu être pour quelque chose. « Si l'on prend $22^m8^s,4$ pour la différence des longitudes entre Valparaiso et Callao, selon la détermination obtenue par l'expédition anglaise (?), il en résulte que la longitude de Callao est $5^h8^m37^s,9$; et comme, d'après les observations du baron de Humboldt, Lima est situé à $28^s,7$ à l'est de Callao, la longitude de Lima est $5^h8^m9^s,2$ à l'ouest de Greenwich[2]. »

Le gouvernement de Chili ne laissait échapper aucune occasion

[1] Lettre du Dr Moesta, datée de Santiago, le 29 juin 1857, dans les *Astronomische Nachrichten*, n° 1107; 29 août 1857.

[2] *Ibid.*

de montrer sa bonne volonté en faveur de l'astronomie. C'est ainsi que deux expéditions furent envoyées successivement au Pérou, la première pour observer l'éclipse totale de soleil du 30 novembre 1853; la seconde, pour observer l'éclipse totale de soleil du 7 septembre 1858. Moesta nous apprend dans une lettre adressée le 30 novembre 1858 à l'éditeur des *Astronomische Nachrichten* [1] qu'il ne put observer la dernière éclipse à cause de l'état de l'atmosphère : « L'obscurité, » écrit-il, « fut très-saisissante; je pouvais à peine distinguer l'échelle du thermomètre; à la distance ordinaire, le titre du *Nautical Almanac* était presque illisible... Le silence qui s'établit subitement dans la nature me fit connaître que l'éclipse venait de commencer. » Moesta était parti pour le Pérou au milieu du mois d'août; pendant son voyage de retour, il aperçut subitement, dans la soirée du 10 octobre, après plusieurs journées d'un ciel couvert, la grande comète de Donati : « C'était, » dit-il, « un magnifique spectacle; le noyau avait la clarté d'une étoile de première grandeur; la queue était longue de 10° et contournée d'une manière extraordinaire. » « Je n'ai pas pu voir la comète pendant le jour, » ajoute-t-il, « bien que la transparence de l'atmosphère de l'océan Pacifique doive être très-grande, puisque du 30 septembre jusque vers la fin d'octobre, je n'ai pas cessé de voir Vénus en plein jour à l'œil nu. » — « Les observations de la comète de Donati, » lit-on dans une lettre datée de Santiago, janvier 1860 [2], « ont encore été faites dans la vieille et malheureuse installation du cercle méridien sur la colline de Santa-Lucia, où il a fallu jusqu'ici laisser l'instrument, mais un endroit plus tranquille lui sera assigné enfin le mois prochain dans le nouvel Observatoire. »

La construction du nouvel Observatoire dont il est ici question avait été décrétée par la législature du Chili le 27 août 1856 [3] et, comme un bonheur ne vient jamais sans un autre, le 13 août, était arrivé à Valparaiso, en route pour Santiago, un jeune Allemand,

[1] *Astronomische Nachrichten*, n° 1782; 8 mars 1859.
[2] *Ibid.*, n° 1257; 18 mai 1860.
[3] *Ibid.*, n° 1054; 2 novembre 1856. Lettre de Moesta, en date du 30 août.

M. Volckmann, qui allait être attaché à l'Observatoire, en qualité d'observateur. M. Volckman écrivait, à la date du 29 octobre, à l'éditeur des *Astronomische Nachrichten* [1] : « Le mois prochain, je commencerai des observations de zones, afin qu'autant d'étoiles que possible de l'hémisphère austral deviennent connues. »

Les travaux de bâtisse de l'Observatoire commencèrent au mois d'avril 1857, et, dès la fin de juin, les fondations des murs et des piliers des instruments étaient terminées.

L'édifice est très-simple : d'après le plan et la description qu'en donne Moesta [2], il se borne à un rez-de-chaussée. La partie du milieu porte la coupole sous laquelle est monté l'équatorial de 8 $\frac{1}{2}$ pieds. A droite et à gauche sont des salles réservées au travail, à la bibliothèque, aux archives, à la réception des visiteurs, au dépôt et au placement des instruments portatifs et outils quelconques. Les ailes sont destinées à l'instrument des passages et au cercle méridien. L'instrument à établir dans le premier vertical doit être placé dans une salle derrière l'équatorial [3] (en allant du sud au nord); après cette salle vient une tour à coupole mobile, qui recevra le second équatorial. « La somme allouée pour l'édifice, » fait remarquer Moesta, « ne permet pas de songer à bâtir des demeures pour les astronomes, mais l'intention du gouvernement est d'en élever plus tard à côté de l'Observatoire. »

Le nouvel Observatoire de Santiago ne fut pas terminé avant le mois de mars 1862 : « Je suis très-satisfait de l'installation du cercle méridien, » écrivait Moesta, le 16 juillet [4]; « les ascensions droites peuvent être déterminées maintenant avec une bien plus grande exactitude qu'autrefois. J'avais depuis longtemps déjà

[1] *Astronomische Nachrichten*, n° 1061 ; 9 janvier 1857.

[2] Voir la lettre du Dr Moesta, en date du 29 juin 1857, et qui a paru dans le n° 1107 des *Astronomische Nachrichten* du 20 août suivant.

[3] En attendant, Moesta songeait à y monter l'instrument universel. *Lettre citée* du 29 juin 1857.

[4] *Astronomische Nachrichten*, n° 1381; 18 septembre 1862. Dans cette lettre, Moesta dit qu'il avait calculé encore à temps une petite éphéméride de la comète d'Encke, et que cette éphéméride lui a permis d'observer la comète du 20 février au 9 mars 1862.

opéré une petite triangulation entre l'ancien et le nouvel Observatoire, pour avoir vite une valeur approchée de la latitude. Aussitôt après la nouvelle installation du cercle méridien, je déterminai la latitude au moyen d'une série très-étendue d'étoiles circompolaires et trouvai, comme je m'y attendais d'avance (voir ci-dessus), une différence qui n'allait pas à moins de 2″,92, et qui représentait l'effet de l'attraction locale. Pour la différence des longitudes, la même triangulation donnait $9^s,40$ à l'ouest de Santa-Lucia : cette différence doit être provisoirement adoptée, vu que les observations de culminations lunaires faites dans le nouveau bâtiment ne sont pas encore réduites et que, de plus, il n'a été possible jusqu'ici que d'en réunir un petit nombre. La position du nouvel Observatoire de Santiago (le centre) est donc provisoirement la suivante : Latitude 33°26′42″,0 sud ; longitude $4^h42^m42^s,4$ à l'ouest de Greenwich. La latitude doit être exacte à 0″,1 près. Toutes les observations qui ont été faites depuis mai 1860 à l'Observatoire de Santiago reposent sur la position géographique qui précède. »

On a déjà vu par l'extrait que nous avons donné de l'introduction aux observations de 1853, 1854 et 1855, que Moesta avait prêté une attention particulière aux observations méridiennes de Vénus. On lit dans une de ses lettres, datée de Santiago, le 30 août 1856 [1] : « Je prends la liberté de vous envoyer ci-jointe une série d'observations des distances zénithales de Vénus, à l'époque de sa dernière conjonction inférieure avec le Soleil, et de Mars, lors de son opposition. J'ai observé les deux planètes, aussi souvent que le temps me le permettait, avec beaucoup de soin au cercle méridien, et ce serait pour moi un grand plaisir qu'il se trouvât des observations correspondantes, faites dans les Observatoires de l'hémisphère boréal, afin de les faire servir, par la comparaison avec les miennes, à une nouvelle détermination de la parallaxe du soleil. Comme notre Observatoire est le premier où l'on ait mis en pratique la méthode de Gerling pour trouver la parallaxe, il semble intéressant de continuer à y observer soigneusement les conjonc-

[1] *Astronomische Nachrichten*, n° 1054 ; 2 novembre 1856.

tions inférieures de Vénus, afin d'arriver bientôt à l'extrême limite d'exactitude dont cette méthode est susceptible... Comme je n'ai encore entendu prononcer aucun jugement sur l'utilité pratique des mesures micrométriques de Vénus aux époques de ses stations, je me bornerai aux observations méridiennes. Parmi les Observatoires de l'Amérique du Nord, celui de Cambridge (Mass.) est placé d'une manière si particulièrement avantageuse par rapport à Santiago, que Vénus est visible au même instant dans le champ des lunettes méridiennes des deux Observatoires, et que, ainsi, la variation correspondante de la déclinaison peut être déterminée, au moyen de l'éphéméride, avec autant de rigueur qu'à l'époque des stations précitées. L'unique observation dans le méridien, près de la conjonction avec le soleil, a, par rapport au résultat final, une importance qui compenserait des mesures répétées, faites à l'époque de la station. Je doute à peine que l'observation de quelques conjonctions inférieures de Vénus ne donnât un résultat satisfaisant, si l'Observatoire de Cambridge était disposé à accorder son attention à cet objet. »

L'opposition de la planète Mars, qui eut lieu en 1862, attira l'attention toute particulière des astronomes. Dès le mois de mars, Gilliss réclamait la coopération des Observatoires pour un système de mesures différentielles à faire du 27 août au 7 novembre, et leur envoyait une éphéméride des étoiles à observer. « Les observations, » disait-il, « commenceront une heure avant le passage de la planète au méridien de Washington, et seront continuées, pendant deux heures; les mesures seront répétées aussi fréquemment et aussi rapidement que le permettra le soin le plus rigoureux à donner aux observations. Les comparaisons seront limitées à l'étoile choisie pour la nuit, et l'on mesurera alternativement la distance entre cette étoile et les bords supérieur et inférieur de la planète, le temps où le bord de la planète est observé étant noté à un dixième de seconde près. Les deux objets seront aussi observés aux instruments méridiens, et leur différence de déclinaison sera mesurée avec la vis micrométrique de la lunette du cercle. Les astronomes qui feront ces observations sont invités respectueusement à vouloir en transmettre une copie à l'Observatoire

de Washington, aussitôt qu'ils le pourront, et à joindre à cette copie une description de l'instrument dont ils se seront servis et les renseignements quelconques de nature à faciliter la discussion des résultats [1]. » — Winnecke, l'astronome de Poulkova, avait, de son côté, présenté un plan d'observations méridiennes, dont nous avons donné la substance. Moesta, qui était alors établi dans son nouvel Observatoire, ne pouvait manquer d'entendre ce double appel. Voici comment il rend compte, dans une lettre du 31 janvier 1863 [2], des observations qu'il a faites : « Pendant la dernière opposition de Mars, on a effectué ici une série de mesures, tant au cercle méridien qu'à l'équatorial, dans le but de déterminer la parallaxe de la planète et, par suite, celle du soleil. Ces mesures ont été fort nombreuses : celles qui ont été faites dans le méridien, d'après le plan proposé par M. le D[r] Winnecke, s'étendent du 20 août au 3 novembre, et embrassent 51 jours... Les mesures micrométriques ont été exécutées à l'équatorial, sur la demande particulière de M. le professeur Pierce et de MM. Gould et Gilliss : j'ai employé les étoiles de comparaison données par le capitaine Gilliss dans une éphéméride et une carte qu'il m'avait envoyées. Dans ces mesures je me suis efforcé, par l'ordonnance des observations, d'affranchir autant que possible d'erreurs constantes la différence de déclinaison à déterminer entre l'étoile de comparaison et le centre de la planète... » J'ai fait connaître quels avaient été les résultats fournis par les deux méthodes : je n'y reviendrai point; il suffira de rappeler qu'ils furent très-concordants.

Moesta s'est aussi occupé de la parallaxe des étoiles α et β Centauri dont nous avons déjà parlé. Pour obtenir avec le cercle méridien de l'Observatoire de Santiago une nouvelle détermination de la parallaxe de l'étoile α Centauri, il établit en 1856, d'avril à octobre, une série d'observations, qui, bien que relativement peu nombreuses, fournirent une valeur de la parallaxe, très-voisine de celle trouvée précédemment au Cap. Mais la mauvaise installation du cercle à Santa-Lucia lui fit abandonner ces

[1] *Monthly Notices*, t. XXII, n° du 11 avril 1862.
[2] *Astronomische Nachrichten*, n° 1409; 7 avril 1863.

recherches. Il les reprit en 1860, quand l'instrument eut été monté dans le nouvel Observatoire. Entre le 16 octobre 1860 et le 28 mai 1864, il mesura la distance zénithale de α Centauri à 216 jours; des observations analogues furent entreprises sur β Centauri; et, tandis que celles-ci, faites dans les mêmes conditions et avec le même instrument donnèrent une parallaxe nulle, les premières fournirent pour la parallaxe de α Centauri la valeur $0'',88 \pm 0'',068$ [1]. [On se rappellera que Maclear avait trouvé au Cap la valeur $0'',92$].

Le 18 janvier 1865, Moesta découvrit à Santiago la comète I de cette année-là. Elle se voyait fort bien à l'œil nu pendant le crépuscule. Elle avait une queue presque droite et de forme conique, d'une longueur de 25° environ. La queue, du côté sud, était nettement limitée, tandis que du côté opposé, à quelque distance du noyau, le bord était peu net, et l'on pouvait distinguer une seconde queue latérale plus faible que la première. Cette comète, qui n'a pas été visible pour les Observatoires situés dans l'hémisphère boréal, a été observée au Chili et en Australie (voir plus loin).

Les renseignements sur les travaux ultérieurs de l'Observatoire de Santiago nous manquent. Nous lisons dans une note de M. Gay, insérée au n° 12 du 22 mars 1869 des *Comptes rendus* de l'Académie des sciences de Paris [2]: « ... L'Observatoire astronomique (de Santiago) prend une importance toujours croissante. Pendant l'absence du directeur, M. Moesta [3], toutes les études si bien commencées par ce laborieux astronome sur les étoiles antarctiques et sur plusieurs phénomènes célestes de cet hémisphère sont continuées avec assiduité par don J. Ign. Vergara, jeune savant de beaucoup de mérite, à qui on doit de bonnes observations sur l'éclipse totale de soleil qui eut lieu le 25 avril 1865, dans le sud du Chili. Les nombreuses observations déjà publiées et les excellents

[1] *Astronomische Nachrichten*, n° 1688-1689; 15 avril 1868.

[2] *Bibliographie.* — Rapport sur une collection de livres envoyés par le gouvernement chilien.

[3] Moesta n'est plus retourné au Chili; dans les derniers temps, il habitait Dresde.

instruments que l'on possède témoignent de l'intérêt qu'on ne cesse de prendre à ces sortes de recherches et des services qu'elles vont rendre à l'astronomie de ces régions encore si peu connues avant les beaux travaux de sir John Herschel. » Cette dernière remarque montre que M. Gay n'est pas au courant des travaux exécutés dans l'hémisphère austral; elle confirme, du reste; ce que nous avons dit de l'immense retentissement qu'avaient eu le voyage et le séjour de sir John au cap de Bonne-Espérance. Si M. Gay n'est pas astronome, il paraît bien connaître le Chili, et nous croyons devoir résumer ici la fin de sa note : « Il y a une soixantaine d'années, le Chili se trouvait encore plongé dans une ignorance à peu près aveugle... La société, impuissante à se développer [sous la domination espagnole], restait dans un état tellement stationnaire qu'en 1810 l'imprimerie n'avait pas encore pu y être introduite. Ce fut à cette époque que ce pays voulut s'affranchir... [La] violente conquête [de son indépendance] produisit l'anarchie politique, qui ne fut détruite qu'en 1830 par la main puissante du ministre don Diego Portales. La constitution de 1833 fonctionne encore aujourd'hui... La population a plus que doublé [1819223 en 1865]. Une seule mine d'argent a produit depuis 35 ans seulement plus d'un demi-milliard de francs. Les mines de cuivre fournissent encore 36000 tonnes, ou plus de la moitié de celui exploité sur tout le globe. L'instruction publique a été très-favorisée. L'ancienne université a été renouvelée. La carte topographique et géologique est à peu près terminée. »

La carte dont il est ici question avait été confiée par le gouvernement du Chili à un Français, M. Pissis. Les opérations géodésiques, commencées en 1849, embrassaient, à la fin de 1866, un espace de 10° en latitude; voici quelques détails sur ces opérations, que nous empruntons à une lettre de M. Pissis [1] : « ... La triangulation s'appuie sur cinq bases; l'étalon qui a servi pour ces

[1] *Comptes rendus*, n° du 11 février 1867. La lettre de M. Pissis est adressée à M. Élie de Beaumont; elle est datée de Santiago, le 30 novembre 1866.

mesures est un mètre divisé par Gambey; il a été comparé à un autre mètre de Secretan.... Les angles formés par les signaux ont été observés avec de petits instruments universels, l'un de Thomas Jones, l'autre de Pistor et Martins. Ces mêmes instruments ont également servi pour les observations astronomiques, ainsi que des cercles à réflexion prismatique de Pistor et Martins. Les latitudes ont été obtenues, soit par des culminations d'étoiles observées des deux côtés du zénith, soit par des hauteurs circomméridiennes, et les observations relatives aux points de premier ordre ont été faites en assez grand nombre pour que l'erreur probable du résultat final ne dépassât pas une seconde... En calculant la longueur moyenne du degré pour toute l'étendue de l'arc mesuré, on trouve 110936 mètres. On peut la considérer, sans erreur sensible, comme celle du degré qui correspond au milieu de l'arc, c'est-à-dire à 32°39′45″. La longueur de ce même degré, calculée dans l'hypothèse d'un sphéroïde régulier et d'un aplatissement de $\frac{1}{299}$, serait 110877 mètres : elle diffère seulement de 59 mètres de la précédente, qui se rapproche aussi beaucoup de 110964 mètres, trouvée par Maclear par la mesure exécutée près du cap de Bonne-Espérance. » Le nombre 110964 mètres, donné ici pour la longueur du degré de Maclear, ne s'accorde pas avec celui qu'on trouve à la page 105 de notre travail; en effet, 363796,3 pieds anglais font 110883 mètres.

CHAPITRE XV.

Le projet d'établir une grande lunette dans les Andes.

On se rappellera le projet qu'avait conçu le capitaine Jacob d'aller s'établir sur une colline près de Poonah, dans l'Inde, à 5000 pieds au-dessus du niveau de la mer, avec une lunette de neuf pouces d'ouverture, projet dont la mort prématurée de ce vaillant astronome empêcha seule la réalisation. Quelques années après, le lieutenant E.-D. Ashe, directeur de l'Observatoire de Quebec, suggéra l'idée de placer une grande lunette dans une des

plaines les plus élevées des Andes, dont plusieurs se prêteraient, disait-il, admirablement aux observations astronomiques, à celles, par exemple, qui auraient pour objet les disques des planètes et la surface du soleil. « Pendant que je servais à bord d'une frégate de la station de l'Amérique du Sud, » écrivait-il au président de la Société astronomique de Londres [1], « j'eus la bonne fortune de traverser les Andes, au Pérou, vers le 18e degré de latitude australe. Le passage de Tarcora est à une hauteur de 20000 pieds, et, en partant de la délicieuse ville de Tacua, située sur la côte, on y arrive facilement en trois jours. Entre ce passage et le lac de Titicaca, il y a plusieurs plaines (*Llanos*) à différentes hauteurs, variant de 12000 à 20000 pieds : on pourrait en choisir une, et le transport des diverses parties d'un équatorial n'offrirait aucune difficulté, puisque j'ai bien vu une mule traverser les Andes avec un piano de la maison Collard sur le dos.... La Société de géographie a obtenu facilement des fonds pour plusieurs de ses louables expéditions : je ne vois pas pourquoi on ne parviendrait pas à pourvoir aux dépenses d'une expédition astronomique... Il est probable que le gouvernement du Canada accorderait ma lunette de 8 pouces d'ouverture et mes services pour une entreprise aussi louable. » En mettant cette lettre sous les yeux de la Société astronomique, le président, M. Warren De La Rue, fit ressortir tous les avantages à résulter de l'expédition au Pérou, proposée par M. Ashe : il avait, dit-il, une très-haute opinion de l'atmosphère dans ces régions et pensait qu'on y obtiendrait des observations telles qu'on ne pourrait en espérer sur aucun autre point du globe. M. Evan Hopkins, présent à la séance, et qui avait voyagé au Pérou, rendit témoignage de l'excellence du climat. Nous ignorons s'il a été donné suite à cette affaire.

[1] *Monthly Notices*, n° du 12 janvier 1866. La lettre du lieutenant Ashe est datée de Londres, le 10 novembre 1865.

CHAPITRE XVI.

Les colonies de l'Australie. — Les Observatoires fondés depuis Brisbane.

Pour compléter le tableau de l'histoire de l'Astronomie dans l'hémisphère sud, il nous reste à exposer les progrès que cette science a faits en Australie, depuis l'époque où elle y fut importée par les soins et la munificence de sir Macdougall Brisbane.

La protection accordée aux études astronomiques a été en quelque sorte un devoir de reconnaissance pour l'Australie, sa découverte se rattachant à un phénomène céleste dont le souvenir est resté célèbre : « Le navire l'*Endeavour* quitta l'Angleterre en août 1768 ; il emportait aux îles Marquises les astronomes chargés par le gouvernement britannique d'observer le passage de Vénus sur le soleil, qui devait avoir lieu en 1769. — Le commandant de l'expédition, Cook, avait l'ordre, après avoir rempli l'objet principal de sa mission, de poursuivre son voyage dans les mers australes, afin d'ajouter des découvertes nouvelles à celles qui avaient été faites déjà dans ces parages. Cook commença par circumnaviguer et par visiter la Nouvelle-Zélande, et, se dirigeant ensuite vers la côte orientale de la Nouvelle-Hollande, il pénétra le 28 avril 1770 dans un estuaire où l'*Endeavour* jeta l'ancre et qui reçut le nom de *Botany-Bay*, à cause de la profusion de fleurs et de plantes de toute espèce qui couvraient la plage et les terres adjacentes. — « Le 6 mai 1770, » dit Cook, ou plutôt Hawkesworth, son historiographe, « nous mîmes à la voile de Botany-Bay, et à midi nous nous trouvions, par 33°50′ lat. sud à deux ou trois milles de terre, en face d'une baie ou rade qui paraissait offrir un bon ancrage et à laquelle je donnai le nom de *Port-Jackson*. » Le navire continua son trajet vers le nord sans pénétrer dans cette baie, dont l'entrée ne devait être franchie que dix-huit ans après, pour devenir le plus vaste, le plus sûr, le plus magnifique port du monde entier. — Avant la séparation des colonies britanniques de l'Amérique du Nord, la mère patrie y expédiait une partie de ses

condamnés à la transportation. — Lorsque ce déversoir fit défaut, on jeta les yeux sur Botany-Bay. L'expédition mit à la voile le 13 mai 1787 et arriva à Botany-Bay le 18 janvier 1788. Il y avait 778 *convicts*, dont 548 femmes. Le capitaine Arthur Phillip, le commandant de la flottille, eut bientôt reconnu que Botany-Bay ne remplissait en aucune façon les conditions désirables : il songea alors à Port-Jackson; l'ayant visité en canot avec plusieurs de ses officiers, il fut frappé de son heureuse configuration, de son étendue, de la profondeur de ses eaux le long de la côte. Il reconnut qu'il avait trouvé le siége de la colonisation. Dès le 26 (janvier) navires, hommes et provisions étaient transportés de Botany-Bay sur le nouvel emplacement, et dans la soirée de cette même journée, les couleurs britanniques flottaient sur cette terre inculte. C'est de cette journée, 26 janvier 1788, que date la fondation de la colonie mère, qu'ont suivie successivement ou dont sont issues les différentes colonies australiennes. — Le 7 février 1788 eut lieu l'installation de Phillip comme capitaine général et gouverneur en chef du territoire de la Nouvelle-Galles du Sud [1] s'étendant alors du Cap York par 10°37' de lat. sud, au Cap sud, par 43°39' y compris les îles adjacentes dans l'océan Pacifique et allant vers l'ouest jusqu'au 135° de longitude est. « L'État dont nous jetons les bases, dit à cette occasion le gouverneur, avant que quelques générations aient passé, sera devenu le centre de la civilisation de l'hémisphère sud et le plus brillant joyau de tout l'océan austral. » — Le 26 janvier est resté une fête nationale dans toute la Nouvelle-Galles du Sud [2]. »

La colonie mère perdit en 1851 sa province méridionale qui fut constituée à cette époque en colonie indépendante, sous le nom de colonie de Victoria; en 1859, un district, situé au nord, devint à son tour une colonie indépendante, et prit le nom de *Queen's Land;* de sorte que la Nouvelle-Galles du Sud actuelle « a pour limites : au nord, Queen's Land, la plus jeune des colonies australiennes; à

[1] « Ce nom fut donné par Cook à la côte orientale de la Nouvelle-Hollande, par suite de l'analogie que l'aspect du pays lui paraissait avoir avec celui du pays de Galles. »

[2] *Étude sur l'Australie.* 1862-1869. Par S. Morhange. Bruxelles, 1869.

l'est, l'océan Pacifique; au sud, la colonie de Victoria, dont elle est séparée par le Murray, et, à l'ouest, l'Australie du Sud. Elle a à peu près trois fois l'étendue du Royaume-Uni de la Grande-Bretagne et de l'Irlande. L'océan Pacifique la baigne sur une étendue de 800 milles environ. En procédant de l'est à l'ouest, on peut la diviser en trois régions spéciales : 1° le *littoral ;* 2° les *Plateaux* (Table Lands) ; 3° les *Grandes plaines* (Great Plains). — La conformation physique de la Nouvelle-Galles du Sud offre une analogie frappante avec celle de la côte occidentale de l'Amérique du Sud. De l'une et de l'autre part, le littoral se compose d'une étroite zone de terre; puis se présentent de grands plateaux traversés par de longues chaînes de montagnes, et ces plateaux s'abaissent graduellement pour se résoudre, à l'intérieur, en plaines immenses. — Le climat est, en général, sec et chaud... Le grand fléau de l'été, c'est le vent brûlant du N.-O. qui fait voler devant lui des tourbillons de poussière suffocante et élève subitement la température jusqu'à 120° Fahr. (48°,9 centigr.)[1]. » — Depuis 1840, la Nouvelle-Galles du Sud a entièrement cessé d'être un lieu de déportation. En avril 1866, elle comptait à peu près 400000 habitants; au commencement de 1865, la capitale Sydney avait une population de 100000 âmes. Sydney s'élève sur le bord méridional de la baie de Port-Jackson, à une hauteur de 145 pieds au-dessus du niveau de la mer.

La colonie de Victoria ne comptait, au moment de son érection (en 1851) que 77000 habitants : la découverte de l'or [2], qui eut lieu quelque temps après, lui fut particulièrement favorable; elle fit croître rapidement sa population, et la plus grande richesse de ses filons ne tarda pas à la placer et à la maintenir au-dessus de la Nouvelle-Galles du Sud dont la prépondérance avait été jusque-là incontestée. En 1852 et l'année suivante, il n'était pas rare de voir jusqu'à 600 navires à la fois à l'ancre dans l'immense

[1] *Étude sur l'Australie*, déjà citée.

[2] « La découverte de l'or, » dit M. Morhange, « changea complétement la face de la société coloniale, les allures du commerce et jusqu'à la forme du gouvernement. Un de ses résultats, c'est la réalisation, en 10 à 12 ans, d'un immense progrès matériel, qu'il eût fallu un demi-siècle à développer, sans cette découverte. »

baie de Port-Phillip. Au mois de mars 1867, la colonie comptait 643876 habitants : la capitale, Melbourne, avait pris les proportions et l'aspect d'une grande cité; avant la découverte de l'or, elle n'était qu'une misérable bourgade. — Victoria est un peu plus petit que la Grande-Bretagne; la côte, au S. et au S.-E., s'étend sur un développement d'à peu près 600 milles. La température moyenne, à l'Observatoire de Melbourne (à 92 pieds au-dessus du niveau de la mer), est de 57°,6 Fahr. [14°, 2 centigr.] Le vent chaud de N.-O. y souffle en moyenne quatorze fois par an. La contrée est sèche. — Victoria est aujourd'hui le centre de l'activité publique et industrielle de l'Australie.

« En 1802, Flinders, commandant l'*Investigateur*, découvrit le *golfe de Spencer*, en détermina les contours ainsi que ceux du golfe *Saint-Vincent*, sur la côte orientale duquel, trente-quatre ans plus tard, on devait jeter les fondements de *Port-Adelaïde*. — Le premier gouverneur, le capitaine Hindsmarsh, arriva avec son état-major, et inaugura la colonie nouvelle, le 28 décembre 1836. » Les limites du territoire primitif ont été considérablement reculées en 1861 et puis en 1863 : en 1861, vers l'ouest, et en 1863, au nord. C'est aujourd'hui la plus considérable en étendue de toutes les colonies britanniques [750000 milles carrés]. « Le littoral, en tenant compte de ses nombreuses sinuosités, a un développement de plus de 1600 milles. — La colonie porte le nom d'Australie du Sud (*South Australia*), fort improprement, du reste, « attendu que la presque totalité de la Victoria est plus au sud que sa voisine de l'ouest. De fait, c'est dans la Victoria que se trouve l'extrémité méridionale du continent australien. [Il s'agit ici du promontoire de Wilson, par 39°7′ de latitude sud et 146°26′ de longitude est]... — Il ne faut pas confondre la capitale Adelaïde avec Port-Adelaïde : il y a entre le port et la capitale une distance de 7 ½ milles, que l'on franchit en chemin de fer. — L'air est très-sec. La période la plus agréable est celle de la fin de mars à la fin d'octobre. — En 1840, quatre ans après la formation de la colonie, la population n'était que de 14630 habitants; en 1867, le chiffre atteignait 172860 habitants. — C'est le cuivre qui, dans l'Australie du Sud, remplit l'office de l'or dans les autres colonies australiennes. Les

mines de cuivre commencèrent à être exploitées en 1845.—Tandis que dans la Nouvelle-Galles du Sud il tombe, en moyenne, 60 pouces anglais de pluie sur le littoral, et 30 sur les plateaux, et que, dans la colonie voisine de Victoria, cette moyenne est de 28,5 pouces, elle n'est que d'environ 21,5 à Adelaïde; en 1865, elle ne fut que de 15,5. — L'Australie du Sud est un pays essentiellement agricole et pastoral [1]. »

« La *Tasmania*, connue naguère sous le nom de *Terre de Van Diemen* [Van Diemen's Land], doit son nom actuel au célèbre navigateur néerlandais Abel Jan Tasman, qui, le premier, y toucha le 1er décembre 1642, dans un voyage d'exploration, entrepris par les ordres du gouverneur général de Java, Antoine Van Diemen. Arrivé le 1er décembre, Tasman repartit le 5, se dirigeant vers la Nouvelle-Zélande. La Terre de Van Diemen fut successivement visitée depuis en 1772-1773-1779-1788-1792. — La capitale Hobart Town [fondée vers 1804] est située sur la rive occidentale du Derwent. — C'est au Dr Bass, chirurgien de la marine royale britannique, que revient l'honneur de la découverte, en février 1798, de la position insulaire de la Tasmania, séparée de l'Australie par le détroit connu depuis sous le nom de *Détroit de Bass*. — Au commencement du XIXe siècle, le nombre des déportés dans la jeune colonie de la Nouvelle-Galles du Sud avait pris des proportions telles qu'il fallut songer à une succursale. En 1803, le lieutenant Bowen, parti de Port-Jackson, prit possession de la terre de Van Diemen, au nom de la Grande-Bretagne, et y fit le premier essai de colonisation, mais sans succès. L'année suivante, le colonel Collins fut plus heureux [2]. » A partir de 1815, la Tasmania a cessé d'être un lieu de déportation. — L'île est située au S.-S.-E. de l'Australie... — La superficie totale est d'environ 24000 milles carrés, à peu près l'étendue superficielle de l'Irlande. — Le climat est un des plus salubres du monde entier. — Au 31 décembre 1866, la population était de 97368 habitants; au 31 décembre 1867, elle s'élevait à 98455. — La

[1] *Étude sur l'Australie*, déjà citée.
[2] *Ibid.*

capitale, Hobart Town (*ville de Hobart*), a été ainsi nommée en l'honneur de lord Hobart, premier secrétaire d'État de la mère patrie. Elle est située par 42°52' de latitude sud. La température moyenne est de 54°,4 Fahr. [12°,4 centigr.]; la quantité moyenne d'eau tombée est de 22,6 pouces anglais; le nombre de jours de pluie, de 145 en moyenne.

La colonie de *Queen's Land* [1] (Terre de la Reine) s'étend vers l'extrémité nord-est du grand continent australien. C'est, après l'Australie du Sud, la plus vaste des colonies britanniques; son étendue [678600 milles carrés] est double de celle du Canada et surpasse d'une moitié l'Angleterre, l'Irlande, l'Écosse, le pays de Galles, la France et l'Espagne réunis. La colonie mesure 2250 milles de côtes. — Avant sa séparation d'avec la Nouvelle-Galles du Sud, le territoire de Queen's Land était connu sous la dénomination générale de *Morton-Bay*. Cook lui donna ce nom, dans son voyage de 1770, en mémoire du comte de Morton, qui présidait la Société royale de Londres, au moment où l'*Endeavour* avait mis à la voile [26 août 1768]. Trente ans plus tard, le capitaine Flinders reconnut, mais imparfaitement, les côtes. Lorsque, en 1823, on résolut de fonder un établissement au nord de *Port-Macquarie* pour une classe particulièrement endurcie de convicts, M. l'intendant général Oxley fut chargé d'aller examiner le terrain. C'est lui qui le premier reconnut la rivière *Brisbane* et en explora le magnifique bassin. Il recommanda spécialement l'emplacement de *Morton-Bay*. En septembre 1824, une première colonie de convicts récidifs fut établie à *Redcliffe-Point*, puis transférée dans un but hygiénique sur les bords de la Brisbane, à l'endroit où s'élève maintenant la ville de ce nom [capitale de la colonie]. En 1842, la colonie gouvernée jusque-là militairement fut ouverte à l'immigration libre. De cette époque date le développement commercial de Queen's Land; sa fortune agricole remonte à l'année 1838. L'indépendance de Queen's Land

[1] Les détails que nous donnons ici sur Queen's Land sont empruntés à un rapport de M. Harris, consul de Belgique à Brisbane, qui a paru dans le *Recueil consulaire*, t. XI, année 1865.

fut proclamée à Londres le 3 juin 1859; le 10 décembre de la même année arriva son premier gouverneur. Depuis 1851, la colonie n'avait cessé de lutter pour la *séparation sans convicts.* Dans Queen's Land il y a presque partout des stations de moutons et de bétail. Les plaines de Darling (*Darling Downs*), découvertes en 1827 par le célèbre voyageur Allan Cunningham, sont réputées la première contrée de l'Australie pour l'élève des bêtes à laine. — La population était en 1846 de 2257 âmes; en 1851, de 8575; en 1856, de 17082; en 1861, de 30059; au 1[er] janvier 1864, de 61467.

Outre la Nouvelle-Galles du Sud, la Victoria, l'Australie du Sud, la Tasmania et la Queen's Land, l'Australie compte encore une colonie connue sous le nom d'Australie occidentale (*Western Australia;* capitale Perth), mais jusque dans ces dernières années, ce n'était qu'une espèce de désert sauvage.

Enfin le développement de la pêche de la baleine dans l'océan Pacifique a favorisé l'introduction de la Nouvelle-Zélande dans le groupe des colonies dont il est ici question.

En avril 1866, l'Australie entière [la Nouvelle-Zélande incluse] comptait environ 1500000 habitants : la superficie totale de l'Australie continentale était évaluée à 3000000 de milles carrés. Le budget du groupe entier s'élevait à près de huit millions de livres sterling [1].

Les détails que nous venons de présenter sur les colonies australiennes n'ont pas un rapport bien direct avec l'objet de cet écrit; nous avons cru cependant, après y avoir réfléchi, devoir les maintenir. L'Australie est peu connue encore; et, d'autre part, malgré son origine récente, elle a déjà fait beaucoup pour l'astronomie. Nous avons vu, du temps où ses gouverneurs étaient d'anciens militaires retirés du service, dont la principale attribution consistait à maintenir la discipline parmi les convicts, nous

[1] La Victoria avait un budget de quatre millions; la Nouvelle-Galles du Sud, d'environ deux millions; l'Australie du Sud, d'un peu plus d'un demi-million; Queen's Land, d'un peu moins d'un demi-million; la Nouvelle-Zélande, d'un demi-million; la Tasmania, d'un quart de million et l'Australie occidentale, de 70000 livres sterling. *Revue d'Édimbourg*, n° d'avril 1865.

avons vu, dis-je, sir Thomas Brisbane fonder à Paramatta le premier Observatoire qui ait fonctionné d'une manière régulière dans l'hémisphère austral. Quand la déportation eut cessé et que le développement de la richesse publique eut fait naître les besoins moraux et intellectuels, communs aux peuples civilisés, les nouvelles colonies ne restèrent pas en arrière; l'indépendance presque absolue, concédée par la mère patrie fut mise à profit pour fonder des écoles de droit, de médecine, du génie; la Société philosophique de la Nouvelle-Galles du Sud fut instituée; les universités de Melbourne et de Sydney furent établies sur le pied de l'Université de Londres [1] pour la collation des grades, sans distinction de croyances religieuses; à Melbourne, la bibliothèque publique resta ouverte depuis dix heures du matin jusqu'à dix heures du soir et l'on y permit aux lecteurs d'aller prendre eux-mêmes les livres sur les rayons, à moins qu'ils ne préférassent avoir recours à l'intermédiaire du bibliothécaire ou de ses aides [2]. L'astronomie ne fut pas oubliée, et bientôt chaque colonie aura son Observatoire; déjà il en existe à Sydney, à Melbourne, à Adelaïde, à Hobart Town [celui-ci est spécialement consacré à l'étude du magnétisme]; de plus, M. John Tebbutt a établi un Observatoire privé à Windsor [dans la Nouvelle-Galles du Sud], et M. Abbott en a érigé un autre à Hobart Town. Ce sont ces Observatoires que nous allons essayer de faire connaître, pour autant que les documents dont nous disposons le permettront. S'ils n'ont pas tous porté les fruits qu'on en espérait, la reconnaissance des astronomes n'en n'est pas moins due aux gouvernements et aux particuliers qui les ont institués.

[1] Voir le chapitre consacré aux UNIVERSITÉS dans l'*Essai sur les Institutions scientifiques de la Grande-Bretagne et de l'Irlande.*

[2] *Revue d'Édimbourg*, n° déjà cité.

CHAPITRE XVII.

L'Observatoire de Sydney. — L'Observatoire privé de John Tebbutt, à Windsor.

En 1855, le gouvernement de la Nouvelle-Galles du Sud décida qu'une somme de 7000 livres [175000 fr.] serait consacrée à la fondation d'un Observatoire astronomique; il vota également les sommes nécessaires pour le payement d'un astronome et d'un calculateur, ainsi que pour l'achat d'instruments météorologiques dont l'emploi devait être fait dans différentes stations en connexion avec l'Observatoire proposé.

Il parut désirable que l'astronome présidât lui-même à la construction de l'Observatoire; c'est pourquoi l'astronome royal d'Angleterre fut prié d'indiquer une personne apte à remplir cet office. Le choix de M. Airy s'arrêta sur M. William Scott : celui-ci accepta et fut nommé le 16 avril 1856; le 1er juillet, il s'embarquait pour l'Australie, et le 31 octobre, il arrivait à Sydney. Dans l'intervalle qui s'était écoulé entre sa nomination et son départ, M. Scott avait été compléter ses connaissances en astronomie pratique à Greenwich; il s'y était familiarisé avec la routine d'un Observatoire et s'était mis au courant des derniers perfectionnements apportés à la construction et à l'usage des instruments. Quand il eut mis pied à terre à Sydney, son premier soin fut de chercher un emplacement pour le nouvel Observatoire. Il aurait désiré l'établir dans l'intérieur du pays, loin des villes; mais l'intérêt astronomique pur n'était pas seul en jeu ici : d'autres raisons plaidaient en faveur du voisinage immédiat de Sydney. M. Scott s'arrêta à l'emplacement qui lui fut recommandé par le gouverneur général, près de la station des signaux du fort Phillip. C'est là que l'Observatoire a été bâti; il possède les avantages d'une bonne fondation sur la roche de grès dont la colline est composée, d'une vue non interrompue et d'une exemption considérable de la fumée et de la poussière; de plus, comme tout le terrain à l'entour jusqu'à une grande distance appartient à l'État,

il n'a pas à craindre qu'on vienne élever des maisons dans son voisinage. L'édifice a été construit sous la direction de M. Dawson, l'architecte de la colonie : commencé en mai 1857, il était assez avancé au mois de juin de l'année suivante, pour qu'on pût y faire des observations méridiennes.

M. Scott avait cru de son devoir « d'ériger un Observatoire assez grand et assez commode pour satisfaire à toutes les exigences astronomiques pendant un siècle[1]. » Les bâtiments comprennent : la résidence de l'astronome; le bureau de l'astronome, renfermant aussi la bibliothèque de l'Observatoire; le cabinet du calculateur; la tour avec l'appareil destiné à donner le temps à la ville [*Time-Ball*] [2]; la salle de l'instrument des passages; la tour de l'équatorial. La salle de l'instrument des passages a 24 pieds de long sur 17 de large; la largeur de l'ouverture méridienne est de 14 pouces; cette salle est préparée pour la réception de deux instruments méridiens.

Les instruments étaient à la fin de 1858 : un instrument des passages de 3 $\frac{3}{4}$ pouces d'ouverture, par Troughton; un cercle méridien [en train d'être réparé en Angleterre, sous la surveillance de l'astronome royal]; un cercle mural de deux pieds de diamètre, qui avait été employé autrefois à l'Observatoire de Paramatta; une lunette achromatique de 3 $\frac{1}{4}$ pouces d'ouverture, montée comme équatorial; et d'autres instruments plus petits. Les deux pendules en usage étaient, l'une de Hardy, l'autre de Grimaldi.

L'instrument des passages était, paraît-il, fort défectueux, au point de « détruire toute confiance dans les résultats. » L'équatorial laissait aussi beaucoup à désirer, mais, moyennant quelques réparations, M. Scott croyait pouvoir s'en servir dans l'observation des occultations et des éclipses.

[1] Monthly Notices, t. XIX, n° 8 du 10 juin 1859. *Observatory at Sydney.* —*First Annual Report of the Astronomer to the Observatory Board*, *december 22d, 1858.*

[2] C'est probablement un appareil du même genre que celui de l'Observatoire d'Édimbourg (voir le chapitre consacré aux Observatoires dans l'*Essai sur les Institutions scientifiques de la Grande-Bretagne et de l'Irlande.*

On lit dans le rapport sur l'Observatoire, en date du 22 décembre 1858 [1] : « Par suite des défauts de l'instrument des passages et de l'absence du cercle méridien, aucune observation d'une exactitude suffisante pour mériter d'être publiée ne peut être faite quant à présent. Je me borne donc à observer quelques étoiles du *Nautical Almanac*, dans le but d'obtenir le temps exact; et, chaque fois que l'occasion se présente, la lune et les étoiles de même culmination, afin d'arriver à une détermination de la longitude de l'Observatoire.... Je me propose de donner une attention particulière aux étoiles qui passent à peu près au zénith de Sydney et d'autres parties de la colonie, afin de les employer plus tard à la détermination exacte de la latitude au moyen du micromètre zénithal. — Mes plans, du reste, en ce qui concerne les travaux de l'Observatoire, ne sont pas définitivement arrêtés et peuvent être modifiés par les réponses aux lettres que j'ai adressées aux astronomes du cap de Bonne-Espérance et de Santiago : il m'a paru désirable d'établir un concert entre ces derniers Observatoires et le nôtre. »

Le cercle méridien arriva d'Angleterre vers la fin de décembre 1858; mais les observations régulières ne purent pas commencer avant le mois de juin 1859.

Le cercle méridien, de Jones, avait un diamètre de 42 pouces; la longueur focale de sa lunette était de 63 pouces, son ouverture de $3\frac{3}{4}$ pouces. Il avait été réparé, modifié et redivisé par MM. Troughton et Simms, mais la disposition générale de l'instrument était telle qu'on ne pouvait en attendre rien de bon : qu'on se figure un axe horizontal sur lequel un cercle et une lunette, fixés l'un à l'autre, ont été reportés sans aucune symétrie et de telle manière que les deux parties de l'axe sont entre elles dans le rapport de 1 à 4, et l'on aura une idée de l'appareil; il n'y avait pas moyen de le retourner, ni de déterminer l'inclinaison de l'axe; les pivots étaient d'un métal si mou et d'une forme si irrégulière, qu'il en résultait des erreurs de plusieurs secondes. « On ne comprend pas, » dit un astronome allemand, « comment on a pu

[1] C'est le rapport mentionné dans la note de la page précédente.



croire qu'un pareil instrument trouverait son emploi, même provisoire, dans une nouvelle institution... Espérons, » ajoute-t-il, « que le gouvernement britannique (?), qui protége les sciences avec tant de libéralité, ne tardera pas à doter l'Observatoire établi sur un point aussi important du globe, d'instruments en rapport avec les exigences actuelles de l'astronomie [1]. » Ceci était écrit en 1861, à propos de la publication faite par M. Scott, de ses observations de 1859 [2]. La plus grande partie de ce volume est occupée par des observations de passages et de distances zénithales d'étoiles : M. Scott en a déduit les ascensions droites et les distances au pôle nord pour le 1er janvier 1859. Quand on examine ces observations et les résultats que l'astronome en a tirés, on ne tarde pas à se convaincre qu'elles sont entachées de différentes espèces d'erreurs. « Les causes d'erreurs sont pour la plupart d'une nature temporaire : par exemple, les changements que subissent les piliers de l'instrument, par suite de la contraction du grès; mais les résultats indiquent aussi une erreur instrumentale permanente, telle qu'une irrégularité dans la forme des pivots. Les erreurs d'observation ne dépassent pas celles que l'on rencontre dans les Observatoires d'un rang élevé, comme Oxford et Cambridge, et doivent disparaître en grande partie, quand on prend la moyenne de quatre ou cinq observations; mais les erreurs instrumentales sont telles que, bien qu'on puisse tirer parti du cercle pour certains objets, ses résultats ne sauraient soutenir la comparaison avec ceux qu'on obtient à l'Observatoire du cap de Bonne-Espérance. Il était donc désirable qu'on évitât autant que possible d'observer les étoiles récemment observées au Cap, ou dont l'observation devait s'y faire bientôt. Toutefois, en l'absence de nouvelles des travaux de M. Maclear, on décida d'observer, outre les étoiles du *Nautical Almanac*, les étoiles de 6e et de 7e grandeurs, qui sont données dans le catalogue de l'Association Britannique ou dans le nouveau catalogue de Lacaille; et, jusqu'à la fin de 1859,

[1] *Astronomische Nachrichten*, n° 1310; 18 mai 1861.

[2] *Astronomical observations made at the Sydney Observatory in the year 1859.* By W. Scott, M. A., Astronomer for New South Wales. Sydney, 1860. In-8°, pp. I à XXIV, et 1 à 112.

les observations furent limitées à un espace de 10° de chaque côté du zénith [1]. »

Le 19 février 1861, M. Scott, en envoyant au secrétaire de la Société astronomique de Londres ses observations de l'éclipse de soleil du 11 janvier précédent, faites avec l'équatorial de 3 ¼ pouces (voir ci-dessus), ajoutait : « Je suis heureux de pouvoir annoncer que bientôt, selon toute apparence, je serai à même de produire quelque chose de mieux que ce que le caractère défectueux de mes ressources instrumentales m'a permis de faire jusqu'à présent. J'attends un équatorial de Merz, dont l'objectif a 7 pouces d'ouverture [2]. Étant novice dans l'astronomie pratique, et me trouvant isolé du reste du monde astronomique, je serai reconnaissant pour les indications que je pourrai recevoir de votre Société, sur le meilleur mode de coopérer (quand mon nouvel instrument sera arrivé) aux travaux des astronomes de l'Europe et de l'Amérique [3]. » L'équatorial dont il est ici question arriva à Sydney vers la fin de mai (1861) et fut monté dès le 4 juin suivant [4]. « La possession d'une lunette de première classe va me permettre, » écrivait, à cette occasion, M. Scott, « de commencer un travail auquel j'ai pensé depuis longtemps, je veux parler de la réobservation des étoiles doubles de sir John Herschel. »

Dans le courant de l'année 1862, M. W. Scott donna sa démission de directeur de l'Observatoire de Sydney. Il a été remplacé par M. G. R. Smalley. Les observations astronomiques et météorologiques avaient continué à paraître d'année en année [au moins jusques et y compris 1864].

On trouve dans le n° du 13 janvier 1860 des *Monthly Notices* une première détermination de la position de l'Observatoire de Sydney. La latitude est 33°51′41″,1 sud, et la longitude à l'est de Greenwich, $10^h 4^m 59^s,86$. Ces coordonnées, communiquées par

[1] *Monthly Notices*, n° du 8 novembre 1861.

[2] D'après les *Monthly Notices*, n° du 8 novembre 1861, déjà cité, la lunette de l'équatorial commandé à MM. Merz devait avoir 7 pouces (français) d'ouverture et 9 pieds 8 pouces de longueur focale.

[3] *Monthly Notices*, n° du 10 avril 1861.

[4] *Monthly Notices*, 1861, n° 9 (supplémentaire).

M. Scott, ont continué jusqu'à ce jour à figurer sur le tableau des Observatoires du *Nautical Almanac*. M. Scott les regardait comme provisoires; et les valeurs corrigées, déduites des observations des distances zénithales d'étoiles du *Nautical Almanac* et des observations des étoiles lunaires, faites en 1859, furent arrêtées à 33°51'40",8 sud et $10^h4^m59^s,96$. Ces nouvelles valeurs parurent dans le volume des observations de 1859. Mais la longitude était fautive et fut modifiée sensiblement plus tard : le 11 du mois d'août 1861, M. Scott avait fait savoir qu'il avait des raisons de regarder comme étant trop grande de 10^s, la longitude $10^h5^m0^s$ donnée dans une communication précédente du 21 juin[1]. En comparant les observations de culminations lunaires faites à Sydney avec les observations correspondantes faites à Greenwich en 1860 et 1861 (33 observations), et au cap de Bonne-Espérance, en 1859 (23 observations), il obtint pour résultat final le nombre $10^h4^m45^s,8$ [2]. — En 1867, M. Stone a fait paraître dans les *Monthly Notices*[3], un article intitulé : *Determination of the longitude of the Sydney Observatory from observations of the Moon and Moon-Culminating Stars, made in the years 1859-1860 :* « Le dernier directeur de l'Observatoire de Sydney, M. Scott, » y est-il dit, « a publié deux volumes d'observations pour les années 1859 et 1860. Je trouve dans ces volumes 49 observations de la lune à Sydney, différant de moins de 40 minutes en ascension droite des observations correspondantes faites à Greenwich, chaque observation de la lune étant accompagnée d'une étoile au moins de même culmination, commune à Sydney et à Greenwich. J'ai comparé ces observations correspondantes. Les étoiles communes n'ont été employées que pour la détermination de l'erreur de la pendule. L'ascension droite tabulaire de la lune pour les observations de Sydney a été interpolée d'après l'instant de l'observation. Une légère correction a conséquemment été appliquée à l'ascension droite tabulaire de la lune pour le passage de Greenwich,

[1] *Monthly Notices*, 1861, n° 9 (supplémentaire).
[2] *Ibid.*, n° du 14 mars 1862.
[3] *Ibid.*, n° du 14 juin 1867.

tirée du *Nautical Almanac*, afin d'obtenir le résultat qu'aurait donné l'interpolation directe pour le temps de l'observation. Les erreurs des tables de Burckhardt en 1859 et 1860 sont généralement assez grandes pour rendre cette correction nécessaire. La longitude a été déterminée séparément par les observations des deux bords de la lune. La moyenne de ces résultats séparés a été adoptée comme résultat final. L'attention a été confinée aux nuits où une étoile commune, au moins, de même culmination, avait été observée à la fois à Sydney et à Greenwich. Toutes les erreurs dépendantes des positions tabulaires adoptées se trouvent ainsi éliminées, et comme c'est une règle invariable d'observer les culminateurs avec la lune à Greenwich, on n'a dû écarter qu'un petit nombre d'observations recueillies dans des circonstances défavorables. Aucune observation n'a été rejetée pour simple discordance du résultat.... » En combinant les observations des deux années 1859 et 1860, M. Stone trouve par les observations du premier bord de la lune, $10^h4^m45^s,39$; par celles du second bord, $10^h4^m49^s,26$; et, comme résultat final, $10^h4^m47^s,32$.

Le 30 juin 1861, dans la soirée, une comète magnifique vint surprendre toute l'Europe, astronomes et curieux; elle avait un noyau assez prononcé, était entourée d'une chevelure en spirale et projetait derrière elle, dans une direction opposée au soleil, une queue de plus de 40 degrés, qui se prolongeait jusque vers les gardes de la petite Ourse. On apprit plus tard que cet astre avait été aperçu, dès le mois de mai, en Australie. M. Scott écrivait de Sydney, à la date du 21 juin, à la Société astronomique de Londres[1] : « Je vous envoie ci-jointes quelques observations d'une fort belle comète découverte le 13 mai par M. Tebbutt, jeune fermier australien, qui s'est formé lui-même comme astronome [M. Scott ne dit pas où la découverte a été faite; il est probable que c'est à Windsor, où nous retrouverons bientôt M. Tebbutt]. M. Tebbutt me communiqua sa découverte le 21 [mai]; mais je ne pus obtenir d'observation de quelque valeur avant le 27 et le 30, quand la comète devint visible à l'œil nu, après le coucher du

[1] *Monthly Notices*, 1861, n° 9 (supplémentaire).

soleil... Le 8 juin au matin, je l'observai avec le nouvel équatorial de Merz; elle était alors complétement visible à l'œil nu, et aujourd'hui [21 juin], sa queue s'étend sur un espace de 18°, et se termine par un filet de lumière qui la dépasse du double de sa longueur. Le noyau, distinct et rond, ne présente rien de remarquable. » Le 11 août, M. Scott envoyait les observations faites du 22 juin au 26, et l'orbite calculée par M. Hawkins de Goulburn.

La dernière communication de M. Scott est du 22 mars 1862 [1]; elle a pour objet l'envoi à l'astronome royal [M. Airy] « des seules bonnes observations » qu'il a pu obtenir de la comète d'Encke [février 23 et 24]. « Le temps, » dit-il, « a été nuageux ou chargé de brouillard pendant les deux derniers mois, et la comète, dans les circonstances les plus favorables, était fort peu distincte et très-mal définie. »

Le 20 octobre [1862], en transmettant ses observations de la comète II de cette année [voir plus loin], M. Tebbutt disait : « Le révérend W. Scott a résigné, il y a quelque temps, ses fonctions de directeur de l'Observatoire de Sydney, mais quelques observations de la comète ont été faites par son assistant. »

L'assistant dont il est ici question était-il M. G. R. Smalley, que nous trouvons à la tête de l'Observatoire de Sydney en 1864 [2], et dont les observations de la comète I de 1864, faites du 15 août au 30 septembre avec « le grand équatorial de 10 pieds » ont été publiées dans les *Monthly Notices* [3]?

Nous connaissons encore de M. Smalley, quatre observations de la comète d'Encke, faites les 28, 29 et 30 juin, et le 1er juillet 1865 [4]. Il est bon de remarquer ici qu'en 1865 la comète d'Encke ne put être observée que dans l'hémisphère austral. Voici ce qu'on lisait plus tard dans les *Astronomische Nachrichten* [5], au sujet des observations qui avaient été faites au Cap, à Sydney et à Windsor :

[1] *Monthly Notices*, n° du 9 mai 1862.

[2] Le directeur de l'Observatoire de Sydney est aujourd'hui (1871) M. H. C. Russell.

[3] N° du 10 mars 1865.

[4] N° du 8 décembre 1865.

[5] N° 1692; 8 mai 1868. Article de MM. E. Becker [de Berlin] et E. von Asten [de Cologne].

« Outre une longue série, non publiée jusqu'ici, d'excellentes observations du Cap (juin 24 à juillet 22), dont nous sommes redevables à l'obligeance de M. Hind [le directeur du *Nautical Almanac*], il se trouve encore 2 observations de Windsor (juin 23, 28) et 4 observations de Sydney (juin 27, 28, 29, 30)[1]; mais ces observations [de Windsor et de Sydney] comparées à celles du Cap, ont révélé des erreurs [d'observation] qui ne permettent pas de les employer avec celles-ci, dont l'exactitude est hors de doute, au calcul des lieux normaux de l'astre. »

L'Observatoire privé de M. John Tebbutt, à Windsor, dans la Nouvelle-Galles du Sud, figure sur la liste des Observatoires du *Nautical Almanac* avec les coordonnées : 33°36'30" sud, $10^h3^m20^s$ est. Cette position a été donnée par M. Tebbutt, sans explication, à la suite d'une communication relative à la comète I de 1864[2].

Plus tard, M. Tebbutt a modifié la longitude et l'a réduite à $10^h3^m15^s,7$[3]. Des signaux électriques échangés entre M. Smalley et lui avaient placé son Observatoire à $1^m30^s,04$ à l'ouest de l'Observatoire de Sydney; et comme la valeur finale adoptée par M. Scott pour la longitude de Sydney était, ainsi que nous l'avons vu, $10^h4^m45^s,7$ à l'est de Greenwich, il en résultait pour la longitude de Windsor, $10^h4^m45^s,7 - 1^m30^s,0$ ou bien $10^h3^m15^s,7$. Ajoutons pour mémoire que 26 passages du premier bord de la lune et 4 du second bord, observés à Windsor en 1866 et comparés aux positions du *Nautical Almanac*, avaient donné $10^h3^m19^s,1$ pour valeur approchée de la longitude, et que 18 passages du premier bord, observés en 1867, avaient donné $10^h3^m23^s,1$. — M. Tebbutt a également réduit la latitude de son Observatoire à 33°36'28"[4].

Les instruments de M. Tebbutt paraissent être une lunette des passages, de 2,1 pouces d'ouverture, et une lunette de 3 $\frac{1}{4}$ pouces d'ouverture et de 4 pieds de longueur focale[5].

[1] Ce sont les jours *européens* correspondant à ceux où les observations ont été faites en Australie.

[2] *Monthly Notices*, n° du 9 décembre 1864.

[3] *Astronomische Nachrichten*, n° 1691; 30 avril 1868.

[4] *Meteorological observations made at the private Observatory of John Tebbutt, Junr., in the years 1863, 1864, 1865 and 1866*. Sydney, 1868.

[5] *Astronomische Nachrichten*, n° 1691; 30 avril 1868.

grande comète de Donati [on se rappellera que le même jour, M. Maclear l'apercevait au cap de Bonne-Espérance]; le 16 octobre, il envoie en Europe les observations qu'il avait faites à partir du 12 : à cette époque, la comète continuait à croître en éclat; son noyau ressemblait à une étoile de première grandeur, et sa queue avait déjà une longueur d'environ 6° [1]. — Le 8 juin 1860, M. Airy communique à la Société astronomique de Londres des observations des passages de la lune et des étoiles de même culmination, faites par M. Ellery, du 7 novembre 1859 au 7 avril 1860[2]. — Le 24 juillet 1860, M. Ellery envoie à la Société les observations qu'il a pu réunir, entre le 10 et le 20, de la comète III de 1860 : cet astre présentait assez d'analogie avec la grande comète de 1858; il avait une belle queue. Le premier qui l'ait observé paraît avoir été M. Tuttle [à Cambridge (États-Unis), le 21 juin]; le 6 juillet, il avait été aperçu en différents points de l'Australie; le 7, M. Ellery l'avait découvert à Williamstown : la comète était alors fort brillante; sa queue s'étendait sur un espace de 4° environ la première nuit; la tête resta fort nébuleuse pendant tout le temps de sa visibilité. Les observations durent se faire avec un sextant, le seul instrument extra-méridien de l'Observatoire, l'altazimut de 18 pouces étant hors d'usage [3]. M. Scott aperçut la comète dont il vient d'être parlé, le 9 juillet, et l'observa à Sydney, du 12 au 18 [4]. — Le 6 juin 1861, M. Ellery aperçoit à Williamstown la grande comète (II) qui, dès le mois de mai, avait été observée par Tebbutt et Scott, dans la Nouvelle-Galles du Sud; il en prend soigneusement les dessins, et les envoie à l'éditeur des *Astronomische Nachrichten* [5]. D'après sa description, la queue apparut double le 20 juin; la queue occidentale, la première qui avait été vue, se prolongeait jusqu'à Achernar sur une étendue de plus de 40°; la queue orientale, à droite de la première, s'écartait de celle-ci d'environ 34°; elle était un peu courbée vers l'est et

[1] *Monthly Notices*, n° du 10 décembre 1858.
[2] *Ibid.*, n° du 8 juin 1860.
[3] *Ibid.*, n° 9 (supplémentaire), 1860.
[4] *Ibid.*, n° 9 (supplémentaire), 1860.
[5] N° 1321; 31 août 1861.

mesurait 5°. — Le 12 novembre 1861, M. Ellery observe l'entrée et une partie du passage de Mercure sur le soleil : dans la lettre qu'il écrit à ce sujet [1], il donne pour les coordonnées de son Observatoire : 37°52'8",5 sud, et $9^h39^m40^s,01$ à l'est de Greenwich.

Le 1er janvier 1861, M. Ellery avait commencé une série d'observations d'étoiles, qu'il continua jusqu'au 30 mai 1863, et dont il a présenté les résultats dans un volume publié en 1869, à Melbourne, sous le titre : « Observations astronomiques faites à l'Observatoire de Williamstown, pendant les années 1861, 1862 et 1863 [2]. » Ces observations consistèrent d'abord en déterminations d'ascensions droites, obtenues avec la lunette des passages de 45 pouces. Lorsque, plus tard, au mois de septembre 1861, le cercle méridien eut été mis en place, ce cercle fut employé à déterminer à la fois les ascensions droites et les déclinaisons. — M. Ellery a tiré de ses observations un catalogue de 546 étoiles; mais il ne donne les déclinaisons que pour 399 de ces étoiles, et 6 n'ont pas d'ascension droite, de sorte que 393 étoiles seulement sont complétement déterminées. La plupart des étoiles observées se trouvent dans le catalogue de Lacaille; un grand nombre font aussi partie d'autres catalogues.

Nous avons mentionné ailleurs la part qui fut prise par l'Observatoire de Williamstown aux observations recommandées en 1862 par M. Winnecke, et dont l'objet était d'arriver à une nouvelle détermination de la parallaxe du soleil : le volume, publié par M. Ellery, renferme dans le plus grand détail les observations de Mars, faites pendant l'opposition recommandée.

Dans l'INTRODUCTION au volume dont nous parlons, M. Ellery donne pour la latitude finale de son observatoire, 37°52'7",24, et pour sa longitude, $9^h39^m38^s,8$ à l'est de Greenwich. Cette position se rapporte au point milieu entre les piliers qui supportent le cercle méridien : la latitude a été déduite des distances zéni-

[1] *Monthly Notices*, n° du 10 janvier 1862.

[2] *Astronomical observations made at the Williamstown Observatory, in the years 1861, 1862 and 1863, under the direction of Robert L.-J. Ellery, Government Astronomer to the Colony of Victoria, Australia*. Melbourne, 1869, gr. in-8°, XXXIII et 181 pages avec 4 planches.

thales d'un petit nombre d'étoiles circompolaires à leurs passages supérieur et inférieur; la longitude résulte des passages méridiens de la lune, comparés à des observations correspondantes, faites à Greenwich et au cap de Bonne-Espérance.

L'Observatoire de Williamstown cessa de fonctionner au mois de juin 1863. Un nouvel Observatoire avait été érigé à Melbourne, à 4 milles au N.-E. du premier. Il semble avoir été mis en activité le 8 juillet 1863 : sa position, d'après M. Ellery, est la suivante : latitude 37°49′53″,4 sud; longitude, $9^h39^m54^s,8$. Il est placé au milieu d'un grand parc de forme elliptique, à 92 pieds au-dessus du niveau de la mer, et à l'abri de la poussière, de la fumée et des vibrations. L'horizon y est à peu près complétement libre, sauf vers le sud et le sud-est, où il est un peu masqué par les arbres du jardin botanique. L'édifice est d'une forme élégante et très-bien disposé pour recevoir les instruments nécessaires aux observations, mais les logis destinés aux astronomes se trouvent à quelque distance de l'Observatoire proprement dit. — Les principaux instruments sont : I. Le cercle méridien de 4 pieds de diamètre, avec collimateurs, de Troughton et Simms; la lunette a 5 pouces d'ouverture et 6 pieds de distance focale; II. L'instrument des passages, de 45 pouces; III. Le secteur zénithal d'Airy; IV. L'équatorial, dont la lunette a 5 pieds de distance focale et 4 $\frac{1}{2}$ pouces d'ouverture, monté parallactiquement selon la méthode de Fraunhofer, avec mouvement d'horlogerie, micromètre, etc.; les trois derniers instruments sont de Troughton et Simms; V. Un instrument des passages dans le premier vertical, de 8 pieds, par Ertel et fils; VI. Un chronographe de Siemens et Halske et plusieurs pendules de Frodsham. L'institution possède en outre la riche collection d'instruments magnétiques et météorologiques de l'Observatoire de Flagstaff Hill, dirigé précédemment par Neumayer et qui, bientôt après la construction du nouvel Observatoire astronomique, fut réuni à celui-ci. — Le personnel se compose du directeur, M. Ellery, et de trois aides.

M. Ellery a publié, en 1866, les « Résultats des observations astronomiques faites à Melbourne, pendant les années 1863,

1864 et 1865 [1].» Les observations avec le grand instrument d'Ertel ont été peu nombreuses et ne sont pas communiquées, parce que des doutes sérieux se sont élevés sur leur exactitude. — Les observations faites à l'équatorial ont trait à la comète I. 1865, et s'étendent du 23 janvier au 19 mars [2]. [Nous avons dit que cette comète avait été aperçue par M. Ellery, le 18 janvier : nous ajouterons ici que M. Maclear l'observa au Cap, du 22 janvier au 2 mai, avec son équatorial de 8 $\frac{1}{2}$ pieds; le 28 janvier, la queue, parfaitement droite, mesurait 18°; à partir du 30, la comète commença à faiblir; le 14 février, la queue ne mesurait plus que 4 à 5 degrés; à la fin de mars, la longueur était descendue à 2 ou 3; elle avait disparu complétement le 3 avril [3]]. — Toutes les autres observations, dont les résultats sont donnés dans le volume qui nous occupe, ont été faites au cercle méridien : elles ont eu pour objet exclusif, des étoiles fixes. Outre les étoiles du *Nautical Almanac*, elles comprennent principalement les étoiles d'une déclinaison australe notable. Les catalogues des trois années 1863, 1864 et 1865 renferment respectivement 189, 352 et 233 étoiles, en grande partie les mêmes, et les positions données sont les moyennes de nombreuses observations, chaque étoile ayant été observée environ cinq fois moyennement.

M. H. Gylden a rendu compte des observations de Melbourne dans le journal de la Société astronomique allemande [4] : tout en regrettant, avec raison, que M. Ellery n'ait pas publié les observations originales, et se soit borné à donner les positions des

[1] *Results of Astronomical observations made at the Melbourne Observatory, in the years 1863, 1864 and 1865, under the direction of Robert L.-J. Ellery, Government Astronomer to the Colony of Victoria, Australia.* Melbourne, 1866, gr. in-8°, XXXI et 113 pages avec 5 planches gravées.

[2] Les positions obtenues avaient déjà paru dans les *Monthly Notices*, n° du 10 novembre 1865.

[3] Les observations de Maclear se trouvent dans le t. XXXIV (1866) des *Mémoires* de la Société astronomique de Londres.

[4] *Vierteljahrsschrift der Astronomischen Gesellschaft.* 4e année. 2e livraison (avril 1869). Leipzig. — Dans la livraison d'octobre 1870 du même recueil, M. Gylden a rendu compte du volume publié par M. Ellery en 1869, et qui renferme les observations faites à Williamstown.

étoiles qu'il en a tirées, ce qui permet difficilement d'apprécier le degré d'exactitude obtenu, M. Gylden regarde la série des observations de Melbourne comme l'une des meilleures de celles qui se rapportent aux étoiles australes; « à la juger », dit-il, « d'après l'accord des résultats, elle pourrait être placée à côté des meilleures séries obtenues en Europe. »

Nous avons rapporté les tentatives qui avaient été faites pour établir de grandes lunettes ou de grands télescopes dans l'Inde et dans les Andes. En 1853 [1], le conseil de la Société royale de Londres envoya une députation auprès du gouvernement anglais, pour lui exposer les avantages qu'on pouvait attendre de l'érection d'un grand télescope en Australie, dans le but d'observer les nébuleuses et les autres phénomènes célestes de l'hémisphère du Sud. La députation était composée des présidents de la Société royale et de l'Association Britannique, et du Dr Robinson, directeur de l'Observatoire d'Armagh. Une correspondance avait eu lieu préalablement entre les hommes les plus capables, et l'on était tombé d'accord sur la forme à donner à l'instrument, sur sa construction, sur la dépense et sur la localité où il serait établi; de sorte qu'on arrivait à des données fort précises, ce qui a toujours été considéré en Angleterre comme une condition de réussite. Par malheur, la guerre de Crimée vint absorber toutes les ressources du trésor, et le « télescope austral » tomba dans l'oubli. Il y resta jusqu'au mois d'octobre 1862 : à ce moment, le duc de Newcastle, ministre des colonies, fut informé que le bureau des visiteurs de l'Observatoire de Melbourne avait exprimé le vif désir de voir donner suite au projet de 1853 : il sollicita de la Société royale un rapport sur la question, « ne doutant pas que la Société ne fît avec empressement tout ce qui était en son pouvoir pour encourager la science dans la colonie de Victoria. » Le ministre ne se trompait pas; la Société royale prit le sujet en sérieuse considération; et comme depuis dix ans l'art de construire les télescopes pouvait avoir été perfectionné, il fut résolu

[1] *The Athenaeum*, n° 1882, du 21 novembre 1863; n° 1890, du 16 janvier 1864; n° 1981, du 14 octobre 1865; n° 2161 du 27 mars 1869.

d'ouvrir une nouvelle enquête par voie de « correspondance. » Les principaux correspondants furent le comte de Rosse, le Dr Robinson, M. Lassell, sir John Herschel, M. Warren De La Rue, le président de la Société royale, et M. Grubb, de Dublin, l'un des premiers constructeurs de télescopes de l'époque. L'occasion semblait favorable pour essayer les miroirs argentés de M. Foucault, « mais, » fit observer le Dr Robinson, « l'expérience n'a pas encore prononcé sur l'efficacité de ce procédé, plein d'avenir, du reste; et il y aurait du danger à en proposer l'application dans un cas où un échec viendrait non-seulement mettre obstacle à une grande œuvre astronomique, mais ralentirait le zèle de ceux qui s'efforcent de répandre le goût de la science dans la colonie prospère et énergique de Victoria. » Les miroirs argentés furent donc abandonnés. D'une autre part, on fut d'accord pour reconnaître qu'un tube ouvert à l'une de ses extrémités seulement n'était pas le plus favorable à l'observation. Pour obtenir des images bien nettes, le tube doit être ventilé, et, à cet effet, il convient de le construire avec les côtés ouverts ou en treillis. Le rapport du conseil fut transmis au duc de Newcastle, au mois de décembre 1862. Voici quelles en étaient les principales conclusions : « Le télescope [de la construction de Cassegrain] aura au moins quatre pieds d'ouverture; — le grand miroir sera fait avec le métal ordinairement employé jusqu'ici, de pareils miroirs pouvant être construits avec certitude de succès, et à des prix susceptibles d'être arrêtés d'avance; — le tube sera construit en treillis métallique; — le télescope sera muni d'un mouvement d'horlogerie en ascension droite; — il y aura un miroir de rechange, pour en être fait usage pendant qu'on repolira l'autre, et un appareil de repolissage. » La dépense totale était évaluée à 5000 livres [125000 fr.]; la construction devait durer environ dix-huit mois, et M. Grubb était désigné comme constructeur. Ce rapport fut envoyé en Australie par les soins du gouvernement anglais, et, au mois d'avril 1864, une proposition fut faite à la législature de la Victoria, d'allouer 5000 livres pour l'acquisition d'un télescope. Un vote favorable ayant été émis, le bureau des visiteurs de l'Observatoire de Melbourne chargea M. Grubb de construire le nouvel instrument,

et, en 1869, le président de l'Association Britannique annonçait, dans son discours d'ouverture de la session tenue à Exeter, que le télescope de M. Grubb avait été érigé à Melbourne et confié aux mains de M. Le Sueur [1]. Avant d'être embarqué pour l'Australie, il avait été inspecté par le comité de la Société royale, chargé de veiller au meilleur emploi de la somme de 5000 livres, votée à Melbourne; et ce comité s'était montré pleinement satisfait de sa bonne exécution. — C'est un honneur, dont les colons de la Victoria peuvent être fiers, d'avoir acquis sur le trésor public le plus grand télescope qui eût encore été tourné vers le ciel dans l'hémisphère austral : l'endroit où ce télescope a été érigé était, il n'y a pas encore quarante ans, « une solitude sauvage! »

CHAPITRE XIX.

L'Observatoire d'Adelaïde. — L'Observatoire de Hobart Town.

Nous savons peu de chose de l'Observatoire d'Adélaïde : il est établi près du département télégraphique de cette ville, et le chef, M. Charles Todd, ne nous est connu que par l'observation des passages de Mercure sur le soleil, du 12 novembre 1861 [2] et du 5 novembre 1868 [3], faite avec une lunette de Dollond, de 2 $\frac{1}{2}$ pouces d'ouverture. — Le 11 novembre 1868, M. Todd écrivait à l'astronome royal d'Angleterre qu'il venait de déterminer par le télégraphe la différence de longitude entre Adélaïde et Melbourne [4].

Quant à l'Observatoire de Hobart Town, il a été érigé spécialement en vue de l'observation des phénomènes magnétiques et

[1] M. Le Sueur donna sa démission en juillet 1870, et fut remplacé le mois suivant par M. E.-F. Mac George.

[2] *Monthly Notices*, n° du 9 mai 1862.

[3] *Ibid.*, n° du 8 janvier 1869 : M. Todd fait remarquer que M. Ellery, à Melbourne, a seul observé l'entrée de la planète.

[4] *Ibid.*, n° du 8 janvier 1869.

météorologiques. J'ai raconté ailleurs [1] comment, à la suite de la réunion de l'Association Britannique à Newcastle, en 1838, le gouvernement anglais se décida à établir quatre Observatoires à Sainte-Hélène, au cap de Bonne-Espérance, au Canada et à la Terre de Van Diemen, pour étudier les phénomènes de la physique du globe. La dépense de chaque Observatoire avait été estimée à 2000 livres, et le gouvernement ordonna, de plus, une grande expédition navale à la tête de laquelle fut placé le capitaine James Clark Ross. De son côté, la compagnie des Indes fit établir et équipa à ses frais quatre Observatoires en tout semblables à ceux de l'État, à Madras, Semla, Singapore et Aden. — Le lieutenant de marine Kay, dans le temps où il était chargé de l'Observatoire magnétique de Hobart Town, y observa les passages méridiens de la lune, en 1843, 1844 et 1846. L'instrument dont il se servait, une excellente lunette des passages de Troughton et Simms, de 30 pouces de longueur focale et de 2 $\frac{3}{4}$ pouces d'ouverture, était monté sur un pied en fer, dans le jardin de l'Observatoire magnétique à Rossbank, distant d'un mille environ de la ville. M. Shadwell a discuté ces observations en 1848 : l'examen qu'il en a fait lui a donné la meilleure idée de l'ajustement correct de l'instrument et de l'adresse de l'observateur. La série présente une grande lacune, provenant de ce que, le niveau ayant été brisé, il avait fallu le renvoyer en Angleterre pour être réparé. Par la comparaison des observations des passages de la lune, faites par M. Kay avec celles obtenues à Greenwich, Édimbourg, Cambridge et Oxford, M. Shadwell a trouvé la longitude de Hobart Town de $9^h49^m22^s,7$ à l'est de Greenwich. Par 40 hauteurs correspondantes du soleil, le lieutenant Kay a trouvé la latitude de 42°52′12″,6 sud [2].

Il existe à Hobart Town un Observatoire privé, appartenant à

[1] Voir l'article sur l'ASSOCIATION BRITANNIQUE POUR L'AVANCEMENT DES SCIENCES, dans l'*Essai sur les Institutions scientifiques de la Grande-Bretagne et de l'Irlande.*

[2] *Monthly Notices*, n° du 13 avril 1849. — Il paraîtrait que les observations pour la détermination de la longitude ayant été continuées, cette longitude serait de $9^h49^m29^s,6$. Voir les *Monthly Notices*, n° du 12 mars 1860.

M. Francis Abbott et muni d'un équatorial dont la lunette a 5 pieds de distance focale et 4 pouces d'ouverture, d'une lunette portative de 5 pieds et d'un instrument d'azimut.

M. Abbott a fait, à partir de 1856, une étude particulière de l'étoile variable η Argûs [1]. Il avait cru apercevoir de grands changements dans la nébuleuse qui avoisine cette étoile : les dessins qu'il en avait pris ayant été communiqués à la Société astronomique de Londres, sir John Herschel exprima quelques doutes sur leur exactitude, et, à sa demande, le lieutenant Herschel, employé à la triangulation de l'Inde, envoya un nouveau dessin de la nébuleuse, qui se rapprochait beaucoup plus de celui de son père, au cap de Bonne-Espérance, que de ceux de M. Abbott [2].

Le 4 juin 1861, M. Abbott aperçut à Hobart Town la grande comète II de cette année : le 7, la queue mesurait 10°, et était parfaitement droite. Des positions approchées de la comète furent prises, du 6 au 20 juin. Quelques jours avant son apparition, l'équatorial et l'instrument d'azimut avaient été envoyés à Melbourne [3]. — M. Abbott a encore observé le passage de Mercure du 12 novembre 1861 [4], la comète II de 1862 et la grande comète I de 1863. Celle-ci apparut subitement à Hobart Town, le 17 janvier; le 23, elle avait un noyau brillant et une queue droite de 10 à 12 degrés : M. Abbott put l'observer du 19 janvier au 14 février [5].

[1] *Monthly Notices*, n^os du 14 juin 1861, du 13 novembre 1863 et du 14 avril 1865.

[2] *Ibid.*, n^os du 8 mai 1868, du 12 juin 1868, du 8 janvier 1869 et du 12 février 1869.

[3] *Ibid.*, n° 9 (supplémentaire), 1861.

[4] *Ibid.*, n° du 14 novembre 1862.

[5] *Ibid*, n° du 14 avril 1863.

CHAPITRE XX.

La description complète du ciel austral, faisant suite au travail analogue exécuté par Argelander pour le ciel boréal.

Nous avons fait connaître précédemment que, dans la séance générale de la Société astronomique de Londres, du 14 février 1862, le conseil, rendant compte des deux premières sections du grand catalogue de Bonn, avait exprimé le vœu de voir exécuter un travail semblable pour l'hémisphère austral. Un comité, composé de l'astronome royal, de M. Hind et de M. Carrington, fut chargé de conférer sur le sujet, et, au mois de janvier de l'année 1863, ce comité soumit son rapport au conseil qui l'adopta à l'unanimité. En voici le résumé : 1. Le comité commence par rappeler que le vœu émis par le conseil l'avait déjà été à plusieurs reprises par M. Argelander, et que l'insistance de ce dernier est devenue plus grande à mesure que son entreprise touchait à sa fin. Le comité reconnaît la haute utilité pour les progrès de l'astronomie, d'une description du ciel austral; il pense qu'il appartient à la Société de pousser à de pareilles entreprises et que le conseil peut rechercher avec fruit s'il n'y aurait pas lieu de mettre à contribution l'une des stations que le pays possède dans l'hémisphère du Sud, telles que le cap de Bonne-Espérance, Sydney, Williamstown, Melbourne, ou Hobart Town. — 2. Le travail qu'il s'agit de faire est très-simple en lui-même, mais d'une étendue considérable. Le nombre des étoiles à observer peut être estimé à 300000 environ; chacune devra être observée deux fois, puis il y aura à revoir les zones imparfaites et à faire des recherches pour écarter les cas douteux. Par l'emploi simultané de quatre personnes, le travail d'observation, de réduction, de formation de catalogue normaux, de collation avec des autorités antérieures, et de formation de cartes exigerait, comme pour l'hémisphère boréal, et avec une direction également efficace, une période de six à huit années, ce qui exclut la probabilité de le voir exécuter par

des particuliers. Il faut nécessairement qu'un Observatoire officiel en soit chargé, et que, si le personnel est insuffisant, on l'augmente, et c'est ici que la Société royale astronomique peut intervenir utilement pour faire allouer les fonds nécessaires. — 3. Il n'y a pas à s'occuper des instruments; de ce chef il n'y a aucune difficulté à craindre. La grande question sera de choisir l'astronome à mettre à la tête de l'entreprise; de ce choix dépendra le succès; pour le moment, le comité n'a pas pouvoir de se prononcer à cet égard. Les aides, s'il en faut, se recruteront facilement : dans les détails, l'entreprise ne demande que de l'intelligence, de la méthode et du zèle; elle offre l'avantage d'être bien définie par le travail analogue exécuté à Bonn, et les résultats sont certains, ce qui facilitera l'obtention des subsides nécessaires sur les fonds de l'État. — 4. Le directeur de l'Observatoire de Madras a notifié l'intention où il était (voir page 142) d'exécuter immédiatement une partie de ce travail; mais il ne faut pas oublier que Madras est un lieu insalubre et que M. Pogson peut tomber malade; que, de plus, Madras est situé à 13° au nord de l'équateur. — 5. Le comité se réserve de faire des propositions ultérieures, quand le conseil aura décidé s'il lui convient d'intervenir directement dans l'affaire : il a cherché, pour le moment, à démontrer qu'aucune difficulté sérieuse n'était à craindre [1].

Ce rapport avait été lu à la séance générale du 13 février 1863 : deux ans après, le 10 février 1865, le conseil disait que s'il n'avait plus été parlé de la revue du ciel austral, c'est que la correspondance préliminaire n'était pas terminée, mais que maintenant il était à même d'annoncer que des arrangements avaient été pris avec les directeurs de trois Observatoires du Sud et que, selon toute apparence, le travail allait être poussé aussi activement que possible. L'hémisphère austral avait été divisé en cinq zones, à savoir : 1re *zone*, équateur à 20° sud; 2e *zone*, 20° sud à 40°; 3e *zone*, 40° à 60°; 4e *zone*, 60° à 80°; 5e *zone*, 80° au pôle. « M. Pogson, à Madras, » disait le conseil, « commence d'après le plan convenu, avec la zone 2, et quand celle-ci est finie ou à peu près, il continue

[1] *Monthly Notices*, n° du 13 février 1863.

avec la zone 1; M. Ellery, à Melbourne, prendra successivement les zones 4 et 3; et sir Thomas Maclear, après avoir levé la carte préliminaire de la 5e zone, procédera à l'observation plus exacte de cette section polaire, et à la formation d'un catalogue correspondant au catalogue de Redhill pour le Nord [catalogue de M. Carrington [1]]. M. Pogson s'est chargé de réduire les catalogues de Taylor [Madras] à l'époque 1875,0 par l'application de la précession; M. Carrington fera un travail semblable pour le catalogue de Weiss, comprenant les étoiles de Bessel, de l'équateur à 15° sud [15000 environ] et pour le catalogue d'Oeltzen, renfermant les étoiles d'Argelander, de 15° sud à 31° sud [18000 environ] [2]..... » L'avenir nous apprendra le sort réservé à cette vaste entreprise, basée sur le principe de la coopération.

CHAPITRE XXI.

Les Observatoires de Batavia et de Rio-Janeiro.

Avant de clore ce travail, qui a déjà pris une grande extension, il nous reste à parler de quelques Observatoires de l'hémisphère austral sur lesquels nous ne possédons que des données fort incomplètes, ou qui sont en voie de formation.

A Batavia, nous rencontrons M. Oudemans, ancien astronome de l'Observatoire de Leyde et professeur [en 1856] d'astronomie, de mathématiques et de physique à l'université d'Utrecht, qui partit en 1857 pour les colonies hollandaises dans l'Inde, comme chef des travaux topographiques. M. Oudemans a observé la comète

[1] Voir sur l'Observatoire de Redhill, le chapitre consacré aux Observatoires dans l'*Essai sur les Institutions scientifiques de la Grande-Bretagne et de l'Irlande.*

[2] *Monthly Notices*, n° du 10 février 1863. — A Melbourne, les observations ont commencé le 14 avril 1866, et vers la fin de 1868, le nombre des étoiles observées et calculées s'élevait à 20471. M. Ellery a pris pour principe de ne pas laisser les observations s'accumuler : quand il a observé pendant un mois, il attend que les observations de ce mois aient été calculées, avant de commencer un autre mois. Voir les *Monthly Notices*, n° du 12 février 1869.

de Donati en 1858 et le passage de Mercure du 12 novembre 1861. Il a déterminé la longitude de son Observatoire par 27 occultations d'étoiles, et a trouvé ainsi 7h7m12s,5 à l'est de Greenwich. La latitude du même point est 6°7'37" sud. M. Oudemans a, en outre, rattaché à cette position celle des principaux points de l'île de Java au moyen du télégraphe électrique. Ces points sont presque tous des chefs-lieux de résidences ou divisions administratives de la colonie. Leurs latitudes ont été déterminées au moyen de hauteurs d'étoiles. — En 1868, M. Oudemans est allé observer l'éclipse totale de soleil du 18 août, sur la côte orientale des Célèbes (long. 123°4'46" à l'est de Greenwich; lat. 0°32'36" sud)[1].

L'Observatoire de Rio-Janeiro a été fondé par des astronomes portugais; en 1780[2], ces astronomes ont trouvé pour la latitude : par 17 hauteurs méridiennes du soleil, 22°54'12",5 sud; par 12 hauteurs méridiennes d'étoiles, 22°54'13". En 1866 (?), M. le commandant Mouchez a obtenu par 80 étoiles, 22°54'15". La moyenne de ces trois déterminations serait 22°54'13",5 [3]. Les éphémérides de l'Observatoire de Rio donnent 22°53'51": ce nombre a été déterminé par M. de Mello, colonel du génie et ancien directeur de l'Observatoire, avec un cercle mural. D'après M. Liais, « avec l'excellent cercle mural qu'il a employé, M. de Mello a dû avoir la latitude à 1 ou 2 secondes près[4]. » — La longitude a été déterminée en 1866 et 1867 par M. Eugène Penaud, officier de la marine française, comme M. Mouchez. M. Penaud a observé à cet effet les passages de la lune avec un cercle méridien portatif de Brunner. L'instrument a été d'abord établi sur un massif de maçonnerie, à une cinquantaine de mètres de l'église de la Gloria, située à 0s,53 à l'ouest de l'Observatoire : les observations ont été faites dans cette station du 31 juillet au 21 août 1866; elles ont été reprises l'année suivante, le 13 juin 1867, à l'Observatoire

[1] *Astronomische Nachrichten*, t. L., 1859; t. LVII, 1862; t. LXXIV, 1869. — *Connaissance des Temps* pour l'an 1868.

[2] *Mémoires* de Lisbonne.

[3] *Comptes rendus*, n° du 12 novembre 1866.

[4] *Ibid.*, n° du 26 novembre 1866. La latitude 22°53'51" est celle adoptée par le *Nautical Almanac*.

même. Sur les 30 séries ainsi obtenues (3 à la Gloria et 27 à l'Observatoire), 23 se rapportent aux passages du 1er bord, et 7 à ceux du 2e bord de la lune. Par les passages du 2e bord, M. Laugier a obtenu $3^h1^m53^s,2$, et par ceux du 1er bord, $3^h1^m55^s,1$ à l'ouest de Paris, ou $2^h52^m34^s,6$ à l'ouest de Greenwich [1].

M. Liais, qui a pris la direction de l'Observatoire de Rio-Janeiro au mois de janvier 1871, avait été chargé en 1858 d'une mission scientifique au Brésil, par M. le ministre de l'instruction publique de France : il était arrivé à Rio au moment même où le gouvernement s'apprêtait à envoyer une expédition à Paranagua (latitude 25°30′33″ sud ; longitude $3^h13^m32^s,4$ à l'ouest de Greenwich) pour y observer l'éclipse totale de soleil du 7 septembre (1858). Invité à se joindre à cette expédition, M. Liais publia plus tard une relation des travaux exécutés par la commission astronomique [2], et fit servir les observations à la détermination des longitudes de divers points de l'Amérique du Sud [3].

M. Liais a observé à Rio la comète de Donati. « Les phases de la disparition de cette comète ont reproduit assez fidèlement dans l'hémisphère austral celles de son apparition dans l'hémisphère boréal : la queue a diminué peu à peu de longueur et d'éclat, et lorsque la comète s'est évanouie par l'effet de la distance, elle avait pris la forme arrondie sous laquelle M. Donati l'avait vue pour la première fois le 2 juin 1858. Le 10 décembre, la comète a cessé d'être visible à l'œil nu ; » elle a été aperçue pour la dernière fois le 23 janvier 1859 [4].

Le 26 février 1860, M. Liais découvrait à Olinda (latitude 8°0′37″ sud ; long. $2^h18^m56^s,8$ à l'ouest de Greenwich) une comète télescopique, qui présentait le singulier aspect de deux nébulosités distinctes [5]. — Le 5 juillet, dans la traversée de Bahia à Rio, il apercevait, après le coucher du soleil, la belle comète III de 1860 :

[1] *Connaissance des Temps* pour l'an 1870. La longitude adoptée par le *Nautical Almanac* est $2^h52^m36^s$.

[2] *Comptes rendus*, nos du 15 novembre 1858 et du 17 janvier 1859.

[3] *Ibid.*, nos des 1er et 29 juillet 1861.

[4] *Ibid.*, no du 28 mars 1859.

[5] *Ibid.*, no du 16 avril 1860.

elle commença à apparaître quand le soleil fut à environ 8° sous l'horizon, et sa queue n'avait pas moins de 14 à 15° de longueur. Le noyau brillait comme une étoile de 2e grandeur [1]. — Le 11 juin 1861, M. Liais apercevait à Rio la grande comète II de 1861 : le 14, la queue de cette comète sous-tendait un angle de plus de 40° ; le diamètre du noyau était de 21",5. M. Liais calcula les éléments approximatifs de l'astre au moyen de ses observations du 11 au 18 juin. Après le passage au nœud, la comète devint invisible dans l'hémisphère austral pendant quelques jours. Elle y reparut toutefois bientôt, mais le soir au lieu du matin, et M. Liais put encore l'observer le 10 juillet [2].

Enfin M. Liais a encore observé, près de Rio, le passage de Mercure sur le soleil, du 5 novembre 1868 [3].

CHAPITRE XXII.

L'Observatoire de Cordoba.

Vers la fin de 1869, le congrès de la république Argentine vota la création d'un Observatoire national à Cordoba (lat. 31°,5 sud), l'une des plus anciennes villes de l'Amérique du Sud, et où fut établie la première université de cette partie du monde. Les promoteurs de cette nouvelle institution étaient le président Sarmiento et le ministre de l'instruction publique, le docteur Avelleneda. Celui-ci en confia l'organisation et la direction au docteur Apthorp Gould, dont il connaissait le désir de compléter le catalogue du ciel austral, conduit par Argelander de 0° à 31° de déclinaison australe, et par Gilliss, de 60° à 90°. Le docteur Gould fut autorisé à commander les instruments au premier rang desquels figuraient un cercle méridien de Repsold dont la lunette devait avoir 54 pouces de longueur focale et 4 ½ pouces d'ouverture, et

[1] *Comptes rendus*, nº du 20 août 1860.
[2] *Ibid.*, nºs du 22 juillet 1861 et du 27 novembre 1865.
[3] *Astronomische Nachrichten*, t. LXXIII.

un équatorial d'Alvan Clark et fils, pourvu d'un objectif de Fitz, de 11 pouces. Ausfeld, à Gotha, était chargé de fournir un photomètre de Zöllner ; Merz, à Munich, un spectroscope, et Tiede, à Berlin, une pendule.

L'Observatoire a été établi sur une hauteur au sud-est de Cordoba ; il a la forme d'une croix terminée à ses quatre extrémités par autant de tours. Outre le grand équatorial, il y a encore un petit équatorial muni d'une lunette d'environ 4 pouces d'ouverture, mais sans mouvement d'horlogerie.

Au mois de novembre 1871, les deux instruments capitaux étaient montés à l'Observatoire. M. Gould avait quitté New-York le 28 mai 1870, et après avoir visité Londres, Paris et quelques villes allemandes, il s'était embarqué à Liverpool pour Buenos-Ayres, le 20 juillet, sur un bateau à vapeur portant un nom de bon augure, celui de Tycho Brahe, et qui arriva à sa destination le 23 août. L'année qui s'écoula de cette époque jusqu'à l'achèvement de l'Observatoire et le placement des instruments ne fut pas perdue : M. Gould l'employa à cataloguer les étoiles visibles à l'œil nu. Ce travail, accompli par lui et ses quatre aides, paraîtra sous le titre d'*Uranométrie Argentine :* il a été fait sur le modèle de l'*Uranographie* d'Argelander et servira à former une série de cartes. Entre le parallèle de 10° de déclinaison boréale et le pôle sud, M. Gould a compté environ 4500 étoiles, tandis que, entre le pôle nord et 30° de latitude australe, M. Argelander n'en compte que 3256.

« Nos observations, » dit M. Gould, « nous ont fourni la conviction que Lacaille avait poussé son travail au Cap aussi loin que possible et lui avait donné une perfection étonnante, surtout si l'on songe aux pauvres moyens dont il disposait. Le nombre d'étoiles au sud du tropique, découvertes par nous et qui ne se trouvent pas dans le catalogue de l'astronome français, est insignifiant, de sorte que l'identification a été bien moins difficile que je ne m'y attendais. La récente publication du catalogue d'environ 2000 étoiles australes, de Gilliss, faite par l'amiral Sands, de l'Observatoire de Washington, servira à vérifier beaucoup d'étoiles que l'on supposait erronées dans le catalogue de Lacaille. S'il est suivi

de la splendide série des 23000 étoiles observées par Gilliss, du pôle sud jusqu'à la distance 24°, l'observateur de l'hémisphère austral en recevra un puissant secours pour ses travaux. — Un jour nouveau semble se lever pour l'astronomie stellaire de cet hémisphère. Les observations soignées et abondantes de Maclear, au cap de Bonne-Espérance, qui se sont accumulées depuis un quart de siècle, vont être réduites et cataloguées par son énergique successeur, M. Stone, et des côtes de l'Australie nous arrivent, grâce au zèle et à l'habileté de M. Ellery, des observations méridiennes annuelles, qui peuvent défier la comparaison avec les observations les plus exactes des premiérs Observatoires de l'hémisphère boréal [1]. »

[1] On peut consulter sur l'Observatoire de Cordoba : les *Astronomische Nachrichten*, n° 1800 du 23 avril 1870; l'*American Journal of Science and Arts*, n°s de juillet 1870, de février 1871, de juillet 1871 et de novembre 1871 ; et les *Comptes rendus*, n° du 20 novembre 1871.

TABLE DES MATIÈRES.

MÉMOIRE

SUR

L'EXISTENCE DE LA DÉRIVÉE

DANS

LES FONCTIONS CONTINUES;

PAR

Ph. GILBERT,

ASSOCIÉ DE L'ACADÉMIE.

(Présenté à la classe des sciences de l'Académie le 4 mai 1872.)

INTRODUCTION.

La question de savoir si l'existence de la dérivée en général, dans une fonction *continue* $f(x)$ de la variable x, est une suite nécessaire de la continuité de la fonction, ou si elle implique une nouvelle condition imposée à celle-ci, n'a guère préoccupé les géomètres que dans ces derniers temps. La plupart des auteurs qui écrivent sur le calcul différentiel ne la soulèvent même pas, et se contentent d'admettre l'existence de la dérivée dans les fonctions qu'ils considèrent, sauf, bien entendu, pour des valeurs exceptionnelles de la variable. D'autres ne traitent que quelques points du problème, et reproduisent, à peu de chose près, la démonstration, très-insuffisante, qu'Ampère a donnée dans le *Journal de l'École Polytechnique* (*).

(*) Treizième cahier, p. 148.

C'est qu'en effet, l'existence de la dérivée dans une fonction continue $f(x)$ se traduit, géométriquement, par l'existence de la tangente en un point quelconque de la courbe continue qui est la figuration géométrique de cette fonction, et s'il nous est possible de concevoir qu'en certains points singuliers, même très-rapprochés, la direction de la tangente soit parallèle à l'axe des x ou à l'axe des y, ou soit même tout à fait indéterminée, nous ne pouvons comprendre qu'il en soit ainsi dans toute l'étendue d'un arc de courbe, si petit qu'on le suppose d'ailleurs. De là, la tendance à regarder l'existence de la dérivée, dans une fonction continue, comme inutile à démontrer.

Le seul géomètre, à notre connaissance, qui ait traité cette question d'une manière approfondie, est M. Lamarle, dont le mémoire, publié dans les Recueils de notre Académie (*), paraît avoir échappé à l'attention d'un bon nombre de géomètres. Dans ce travail remarquable, M. Lamarle s'est proposé d'établir que le rapport de l'accroissement d'une fonction continue de x à celui de la variable tend généralement vers une limite finie, déterminée, variable avec x, lorsque l'accroissement de x tend vers zéro; et que ce rapport ne peut croître indéfiniment, ou osciller sans fin entre deux limites distinctes, que pour des valeurs particulières de x, séparées les unes des autres par des intervalles déterminés.

Quoi qu'il en soit, si beaucoup de géomètres regardaient comme difficile, ou même comme impossible, de démontrer l'existence de la dérivée en général en tant que résultant nécessairement de la continuité de la fonction, aucun, pensions-nous, n'allait jusqu'à mettre en doute la propriété même qui fait l'objet de cette démonstration. Un géomètre allemand, M. Hermann Hankel, pro-

(*) *Étude approfondie sur deux équations fondamentales* (MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE DE BELGIQUE, t. XXIX, 1855, in-4°).

fesseur à l'Université de Tubingue et disciple distingué de Riemann, nous a ôté cette illusion. Dans un mémoire publié en 1870 (*), non-seulement M. Hankel admet parfaitement l'existence de fonctions continues qui n'ont point de dérivée, mais il formule un principe général auquel il donne le nom de *Condensation des singularités,* et qui permettrait d'en construire un nombre indéfini. Il apporte même divers exemples de semblables fonctions.

Ainsi, les géomètres connaissaient des fonctions, telles que

$$f(x) = a - (\sin x)^{\frac{2}{3}},$$

dont la dérivée devient infinie pour un nombre illimité de valeurs de la variable, c'est-à-dire des courbes présentant une infinité de rebroussements, séparés l'un de l'autre par des intervalles déterminés. Ils admettaient même que ces intervalles puissent décroître indéfiniment, à mesure que l'abscisse x se rapproche d'une limite déterminée, en sorte que les *saillies* (*Spitzen*) se resserrent de plus en plus; mais un intervalle déterminé séparait toujours nécessairement deux saillies consécutives, puisque la notion même du point de rebroussement implique deux arcs continus, si petits qu'ils soient, qui y aboutissent. Or, M. Hankel apporte des exemples de fonctions continues de x dont la dérivée deviendrait infinie pour toutes les valeurs *commensurables* de la variable x, en sorte qu'entre deux points quelconques, si rapprochés qu'on les suppose, la courbe représentative d'une telle fonction admettrait un nombre infini de rebroussements.

De même, on connaissait des exemples de fonctions telles que, la variable s'approchant indéfiniment d'une valeur particulière,

(*) *Untersuchungen über die unendlich oft oscillirenden und unstetigen Functionen, ein Beitrag zur Festellung des Begriffs der Function überhaupt,* von Dr Hermann Hankel; Tübingue, 1870.

la fonction tend elle-même vers une certaine limite par une succession indéfinie de valeurs alternativement croissantes et décroissantes, en présentant ainsi des *oscillations* en nombre indéfiniment croissant, mais d'une amplitude de plus en plus petite : telle est la fonction

$$f(x) = x \sin \frac{1}{x}$$

dans le voisinage de $x = 0$. La dérivée de cette fonction est évidemment indéterminée pour $x = 0$. Mais M. Hankel donne les équations de courbes indéfiniment oscillantes dans le voisinage de chaque point qui répond à une valeur commensurable de x, et n'admettant aucune tangente en ces points : tellement qu'on ne peut concevoir aucun intervalle, si petit qu'il soit, qui ne renferme un nombre infini de valeurs de x pour lesquelles la dérivée est indéterminée.

Il faut ajouter que le mémoire de M. Lamarle paraît totalement inconnu à M. Hankel; il ne fait allusion qu'à la tentative de démonstration essayée par Ampère (*).

Nous croyons faire chose utile en mettant à nu l'erreur de raisonnement sur laquelle reposent de semblables paradoxes, qui, répandus dans le champ de la géométrie, auraient pour résultat d'en altérer l'esprit et d'entraîner dans de nouvelles erreurs les géomètres trop confiants. C'est ainsi que nous voyons M. Houël, dans un compte-rendu du mémoire de M. Hankel (**), en accepter

(*) Ce n'est pas le seul point où l'érudition de M. Hankel soit en défaut. Il attribue à Gauss, dans une note, le mérite d'avoir signalé en 1816 l'incertitude des résultats auxquels conduit le passage par l'infini de la fonction sous le signe $\int$; tandis que Cauchy, dans son admirable mémoire de 1814, avait fait cette observation et indiqué les corrections que l'on doit faire subir alors à l'intégrale définie (*Mémoires de l'Institut; savants étrangers*, t. I, p. 686).

(**) *Bulletin des sciences mathématiques* de M. Darboux, avril 1870, p. 117.

sans restriction les déductions et les plus étranges résultats : il signale bien, il est vrai, une autre démonstration de l'existence de la dérivée, mais c'est uniquement celle que M. Lamarle a donnée dans son *Exposé géométrique du calcul différentiel;* ce n'est guère qu'une simple induction géométrique. Quant au consciencieux mémoire dont nous avons parlé plus haut, M. Houël n'en dit rien. Si des hommes de ce talent peuvent être le jouet de telles illusions, que faut-il attendre des jeunes géomètres!

Le présent mémoire a un double but et se partage en deux parties. Dans la première, nous analysons le travail de M. Hankel, en nous bornant toutefois à ce qui concerne les fonctions continues et leurs dérivées; nous reproduisons la suite des raisonnements, et nous mettons en relief quelques-unes des principales erreurs qu'ils renferment, de manière à ne laisser aucun doute, nous l'espérons du moins, sur l'inanité des conclusions.

La seconde partie est encore, sous un autre point de vue, la réfutation des théories de M. Hankel. Reprenant, sans y rien changer d'essentiel, la méthode exposée par M. Lamarle dans son beau mémoire, nous essayons d'établir directement l'existence *générale* de la dérivée dans toute fonction continue. Les principaux points par lesquels notre étude diffère de la sienne sont ceux-ci : 1° nous écartons comme inutile la restriction qu'il impose aux fonctions continues de n'admettre que des valeurs *effectives*, la distinction entre les valeurs effectives et les valeurs *limites* nous paraissant reposer sur une définition trop étroite de l'idée de fonction; 2° nous complétons sur quelques points sa démonstration, soit en établissant certaines propriétés des fonctions continues qu'il admet comme évidentes, soit en développant certaines parties de son travail qu'il n'a fait qu'indiquer, et qui pouvaient fournir matière à des objections; 3° enfin, nous croyons pouvoir

établir plus simplement que ne l'a fait M. Lamarle plusieurs des théorèmes qu'il s'agit de démontrer, tout en conservant la même rigueur dans les déductions.

Nous n'espérons pas, sans doute, mettre la démonstration, dont le fond appartient à M. Lamarle, à l'abri de toute subtilité; mais il nous paraît difficile d'objecter désormais quelque chose de sérieux contre les principes sur lesquels elle repose. Notre but sera d'ailleurs atteint si nous ramenons l'attention des géomètres sur un sujet plein d'intérêt et sur un mémoire trop peu connu, et si nous provoquons des objections qu'il sera, croyons-nous, facile de résoudre.

MÉMOIRE

SUR

L'EXISTENCE DE LA DÉRIVÉE

DANS

LES FONCTIONS CONTINUES.

PREMIÈRE PARTIE.

EXAMEN DU MÉMOIRE DE M HANKEL.

1. Notre intention n'est pas d'examiner le travail entier du savant professeur de Tubingue, ni sa classification des fonctions *discontinues ponctuées* et *discontinues totalement*, ni ce qu'il dit de leur représentation analytique, bien que ces divers points appellent une critique sérieuse. Nous nous bornerons ici à la partie du mémoire qui a pour objet l'existence et la représentation, par des séries toujours convergentes, de fonctions réelles, parfaitement continues, d'une variable x, qui admettraient, pour des valeurs de la variable aussi rapprochées qu'on le voudrait, c'est-à-dire, par toutes les valeurs commensurables de x, une dérivée infinie ou indéterminée.

Pour bien préciser la pensée de M. Hankel, nous citerons ce pas-

sage de son introduction (*) : « Tandis que toutes ces fonctions » (constamment oscillantes dans des intervalles finis) peuvent tou» jours être soumises à l'intégration, la question de savoir si » elles admettent un coefficient différentiel présente des difficultés » particulières. Cette question n'a guère été discutée jusqu'ici (**), » parce que l'on regardait l'existence de la tangente, en chaque » point d'une courbe, comme établie par une intuition géomé» trique immédiate, et comme une suite évidente de la « *lex con» tinuitatis* », que l'on respectait comme une loi de la nature, » même dans le domaine des mathématiques.

» Mais quand bien même cette obscure « loi de continuité » » régirait effectivement tous les mouvements dans la nature, elle » ne pourrait en aucune façon limiter le domaine des mathéma» tiques pures ; et quant à cette certitude immédiate et intuitive, » elle a été reconnue si trompeuse, même dans les questions » purement géométriques, qu'elle ne peut plus aspirer au rang » d'une démonstration scientifique. Suivant les traces de Gauss, » Dirichlet, Jacobi, etc., les mathématiciens de nos jours sont assez » généralement convaincus que l'existence d'une dérivée, dans » les fonctions continues, n'est *nullement* une suite *nécessaire* » de la continuité, mais qu'elle implique une supposition particu» lière, quoique plusieurs d'entre eux fassent encore profession » de « ne point croire » aux fonctions continues dépourvues de » dérivées. J'ai lieu d'espérer qu'après moi cette incrédulité sera » mise au rang des préjugés, car dans le § 5 de ce travail je repré» sente, sous forme analytique, par des séries toujours conver» gentes, des fonctions complétement déterminées qui satisfont à » cette condition. »

Sans nous arrêter à cette assertion, curieuse chez un géomètre, « que l'évidence ne peut être considérée comme une démonstration scientifique » nous n'examinons ici que ce seul point, capable

(*) Page 7 du mémoire cité plus haut.

(**) L'unique essai venu à ma connaissance, celui d'Ampère, pour établir *a priori* l'existence de la dérivée pour toutes les fonctions, est entièrement avorté (*Note de M. Hankel*).

d'impressionner le lecteur, savoir : quelle fut l'opinion de Gauss, Dirichlet, Jacobi, sur le sujet qui nous occupe?

Le passage de Gauss auquel renvoie M. Hankel est l'article 16 du beau mémoire qui a pour titre : *Théorèmes généraux sur les forces d'attraction et de répulsion agissant en raison inverse du carré de la distance* (*). Or, dans l'article cité, le seul endroit qui puisse avoir rapport à la question est évidemment celui-ci (**) : après avoir discuté le cas où, en un point O d'une surface, la courbure d'une section normale serait infinie, la distance d'un point infiniment voisin au plan tangent en O étant d'un ordre infinitésimal comparable à sa distance à la normale en O, Gauss arrive au cas où les ordres de ces distances ne seraient pas comparables, et il ajoute qu'une certaine quantité X deviendrait infinie, si ce cas se réalisait, non plus pour une seule ou pour plusieurs valeurs de l'angle θ qui détermine l'orientation de la section normale, mais pour toutes les valeurs possibles. En résumé, Gauss admet qu'une singularité, qui se présente en un point donné d'une surface pour une certaine section normale, puisse exister également pour toutes les sections normales autour de ce point. Il n'y a rien là que de parfaitement évident, et d'absolument étranger à la proposition de M. Hankel.

D'après des « communications verbales, » Jacobi aurait fréquemment remarqué dans ses leçons « que l'on peut concevoir des courbes continues présentant une infinité de points de rebroussement (*Spitzen*). » Si ce sont là les termes dont le grand geomètre s'est servi, nous n'avons rien à leur objecter : l'existence très-concevable de pareilles courbes ne prouve pas plus l'adhésion de Jacobi aux idées de M. Hankel, que l'existence des oscillations en nombre indéfiniment croissant de la fonction $x \sin \frac{1}{x}$, dans le voisinage de $x = 0$, ne prouve qu'il puisse exister des fonctions perpétuellement oscillantes dans tous les points d'un espace fini et déterminé. Quant à Lejeune-Dirichlet, le passage où il aurait exprimé l'opinion qu'on lui attribue n'étant point indiqué, nous ne pouvons rien en dire.

(*) *Gauss' Werke*, t. V, p. 195.
(**) *Loc. cit*, p. 218.

2. Après avoir précisé ce qu'il entend par *fonctions* d'une seule variable, le sens qu'il attache à la *continuité* de ces fonctions pour une valeur quelconque de la variable, M. Hankel revient sur les fonctions à dérivée infinie, et dit : « On peut concevoir des fonctions telles que, tout en restant constamment continues, et n'admettant d'ailleurs que des oscillations finies, elles présentent cependant une dérivée infiniment grande pour un nombre infini de valeurs de x comprises dans le plus petit intervalle, et aient ainsi un nombre infini de rebroussements (*). »

Enfin, il ajoute (p. 14), au sujet des fonctions qui présentent un nombre indéfini d'oscillations : « Telle est la fonction $x \sin \frac{1}{x}$ qui jouit de la propriété susmentionnée, au moins dans un intervalle comprenant la valeur $x = 0$. D'autres fonctions, qui jouissent de cette même propriété en un nombre infini de points d'un intervalle quelconque, sont indiquées au § 5. En ce qui concerne le coefficient différentiel, on peut signaler des fonctions de cette seconde classe, qui n'en possèdent pas pour une infinité de valeurs de la variable. »

3. C'est au § 4 de son Mémoire que M. Hankel pose les principes de sa méthode de condensation des singularités. Une fonction $\varphi(y)$ étant donnée, qui présente une singularité donnée pour une valeur particulière $y = 0$; qui a, par exemple, en ce point une dérivée infinie ou indéterminée, M. Hankel en tire une autre fonction $f(x)$, entièrement continue, et représentée analytiquement par la série toujours convergente.

$$\frac{\varphi(\sin \pi x)}{1^s} + \frac{\varphi(\sin 2\pi x)}{2^s} + \frac{\varphi(\sin 3\pi x)}{3^s} + \dots\dots$$

Cette fonction aurait, d'après lui, la propriété remarquable de

(*) L'auteur indique même en note une construction géométrique propre à faciliter la représentation de telles fonctions : on divise un carré en μ^2 carrés égaux par des parallèles aux côtés, et l'on joint deux sommets opposés du carré par un tracé en *escalier* qui suit alternativement des portions de parallèles à deux côtés adjacents. Lorsque μ croît indéfiniment, ce tracé anguleux tend à se confondre, *à l'œil*, avec la diagonale du carré, quoique le nombre des saillants croisse à l'infini. Ce paradoxe assez connu ne prouve absolument rien, comme l'auteur, du reste, a soin de le faire observer.

reproduire, pour toutes les valeurs commensurables de x, la même singularité qui affecte, pour $y = 0$, la fonction donnée $\varphi(y)$. En sorte qu'entre deux valeurs quelconques de x, si rapprochées qu'elles soient, il en existerait une infinité qui ne seraient séparées par aucun intervalle assignable, et pour lesquelles la dérivée de la fonction serait infinie ou indéterminée.

Le § 5 est consacré à divers exemples particuliers de telles fonctions. Les unes, comme la fonction

$$f(x) = \sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{\sin nx\pi}{n^2} \sin\left(\frac{1}{\sin nx\pi}\right),$$

sont indéfiniment oscillantes dans le voisinage de chaque valeur commensurable de x, en sorte que, pour chacune de ces valeurs, le rapport $\frac{f(x+\varepsilon) - f(x)}{\varepsilon}$ passe indéfiniment du positif au négatif et *vice versa* lorsque ε tend vers zéro, sans jamais converger vers une limite déterminée.

Les autres, comme

$$f(x) = \sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{(\sin nx\pi)^{\frac{2}{3}}}{n^2},$$

admettent une dérivée infinie pour toute valeur commensurable de x, le rapport $\frac{f(x+\varepsilon) - f(x)}{\varepsilon}$ croissant alors indéfiniment à mesure que ε converge vers zéro; en sorte qu'il n'existe pour la variable x aucun intervalle, quelque petit qu'il soit, dans lequel le rapport en question tende constamment vers une limite déterminée et finie.

Nous allons donc reprendre la suite des raisonnements par lesquels M. Hankel croit établir son principe de la condensation des singularités, en passant rapidement sur les points qui ne donnent lieu à aucune objection; et nous montrerons clairement l'erreur sur laquelle repose sa démonstration.

4. Considérons, dit M. Hankel (*), une fonction $\varphi(y)$ qui, pour toutes les valeurs de y entre -1 et $+1$, *sauf pour* $y = 0$, ait

(*) Page 15.

une valeur unique, déterminée, comprise entre — 1 et + 1, et variant avec y d'une manière continue, en sorte que si δ est suffisamment petit, la différence

$$\varphi(y+\delta)-\varphi(y)$$

soit développable suivant les puissances ascendantes de δ, par la formule de Taylor. D'ailleurs, admettons que pour $y=0$ cette fonction $\varphi(y)$ présente une singularité qui rende impossible le développement de $\varphi(y)$ suivant les puissances entières de y, la fonction conservant toutefois une valeur déterminée, égale à zéro. Définissons une nouvelle fonction $f(x)$ par l'équation

$$f(x)=\sum_{n=1}^{n=\infty}\frac{\varphi(\sin nx\pi)}{n^s},$$

s désignant une constante dont la valeur est > 3 : cette fonction $f(x)$ sera tellement *imprégnée* de la singularité que la fonction $\varphi(y)$ manifeste exclusivement pour la valeur isolée $y=0$, qu'elle en sera affectée en *un nombre indéfini de points d'un intervalle fini quelconque.*

Il résulte d'abord de ces prémisses, comme on le voit sans peine, que la série dont la somme est désignée par $f(x)$ est convergente pour des valeurs quelconques de x, et qu'ainsi la fonction $f(x)$ a une valeur constamment finie, déterminée et unique. En outre, on s'assure facilement que, si l'on désigne par ε un accroissement infiniment petit de x, par m un nombre entier qui peut être aussi grand qu'on le veut, et par h' une certaine quantité comprise entre — 1 et + 1, l'accroissement de la fonction peut s'exprimer comme il suit :

$$(1)\ .\quad f(x+\varepsilon)-f(x)=\sum_{n=1}^{n=m}\frac{\varphi\left[\sin n(x+\varepsilon)\pi\right]-\varphi(\sin nx\pi)}{n^s}+\frac{h'}{m^{s-1}}.$$

Il en résulte que la fonction $f(x)$ reste continue quel que soit x, si la fonction $\varphi(y)$ est elle-même continue entre $y=-1$ et $y=+1$. Cette proposition, dont M. Hankel donne une démon-

stration sujette aux mêmes objections que le reste de ses raisonnements, nous allons, pour faciliter la discussion, l'établir d'une manière directe et très-simple. Donnons d'abord au nombre m une valeur assez grande pour que $\frac{1}{m^2-1}$, et *a fortiori* $\frac{h'}{m^2-1}$, soit moindre qu'une quantité donnée ζ, choisie d'ailleurs aussi petite qu'on le veut. Nous pourrons ensuite faire décroître ε suffisamment, à cause de la continuité de la fonction $\varphi(y)$, pour que l'expression

$$\frac{\varphi[\sin n(x+\varepsilon)\pi] - \varphi[\sin nx\pi]}{n^2}$$

ait une valeur numériquement inférieure à $\frac{\zeta}{m}$ pour les diverses valeurs de n, depuis $n = 1$ jusqu'à $n = m$. Par suite, nous aurons $f(x+\varepsilon) - f(x) < 2\zeta$, et comme ζ peut être supposé aussi petit qu'on le veut, il est clair que l'on peut toujours, quelle que soit la valeur de x, faire décroître ε de telle manière que $f(x+\varepsilon) - f(x)$ reste inférieur à toute grandeur donnée, ce qui revient à dire que *la fonction* f (x) *est continue pour toute valeur de x.*

5. Ce point étant établi, reprenons la suite des déductions de l'auteur. D'après les propriétés attribuées à la fonction $\varphi(y)$, si nous admettons, d'une part, que $\sin nx\pi$ soit différent de zéro, de l'autre, que $n\varepsilon$ soit une très-petite quantité, il sera évidemment permis de développer l'accroissement de $\varphi(\sin nx\pi)$ par la formule connue, où θ désigne une quantité comprise entre 0 et 1 :

$$(2)\quad \varphi[\sin n(x+\varepsilon)\pi] - \varphi[\sin nx\pi] = n\varepsilon\pi\,\varphi'[\sin n(x+\theta\varepsilon)\pi]\cos n(x+\theta\varepsilon)\pi \ (*).$$

Comme le cas de $\sin nx\pi = 0$ ne peut se présenter pour aucune valeur incommensurable de x ; que, d'un autre côté « *nous pouvons établir, entre l'accroissement ε convergeant vers zéro et le nombre entier* m *croissant indéfiniment, telle relation qu'il nous plait,* »

(*) Il y a ici une première erreur, constamment reproduite dans ce qui suit : M. Hankel écrit $\cos nx\pi$ au lieu de $\cos n(x+\theta\varepsilon)\pi$. Comme elle est d'ailleurs sans influence sur le raisonnement, nous nous bornons à la signaler en passant.

nous admettrons que, quelque grand que soit m, le produit $m\varepsilon$ demeure constamment inférieur à une très-petite quantité donnée, et, *a fortiori*, n étant $< m$, le produit $n\varepsilon$ sera aussi très-petit. Nous pourrons donc appliquer, à chacun des termes sous le signe Σ, dans l'équation (1), la transformation indiquée sous l'équation (2), et écrire

$$f(x+\varepsilon)-f(x)=\pi\varepsilon\sum_{n=1}^{n=m}\frac{\varphi'[\sin n(x+\theta\varepsilon)\pi]}{n^{s-1}}\cos n(x+\theta\varepsilon)\pi+\frac{h'}{m^{s-1}};$$

ou bien, en divisant par ε,

$$(3)\quad \frac{f(x+\varepsilon)-f(x)}{\varepsilon}=\pi\sum_{n=1}^{n=m}\frac{\varphi'[\sin n(x+\theta\varepsilon)\pi]}{n^{s-1}}\cos n(x+\theta\varepsilon)\pi+\frac{h'}{\varepsilon m^{s-1}}.$$

Concevons maintenant, s étant toujours supposé >3 pour la convergence de la série, que ε décroisse indéfiniment, mais que l'on établisse la dépendance entre ε et m de telle manière que $m\varepsilon$ tende vers la limite zéro, en même temps que εm^{s-1} croît au-dessus de toute limite (ce qui est évidemment facile à réaliser). « D'une part, dit M. Hankel, le premier terme du second membre tendra nécessairement vers la limite

$$\pi\sum_{n=1}^{n=\infty}\frac{\varphi'(\sin nx\pi)}{n^{s-1}}\cos nx\pi;$$

d'autre part, le reste $\frac{h'}{\varepsilon m^{s-1}}$ convergera évidemment vers zéro, et l'on aura, conséquemment

$$\lim.\frac{f(x+\varepsilon)-f(x)}{\varepsilon}=f'(x)=\pi\sum_{n=1}^{n=\infty}\frac{\varphi'(\sin nx\pi)}{n^{s-1}}\cos nx\pi;$$

la dérivée de la fonction $f(x)$ est donc parfaitement déterminée et indépendante de la loi suivant laquelle ε tend vers zéro, *pour toute valeur incommensurable de* x. »

C'est dans ce raisonnement que se trouve le vice capital de la théorie de M. Hankel. Dans l'équation (3), figurent deux quantités, l'une très-petite, ε; l'autre très-grande, m. Si l'on attribue à m une valeur aussi grande qu'on le veut, mais *invariable*, on

pourra évidemment, en faisant décroître suffisamment ε, satisfaire à la condition que $m\varepsilon$ tombe au-dessous d'une très-petite quantité donnée, et que la somme d'un nombre déterminé de termes

$$\sum_{n=1}^{n=m} \frac{\varphi'\left[\sin n(x+\theta\varepsilon)\pi\right] \cos n(x+\theta\varepsilon)\pi}{n^{s-1}},$$

diffère aussi peu qu'on le voudra de la somme des limites de ces termes

$$\sum_{n=1}^{n=m} \frac{\varphi'(\sin nx\pi)\cos nx\pi}{n^{s-1}}.$$

Mais alors, on ne voit plus que le reste $\frac{k'}{\varepsilon m^{s-1}}$, dont le dénominateur tend ici vers zéro, ait lui-même pour limite zéro. Si, au contraire, dans l'équation (3), on regarde ε comme très-petit, mais fixe, et m comme indéfiniment croissant, on peut bien faire décroître $\frac{k'}{\varepsilon m^{s-1}}$ au-dessous de toute grandeur donnée, mais, dans les termes sous le signe Σ, le produit $n\varepsilon$ ne reste pas indéfiniment petit, donc $\sin nx\pi$ passe par zéro une ou plusieurs fois entre les valeurs x et $x+\varepsilon$ de la variable; $\varphi'\left[\sin n(x+\theta\varepsilon)\pi\right]$ peut donc être infini ou indéterminé, et même la formule (2) n'est plus dans le cas d'être appliquée. Ce n'est donc pas arbitrairement, mais par une nécessité de sa démonstration, que M. Hankel, pour tirer la formule (4) de la formule (3), suppose que l'on fasse varier *simultanément* ε et m, de façon que m croisse *indéfiniment* à mesure que ε converge vers zéro : cette dépendance entre m et ε est indispensable pour que $m\varepsilon$ reste très-petit en même temps que εm^{s-1} tend vers l'infini (*). Ainsi, *tandis que l'accroissement ε de la variable tend vers la limite zéro, le nombre* m *reçoit des valeurs de plus en plus grandes, et le nombre des termes renfermés dans l'expression*

$$\sum_{n=1}^{n=m} \frac{\varphi'\left[\sin n(x+\theta\varepsilon)\pi\right]}{n^{s-1}} \cos n(x+\theta\varepsilon)\pi$$

croît au delà de toute limite.

(*) Il faut même que ε soit $< \frac{1}{m^2}$, sans quoi il existerait, entre x et $x+\varepsilon$, des valeurs de la variable pour lesquelles $\sin nx\pi$ s'annulerait, et l'équation (2) n'aurait plus lieu.

Or, il n'est nullement démontré, ou plutôt le contraire est démontré vrai dans un grand nombre de cas, que *la somme d'un nombre indéfiniment croissant de termes qui, pris isolément, tendent respectivement vers des limites déterminées, ait pour limite la somme de la série formée par les limites des différents termes* (*). Il n'est donc pas permis de dire, sans plus ample preuve, que la somme

$$\sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{\varphi'[\sin n(x+\theta\varepsilon)\pi]}{n^{s-1}} \cos n(x+\theta\varepsilon)\pi$$

ait pour limite

$$\sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{\varphi'(\sin nx\pi)}{n^{s-1}} \cos nx\pi,$$

ni même que cette somme tende vers une limite quelconque, quand même la série formée par les limites des termes, savoir

$$\sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{\varphi'(\sin nx\pi)}{n^{s-1}} \cos nx\pi$$

serait convergente, ce qui, d'ailleurs, ne résulte nullement de la démonstration (**), et ce qui même est invraisemblable, comme nous le verrons plus loin sur les exemples choisis par M. Hankel. L'erreur dans laquelle M. Hankel est tombé est à peu de chose près celle qu'avait commise Cauchy dans son *Analyse algébrique* (p. 131), lorsqu'il croyait avoir établi ce théorème faux : « *La somme d'une série toujours convergente, dont les termes sont fonctions toujours continues de* x, *est elle-même une fonction continue de* x. » Il suffirait d'admettre le raisonnement de M. Hankel pour prouver que, si une série est convergente, la série formée par les dérivées de ses termes est nécessairement convergente et a pour somme la dérivée de la somme de la première : or, on sait que cela n'est pas exact.

Ainsi, l'équation (4) n'est nullement démontrée.

(*) La différence entre chaque terme et sa limite tend bien vers zéro, mais comme le nombre de ces différences croît indéfiniment, leur somme peut rester finie ou même croître au-dessus de toute limite.

(**) Il faudrait pour cela faire voir que $\frac{\varphi'(\sin nx\pi)}{n^{s-\mu}}$, μ étant > 2, ne peut jamais croître au-dessus de toute limite, quelque grand que soit n.

6. Continuons l'examen de la théorie de M. Hankel. Après avoir obtenu, de la manière ci-dessus, l'équation (4) pour les valeurs irrationnelles de x, l'auteur examine le cas où la valeur de x est rationnelle, et de la forme irréductible $\frac{\nu}{\mu}$, ν et μ étant entiers. Les termes de la somme

$$\sum_{n=1}^{n=m} \frac{\varphi[\sin n(x+\varepsilon)\pi] - \varphi(\sin nx\pi)}{n^s},$$

dans lesquels n n'est pas un multiple de μ, et où, par suite, $\sin nx\pi$ est différent de zéro, rentrent évidemment dans le même cas que les termes considérés précédemment, et les mêmes raisonnements leur sont applicables. On peut donc les écrire sous la forme

$$\varepsilon\pi \frac{\varphi'[\sin n(x+\theta\varepsilon)\pi]}{n^{s-1}} \cos n(x+\theta\varepsilon)\pi,$$

et leur somme peut être figurée par εQ. Quant aux termes où n est un multiple r de μ, $n = r\mu$, on voit sans peine qu'ils se réduisent à la forme

$$\frac{\varphi(\pm \sin r\mu\varepsilon\pi)}{r^s\mu^s},$$

et si l'on désigne par r' la plus grande valeur de r pour laquelle $r\mu$ ne dépasse pas m, on aura

$$(5) \quad \frac{f(x+\varepsilon) - f(x)}{\varepsilon} = Q + \sum_{r=1}^{r=r'} \frac{\varphi(\pm \sin r\mu\varepsilon\pi)}{\varepsilon r^s\mu^s} + \frac{h'}{\varepsilon m^{s-1}}.$$

« Or, dit M. Hankel, si l'on suppose toujours que εm demeure inférieur à une très-petite quantité donnée, bien que m croisse indéfiniment, il sera permis de remplacer le sinus par l'arc, et d'écrire

$$\frac{1}{\varepsilon} \sum_{r=1}^{r=r'} \frac{\varphi(\pm r\mu\varepsilon\pi)}{r^s\mu^s},$$

au lieu de

$$\frac{1}{\varepsilon} \sum_{r=1}^{r=r'} \frac{\varphi(\pm \sin r\mu\varepsilon\pi)}{r^s\mu^s};$$

et comme, à cause de la singularité qui affecte la fonction $\varphi(y)$

pour $y=0$, la fonction $\varphi(\pm r\mu\varepsilon\pi)$, même pour les plus petites valeurs de ε, ne décroît pas dans un rapport comparable à ε, il est évident que la quantité ci-dessus, et par conséquent le rapport

$$(6) \quad . \quad . \quad \frac{f(x+\varepsilon)-f(x)}{\varepsilon}=Q+\frac{1}{\varepsilon}\sum\frac{\varphi(\pm r\mu\varepsilon\pi)}{r^s\mu^s}+\frac{h'}{\varepsilon m^s-1},$$

ne convergera pas vers une limite finie et déterminée lorsque ε tendra vers la limite zéro. *La fonction* f(x) *n'admettra donc aucune dérivée pour les valeurs rationnelles de* x. »

Il y a là une double erreur. La première, analogue à celle que nous avons déjà relevée, consiste en ceci : lorsque ε tend vers zéro, m croît indéfiniment, et si $m\varepsilon$ reste toujours très-petit, dans chaque terme pris *individuellement* $\varphi(\pm \sin r\mu\varepsilon\pi)$ diffère infiniment peu de $\varphi(\pm r\mu\varepsilon\pi)$, mais comme le nombre r' des termes

$$\frac{\varphi(\pm r\mu\varepsilon\pi)}{\varepsilon r^s\mu^s}$$

croît au-dessus de toute limite, il n'est nullement permis d'affirmer que les quantités

$$\frac{1}{\varepsilon}\sum\frac{\varphi(\pm r\mu\varepsilon\pi)}{r^s\mu^s} \quad \text{et} \quad \frac{1}{\varepsilon}\sum\frac{\varphi(\pm \sin r\mu\varepsilon\pi)}{r^s\mu^s}$$

peuvent être substituées l'une à l'autre.

La seconde partie de la démonstration se trouve renversée par les observations faites précédemment. Admettons même que l'équation (6) puisse être substituée à l'équation (5), et que la quantité

$$\frac{1}{\varepsilon}\sum_{r=1}^{r=r'}\frac{\varphi(\pm r\mu\varepsilon\pi)}{r^s\mu^s}$$

ne tende vers aucune limite finie et déterminée quand ε converge vers zéro ; pour conclure de là que le rapport $\frac{f(x+\varepsilon)-f(x)}{\varepsilon}$ sera dans le même cas, M. Hankel s'appuie sur ce qu'il croit avoir établi précédemment : que la quantité désignée par Q reste toujours finie et déterminée lorsque ε tend vers la limite zéro. Mais nous avons fait voir plus haut que sa démonstration sur ce point est incom-

plète. Il se peut donc, et c'est ce qui a lieu effectivement, que Q ne tende lui-même vers aucune limite finie et déterminée lorsque m croît indéfiniment, et la somme

$$Q+\frac{1}{\varepsilon}\sum_{r=1}^{r=r'}\frac{\varphi(\pm r\mu\varepsilon\pi)}{r^s\mu^s}$$

étant composée de deux parties dont aucune ne tend vers une limite déterminée et finie, nous ne pouvons rien affirmer *a priori* de la limite de cette somme : elle peut très-bien être finie et déterminée.

Concluons donc que *le principe de la condensation des singularités ne repose sur aucun fondement,* et que l'existence de fonctions toujours continues, n'ayant point de dérivée déterminée pour une infinité de valeurs de la variable qui se succèdent sans intervalle assignable, reste encore à démontrer.

7. L'application de notre critique générale à chacun des exemples proposés par M. Hankel se fait sans difficulté. Pour ne considérer que le plus simple, le troisième, prenons

$$\varphi(y)=y^{\frac{2}{3}},\quad f(x)=\sum_{n=1}^{n=\infty}\frac{(\sin nx\pi)^{\frac{2}{3}}}{n^s}.$$

La fonction $f(x)$ est certainement réelle, finie et continue pour toute valeur de x. Or, si l'on applique la théorie de M. Hankel, la la fonction $\varphi(y)$ ayant sa dérivée infinie pour $y=0$, on en conclura avec lui

1° Que pour toute valeur incommensurable de x la fonction a une dérivée déterminée

$$(7)\quad \ldots\ldots\quad f'(x)=\frac{2\pi}{3}\sum_{n=1}^{n=\infty}\frac{\cos nx\pi}{n^{s-1}(\sin nx\pi)^{\frac{1}{3}}};$$

2° Que pour toute valeur commensurable de la variable, le rapport

$$(8)\quad \ldots\quad \frac{f(x+\varepsilon)-f(x)}{\varepsilon}=Q+\pi^{\frac{2}{3}}\sum_{r=1}^{r=r'}\frac{1}{\varepsilon^{\frac{1}{3}}(r\mu)^{s-\frac{2}{3}}}+\frac{h'}{\varepsilon m^{s-1}}$$

croît indéfiniment, en restant toujours positif, lorsque ε tend vers zéro, à cause de la quantité positive et indéfiniment croissante

$$\frac{\pi^{\frac{2}{3}}}{\varepsilon^{\frac{1}{3}}}\sum \frac{1}{(r\mu)^{s-\frac{2}{3}}};$$

en sorte que la dérivée $f'(x)$ sera infinie pour toute valeur commensurable de x. La courbe, figurant géométriquement la fonction $f(x)$, admettra donc une infinité de rebroussements entre deux quelconques de ses points, si rapprochés qu'on les suppose.

La vérité, c'est que la fonction $f(x)$ a une dérivée finie et déterminée, sauf en des points isolés, mais l'on ne saurait affirmer que cette dérivée soit représentée, pour des valeurs incommensurables de x, par la série

$$\frac{2\pi}{3}\sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{\cos nx\pi}{n^{s-1}(\sin nx\pi)^{\frac{1}{3}}},$$

dont la convergence reste complétement douteuse. On peut même douter si l'expression

$$\frac{\cos nx\pi}{n^{s-1}(\sin nx\pi)^{\frac{1}{3}}}$$

tend vers zéro lorsque n croît indéfiniment, puisque, z désignant une variable *continue* qui a pour limite l'infini, la fonction

$$\frac{(x\pi)^{s-1}}{z^{s-1}} \frac{\cos z}{(\sin z)^{\frac{1}{3}}}$$

oscille indéfiniment entre $-\infty$ et $+\infty$.

En fait, entre deux valeurs quelconques α et β de x, si rapprochées qu'elles soient, il est toujours possible d'assigner une infinité de valeurs de x, rationnelles ou irrationnelles, pour lesquelles l'expression

$$\frac{\cos nx\pi}{n^{s-1}(\sin nx\pi)^{\frac{1}{3}}}$$

admettra des valeurs négatives pouvant dépasser tout nombre donné. En effet, soit $\frac{i}{n}$ une fraction comprise entre α et β, et dont le dénominateur n peut évidemment être supposé plus grand que tout nombre donné. Donnons à x une valeur comprise dans la formule

$$x = \frac{i}{n} - \frac{k}{n^{3s-1}},$$

k étant une quantité positive, assez petite pour que x soit compris entre α et 6, et pouvant d'ailleurs décroître autant qu'on le veut: x sera commensurable ou incommensurable en même temps que k. On déduit de là

$$nx\pi = i\pi - \frac{k\pi}{n^{3s-2}}, \qquad \cos nx\pi = \cos i\pi \cos\left(\frac{k\pi}{n^{3s-2}}\right),$$

$$\sin nx\pi = -\cos i\pi \sin\left(\frac{k\pi}{n^{3s-2}}\right),$$

et comme $\cos i\pi = \pm 1$, il vient

$$\frac{\cos nx\pi}{n^{s-1}(\sin nx\pi)^{\frac{1}{3}}} = -\frac{1}{n^{s-1}} \cos\left(\frac{k\pi}{n^{3s-2}}\right)\left(\sin\frac{k\pi}{n^{3s-2}}\right)^{-\frac{1}{3}}.$$

D'ailleurs, $\frac{k\pi}{n^{3s-2}}$ étant une quantité extrêmement petite, nous pouvons remplacer $\cos\left(\frac{k\pi}{n^{3s-2}}\right)$ par l'unité, et $\left(\sin\frac{k\pi}{n^{3s-2}}\right)^{-\frac{1}{3}}\left(\frac{k\pi}{n^{3s-2}}\right)^{\frac{1}{3}}$ par l'unité. Nous trouverons alors

$$\frac{\cos nx\pi}{n^{s-1}(\sin nx\pi)^{\frac{1}{3}}} = -\frac{1}{n^{s-1}}\left(\frac{n^{3s-2}}{k\pi}\right)^{\frac{1}{3}} = -\frac{1}{(k\pi)^{\frac{1}{3}}}\, n^{\frac{1}{3}},$$

et l'on peut toujours prendre n assez grand et k assez petit pour que cette quantité négative dépasse toute grandeur donnée.

Ces considérations montrent assez combien il est loin d'être établi que la série (7) soit convergente, et représente la dérivée de $f(x)$ lorsque x est incommensurable. Par la même raison, si la

valeur de x est commensurable, il est bien vrai que, dans le second membre de l'équation (8), la quantité

$$\frac{1}{\varepsilon^{\frac{1}{3}}} \sum \frac{1}{(r\mu)^{s-\frac{2}{3}}}$$

est positive et peut croître au-dessus de toute limite, mais comme la quantité désignée par Q renferme, on vient de le voir, des termes négatifs en nombre indéfini, dont la somme peut croître aussi au-dessus de toute limite, il n'est pas permis de conclure que le rapport

$$\frac{f(x+\varepsilon)-f(x)}{\varepsilon}$$

a pour limite l'infini.

Des observations analogues sont applicables aux autres exemples proposés par M. Hankel.

SECONDE PARTIE.

EXISTENCE DE LA DÉRIVÉE DANS LES FONCTIONS CONTINUES D'UNE SEULE VARIABLE.

---

8. Après avoir démontré l'inanité des objections présentées par M. Hankel contre l'existence générale de la dérivée dans les fonctions continues, essayons de procéder directement à la démonstration de cette propriété, base du calcul infinitésimal. Nous définirons d'abord nettement les fonctions sur lesquelles portera notre investigation.

La fonction $y = f(x)$ que nous considérons est supposée, entre deux valeurs données A et B de la variable, *constamment réelle, finie, déterminée, et variant avec* x *d'une manière continue.* De plus, elle est à *détermination simple*, c'est-à-dire qu'elle n'admet pour chaque valeur de x qu'une valeur unique : on sait que le cas d'une fonction à détermination multiple se ramène facilement à celui-là. Si la définition analytique de la fonction conduit, pour quelque valeur particulière a de x, à une forme indéterminée telle que $\frac{0}{0}$, $0.\infty$, etc., nous attribuerons à la fonction, pour cette valeur de x, la valeur-limite dont elle s'approche indéfiniment, si toutefois il en existe une. Ainsi la fonction $y = x \log . x$, pour $x = 0$, aura une valeur nulle; la fonction $y = x \sin \frac{1}{x}$ sera nulle aussi pour $x = 0$, etc.; mais toujours ces valeurs-limites, comme les autres, seront supposées satisfaire à la loi de continuité,

c'est-à-dire différer infiniment peu des valeurs que la fonction comporte pour les valeurs de x infiniment voisines de a, de part et d'autre (*).

Nous ne considérerons jamais la fonction $f(x)$ que dans l'intervalle (A, B) des valeurs de x où elle jouit des propriétés que nous venons de définir, et nous établirons d'abord quelques conséquences qui découlent immédiatement de la continuité de cette fonction.

9. Théorème. — *Si, à partir d'une valeur quelconque* x *de la variable comprise dans l'intervalle* (A, B), *on donne à cette variable un accroissement* h (**), *l'accroissement correspondant* f(x + h) — f(x) *de la fonction finira,* EN GÉNÉRAL, *par rester constamment de même signe lorsque* h *tendra indéfiniment vers la limite zéro.*

Cela signifie que, pour certaines valeurs de x, la différence $f(x+h) - f(x)$ pourra bien passer indéfiniment par des valeurs alternativement positives et négatives lorsque h convergera vers zéro, de sorte que $f(x+h)$ s'approchera de sa limite $f(x)$ en oscillant indéfiniment au-dessus et au-dessous de cette limite; mais cette circonstance ne pourra se réaliser que pour des valeurs *isolées* de la variable, séparées les unes des autres par des intervalles déterminés. Elle ne pourra subsister pour *toutes* les valeurs de x comprises entre deux limites données, quelque voisines qu'elles soient; ni pour des valeurs *discontinues* de x

(*) La distinction que pose M. Lamarle, entre les valeurs *effectives* que la fonction peut atteindre, et les *valeurs limites* dont elle ne peut qu'approcher indéfiniment, ne nous semble avoir aucune importance au point de vue de la question actuelle. On peut citer une infinité de cas où la dérivée ne cesse pas d'être finie et déterminée, même pour des valeurs de x qui correspondent à ces valeurs limites. D'autre part, il semblerait que les fonctions représentées par des séries convergentes n'admettent d'autres valeurs que des valeurs limites, et doivent être exclues de la théorie. Si, au contraire, on les y admet, il ne sera pas impossible de former, par le moyen des séries trigonométriques, des fonctions continues présentant le même caractère que la fonction $x \sin \frac{1}{x}$ dans le voisinage de la valeur zéro de la variable.

(**) Cet accroissement h sera toujours regardé comme positif dans tout ce qui suit.

telles qu'entre deux consécutives il n'existe aucun intervalle assignable : par exemple, pour toutes les valeurs incommensurables de x comprises dans le plus petit intervalle donné.

Admettons, d'abord, que pour toutes les valeurs de x, depuis une valeur x_0 jusqu'à une autre valeur X, l'accroissement $f(x+h)-f(x)$ de la fonction change indéfiniment de signe lorsque h tend vers la limite zéro. Concevons que la variable passe de la valeur x_0 à une valeur $x_n < X$ par une succession d'accroissements positifs $h_0, h_1, \ldots h_{n-1}$, supposés aussi petits qu'on le veut, et choisis de telle manière que, pour chacune des valeurs correspondantes $x_0, x_1, \ldots x_{n-1}$ de la variable, l'accroissement

$$k_i = f(x_i + h_i) - f(x_i)$$

de la fonction $f(x)$ soit positif. On aura donc

$$f(x_n) - f(x_0) = k_0 + k_1 + \ldots + k_{n-1} > 0,$$

et comme les accroissements h_i peuvent décroître autant qu'on le veut, il est permis évidemment d'admettre que la valeur finale x_n diffère de X d'une quantité moindre que toute quantité donnée. A cause de la continuité de la fonction $f(x)$, $f(x_n)$ différera donc de $f(X)$ d'une quantité aussi petite que l'on voudra, et la relation précédente entraînera celle-ci :

$$f(X) - f(x_0) > 0.$$

Mais, d'un autre côté, on peut concevoir également que l'on passe de la valeur x_0 à la valeur X, ou à une valeur aussi peu différente qu'on le veut de X, par une succession d'accroissements h_i tellement choisis, que les accroissements correspondants k_i de la fonction soient constamment négatifs, et un raisonnement tout à fait semblable au précédent conduira à l'inégalité

$$f(X) - f(x_0) < 0.$$

Celle-ci étant contradictoire avec la précédente, il est clair que l'hypothèse d'où nous sommes partis était absurde.

10. Si, au lieu de se réaliser d'une manière continue pour toutes les valeurs de la variable de x_0 à X, la propriété attribuée à la fonction $f(x+h)-f(x)$, de changer indéfiniment de signe lorsque h tend vers zéro, subsistait seulement pour des valeurs discontinues, se succédant sans intervalle assignable, la démonstration se ferait de la même manière. Car, si l'on considère une valeur quelconque x_i de la variable, on pourra toujours trouver, entre x_{i-1} et x_i, une valeur $x_i-\zeta$ de la variable pour laquelle la fonction $f(x)$ jouisse de la propriété énoncée, et qui diffère assez peu de x_i pour que la différence entre $f(x_i-\zeta)$ et $f(x_i)$ tombe au-dessous de toute grandeur donnée: en sorte que la différence $f(x_i-\zeta)-f(x_{i-1})$ sera de même signe que $f(x_i)-f(x_{i-1})$.

Il suit évidemment de là que l'on peut procéder de la valeur x_0, qui est supposée jouir de la propriété énoncée, jusqu'à la valeur X ou jusqu'à une valeur aussi peu différente qu'on le veut de X, par une suite d'accroissements h_i qu'il est permis de supposer plus petits que toute quantité donnée, et qui satisfont à la double condition : 1° que toutes les valeurs successives par lesquelles passe la variable, x_0, x_1, x_2,..., soient de celles pour lesquelles la fonction $f(x)$ jouit de la propriété supposée; 2° que, par conséquent, les accroissements correspondants k_0, k_1, k_2,.... de cette fonction puissent être supposés à volonté, ou tous positifs, ou tous négatifs, ce qui ramène à la même conclusion que ci-dessus.

11. On peut objecter, à la démonstration précédente, ce qui suit : quand nous disons que la différence $f(x+h)-f(x)$ change de signe indéfiniment lorsque h converge vers zéro, cela signifie que, si petite que soit la valeur de h pour laquelle la fonction $f(x+h)-f(x)$ a un signe déterminé, le signe + par exemple, il existe toujours une infinité de valeurs plus petites pour lesquelles cette même fonction est affectée du signe contraire, ou négatif. Soit h' la plus grande de ces dernières valeurs. Cette quantité h' ne peut jamais être nulle pour aucune des valeurs de x auxquelles s'applique l'hypothèse, mais elle peut décroître indéfiniment à mesure que la variable x se rapproche d'une certaine limite x', comprise entre x_0 et X; et il semble, dans ce cas, qu'il soit impossible de passer de la valeur x_0 à la valeur X, comme

nous l'avons supposé plus haut, par une succession d'accroissements h_i satisfaisant à la condition que les accroissements k_i soient constamment négatifs.

Or, sans qu'il soit besoin de compléter la démonstration sur ce point, il est visible que l'on peut au moins approcher indéfiniment de cette valeur particulière x' par une suite d'accroissements h_i pour lesquels $f(x+h)-f(x)$ soit négatif: il suffira donc de substituer la valeur x' à la valeur X, dans tous les raisonnements que nous avons faits ci-dessus, pour manifester l'impossibilité de l'hypothèse où nous nous étions placés.

Si l'on en excepte donc des valeurs isolées et exceptionnelles de la variable x, la différence $f(x+h)-f(x)$ finit, lorsque h tend vers la limite zéro, par garder constamment un même signe (*): c'est ce que nous appellerons le *signe définitif* de l'accroissement k ou $f(x+h)-f(x)$.

12. Théorème. — *Le signe définitif de l'accroissement* f(x+h)—f(x) *reste constamment le même pour toutes les valeurs de* x *comprises dans un intervalle déterminé.*

C'est-à-dire que, si l'on exclut les valeurs *singulières* de x pour lesquelles $f(x+h)-f(x)$ n'a point de signe définitif, il est impossible que les valeurs de x pour lesquelles le signe définitif est différent, se succèdent sans intervalle assignable.

En effet, si l'on admet qu'il en soit ainsi dans l'intervalle (x_0, X), et que pour $x=x_0$ le signe définitif de k soit, par exemple, positif; on démontrera par un raisonnement semblable aux précédents que l'on peut passer de x_0 à X par une suite de valeurs $x_0, x_1, x_2, \ldots, x_n$ de la variable, pour lesquelles $f(x+h)-f(x)$ soit *positif;* et, par suite, $f(X)-f(x_0)$ sera positif. D'autre part, si la variable x part d'une valeur aussi voisine qu'on le veut de x_0, mais correspondante à un signe *négatif* de $f(x+h)-f(x)$, et si elle procède vers X par une série de

(*) On voit que les fonctions continues « qui effectuent pour chaque valeur rationnelle de x une infinité d'oscillations infiniment petites », fonctions dont M. Hankel donne de prétendus exemples (pp. 20 et 21 de son Mémoire), sont impossibles.

valeurs de x satisfaisant à la même condition, ce qui est évidemment possible en vertu de l'hypothèse, il en résultera nécessairement que $f(X)-f(x_0)$ sera négatif. Cette conclusion, contradictoire avec la précédente, montre l'absurdité de l'hypothèse.

13. De tout ce qui précède il résulte que, si une fonction $f(x)$ est continue dans un intervalle (A, B) de la variable, elle pourra bien, dans le voisinage de certaines valeurs de x, être alternativement et indéfiniment croissante et décroissante lorsque x convergera vers ces valeurs particulières; mais, en général, c'est-à-dire pour toutes les valeurs de la variable comprises dans un intervalle déterminé, quelque petit qu'on le suppose, l'accroissement $f(x+h)-f(x)$ de la fonction aura constamment le même signe définitif. Ce qui revient à dire que l'intervalle (A, B) se décomposera toujours en un nombre déterminé d'intervalles, dans chacun desquels la fonction $f(x)$ sera, ou *constamment croissante*, ou *constamment décroissante*, x étant supposé croître d'une manière continue.

Nous admettrons donc, dans tout ce qui va suivre, que la fonction $f(x)$ reste constamment croissante avec x dans toute l'étendue de l'intervalle (A, B) : on conçoit d'ailleurs que, si elle était constamment décroissante, les raisonnements seraient très-faciles à modifier.

14. A partir d'une valeur quelconque x de la variable comprise entre A et B, on donne à x un accroissement infiniment petit h. Le rapport

$$\frac{k}{h}=\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

de l'accroissement de la fonction à celui de la variable, lorsque h tendra vers la limite zéro, pourra *tendre vers la limite zéro*, ou *croître indéfiniment*, ou *osciller indéfiniment entre deux valeurs déterminées, sans tendre vers aucune limite fixe*, ou, enfin, *converger vers une limite déterminée, finie et différente de zéro*. Chacune de ces hypothèses peut se réaliser pour des valeurs particulières de la variable x, mais la dernière seule peut subsister d'une manière permanente dans toute l'étendue d'un intervalle

déterminé, quelque petit qu'on le suppose. Nous allons le prouver en discutant successivement chacune des autres hypothèses.

15. Théorème. — *Il est impossible que le rapport $\frac{k}{h}$ tende constamment vers la limite zéro, pour toutes les valeurs de* x *comprises dans un intervalle déterminé, quelque petit qu'il soit, ou pour des valeurs discontinues de* x *se succédant sans intervalle assignable entre deux limites données.*

Supposons, d'abord, que le rapport $\frac{k}{h}$ tende vers zéro pour toutes les valeurs de x depuis x_0 jusqu'à X, x_0 et X étant deux valeurs déterminées de x comprises entre A et B. La variable x passant de x_0 à X par une suite d'accroissements $h_0, h_1, \ldots, h_{n-1}$, soient $k_0, k_1, \ldots, k_{n-1}$ les accroissements correspondants de y ou $f(x)$. D'après notre hypothèse, on peut admettre que chacun des accroissements h_i, qui seront d'ailleurs supposés aussi petits qu'on le voudra, soit suffisamment petit pour que le rapport correspondant $\frac{k_i}{h_i}$ soit compris entre zéro et une quantité positive donnée, ε, si petite qu'on la choisisse. On aura donc, par une propriété connue,

$$\frac{f(X)-f(x_0)}{X-x_0}=\frac{k_0+k_1+\cdots+k_{n-1}}{h_0+h_1+\cdots+h_{n-1}}=\text{M}\left(\frac{k_0}{h_0},\frac{k_1}{h_1},\ldots\frac{k_{n-1}}{h_{n-1}}\right),$$

d'où

$$\frac{f(X)-f(x_0)}{X-x_0}=\text{M}(0,\varepsilon).$$

Le rapport qui figure dans le premier membre a nécessairement une valeur déterminée, et, puisqu'il peut être démontré moindre que toute grandeur donnée, il se réduit nécessairement à zéro. Donc, $f(X)=f(x_0)$; et comme ce raisonnement subsiste pour deux valeurs quelconques de x comprises dans l'intervalle (x_0, X), il est clair que la fonction $f(x)$ a une valeur constante depuis $x=x_0$ jusqu'à $x=X$, et n'est point fonction de x dans cet intervalle.

16. Admettons maintenant que le rapport

$$\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

tende vers la limite zéro, non plus pour toutes les valeurs de x comprises entre x_0 et X, mais pour des valeurs de x aussi rapprochées qu'on le veut, remplissant tout cet intervalle. Le rapport ci-dessus varie évidemment d'une manière continue en même temps que h, aussi longtemps que h est supposé différent de zéro : par conséquent, si pour une certaine valeur de h ce rapport est compris entre zéro et ε, on pourra faire décroître h d'une quantité telle, que $\frac{k}{h}$ varie d'une quantité inférieure à toute grandeur donnée, et soit encore compris entre zéro et ε; et que, d'autre part, $x+h$ soit encore une de ces valeurs de x pour lesquelles le rapport $\frac{k}{h}$ a pour limite zéro. Donc, partant d'une certaine valeur x_0 de la variable qui jouit de cette propriété, on choisira les accroissements successifs $h_0, h_1, \ldots, h_{n-1}$ de manière à déterminer une suite de valeurs de x satisfaisant aussi à la même condition, et de manière, en outre, que les rapports

$$\frac{k_0}{h_0}, \frac{k_1}{h_1}, \ldots, \frac{k_{n-1}}{h_{n-1}}$$

soient tous compris entre zéro et ε. D'ailleurs, comme ces accroissements h_i peuvent être supposés aussi petits qu'on le veut, il est clair que la valeur finale x_n différera aussi peu qu'on le voudra de X, et l'on en conclura, comme plus haut [à cause de la continuité de la fonction $f(x)$], que $f(X)-f(x_0)=0$, et que $f(x)$ a une valeur constante entre $x=x_0$ et $x=X$.

Si la valeur h' de h au-dessous de laquelle le rapport $\frac{k}{h}$ reste constamment plus petit que ε, sans pouvoir être nulle pour aucune des valeurs de x que l'on considère (ce qui impliquerait contradiction avec l'hypothèse), tendait vers zéro lorsque la variable x s'approche, en croissant constamment, d'une certaine limite x' comprise entre x_0 et X, il en résulterait pour la démonstration qui précède une difficulté, facile à lever, d'après les observations faites plus haut dans un cas semblable.

17. Théorème. — *Il est impossible que le rapport $\frac{k}{h}$ croisse indéfiniment lorsque* h *tend vers la limite zéro, pour toutes les valeurs de* x *comprises dans un intervalle déterminé* (x_0, X), *si*

petit qu'on le suppose, ou même pour des valeurs discontinues de x qui ne seraient séparées par aucun intervalle assignable.

Dans le premier cas, on concevra que la variable x passe de la valeur x_0 à la valeur X par une suite d'accroissements $h_0, h_1, \ldots, h_{n-1}$, pouvant décroître au-dessous de toute valeur donnée, et tels, par conséquent, que pour chacune des valeurs successives x_i de x le rapport $\frac{k_i}{h_i}$ dépasse une limite donnée R, choisie d'ailleurs aussi grande qu'on le voudra. On aura donc

$$\frac{f(X)-f(x_0)}{X-x_0}=\frac{k_0+k_1+\cdots+k_{n-1}}{h_0+h_1+\cdots+h_{n-1}}=M\left(\frac{k_0}{h_0},\frac{k_1}{h_1},\ldots\frac{k_{n-1}}{h_{n-1}}\right).$$

d'où

$$\frac{f(X)-f(x_0)}{X-x_0}>R.$$

Ce rapport $\frac{f(X)-f(x_0)}{X-x_0}$ a évidemment une valeur finie et déterminée, puisque la fonction $f(x)$ est continue; il pourrait, d'autre part, être démontré plus grand que toute grandeur donnée, ce qui est absurde.

Si les valeurs de x pour lesquelles $\frac{k}{h}$ a pour limite l'infini, sans former une suite continue, n'étaient séparées les unes des autres par aucun intervalle assignable; ou si la valeur h' de h, au-dessous de laquelle le rapport $\frac{k}{h}$ reste constamment $>$ R, tendait vers zéro lorsque x s'approche indéfiniment d'une valeur particulière x' comprise entre x_0 et X, on voit facilement, par les détails dans lesquels nous sommes entrés précédemment, comment i faudrait modifier la démonstration (*).

18. Examinons maintenant la troisième hypothèse que nous avons faite sur la limite du rapport $\frac{k}{h}$, et commençons par établir certaines propositions indispensables.

Admettons que, pour une valeur x de la variable, lorsque l'accroissement h converge vers zéro, le rapport $\frac{k}{h}$ présente une

(*) Il résulte de tout cela que les fonctions continues « dont la dérivée est infinie pour toutes les valeurs commensurables de x, » d'après M. Hankel, sont impossibles.

succession indéfinie de valeurs alternativement plus grandes et plus petites, comprises entre deux quantités positives données P et Q, sans que jamais ce rapport tende vers une limite déterminée. Ou bien, quelque petit que l'on suppose h, le rapport $\frac{k}{h}$ continuera indéfiniment, *dans ses plus grandes oscillations*, à atteindre les limites P et Q, ou du moins à s'en approcher indéfiniment; ou bien, au-dessous d'une certaine valeur de h, les limites P et Q pourront être remplacées par d'autres plus resserrées, P′ et Q′. De même, si pour toutes les valeurs de h inférieures à une valeur donnée, le rapport $\frac{k}{h}$ ne continue pas indéfiniment à atteindre les limites P′ et Q′ dans ses plus grandes oscillations, ou du moins à en approcher autant qu'on le veut, ces limites P′ et Q′ pourront encore être remplacées par d'autres plus rapprochées P″ et Q″; et ainsi de suite. D'ailleurs, l'intervalle compris entre les limites successives P et Q, P′ et Q′, P″ et Q″, etc., ne peut devenir moindre que toute grandeur donnée, sans quoi le rapport $\frac{k}{h}$ finirait nécessairement par tendre vers une limite fixe, ce qui serait contre l'hypothèse : les valeurs décroissantes P, P′, P″, ... tendent donc vers une limite déterminée; et de même pour les valeurs croissantes Q, Q′, Q″, ... Donc, dans tous les cas, les plus grandes valeurs que comporte le rapport $\frac{k}{h}$ finissent toujours par s'approcher indéfiniment d'une certaine limite L, à mesure que h tend vers zéro; et de même, les plus petites valeurs du rapport $\frac{k}{h}$ finissent toujours par s'approcher indéfiniment d'une certaine limite l, et par en différer aussi peu qu'on le veut (*). D'ailleurs, la différence $L - l$ est nécessairement une quantité finie, différente de zéro.

(*) On vérifie cette conclusion par un raisonnement *ab absurdo*, moins lucide toutefois que la démonstration ci-dessus. Si la série des plus grandes valeurs du rapport $\frac{k}{h}$ ne finissait pas, au-dessous d'une certaine valeur de h, par rester ou toujours croissante, ou toujours décroissante, elle se composerait de termes alternativement croissants et décroissants : elle ne comprendrait donc pas seulement *les plus grandes valeurs* du rapport $\frac{k}{h}$. Or, des termes formant une série toujours croissante, ou toujours décroissante, tendent vers une limite déterminée. Un raisonnement analogue s'applique à la limite des plus petites valeurs.

Il suit évidemment de là qu'il est toujours possible de déterminer une quantité très-petite h', telle que, pour aucune valeur de h comprise entre h' et zéro, les plus grandes valeurs du rapport $\frac{k}{h}$ ne pourront surpasser L d'une quantité supérieure à une très-petite quantité donnée ε; telle, en outre, que pour une infinité de valeurs de h inférieures à h', le rapport $\frac{k}{h}$ différera de L d'une quantité moindre que ε. De même pour une infinité d'autres valeurs de h, comprises entre h' et zéro, le rapport $\frac{k}{h}$ différera de la limite l d'une quantité moindre que cette même quantité ε, sans pouvoir jamais devenir plus petit que $l - \varepsilon$.

19. Admettons maintenant que la condition qui vient d'être supposée réalisée par le rapport $\frac{k}{h}$ pour une valeur particulière x de la variable, soit réalisée pour toutes les valeurs successives de cette variable comprises dans un intervalle donné (x_0, X). A chacune de ces valeurs de x correspondra, d'après ce qui vient d'être expliqué, une limite L_x des plus grandes valeurs du rapport $\frac{k}{h}$, et une limite l_x des plus petites valeurs de ce rapport. Nous allons prouver que ces limites L_x et l_x, qui sont des fonctions de la variable x, en sont nécessairement des fonctions continues.

Pour le faire voir, observons d'abord que, la quantité h' définie ci-dessus ne s'évanouissant pour aucune des valeurs de x comprises entre x_0 et X, il est évidemment toujours possible (en restreignant convenablement l'intervalle (x_0, X), s'il est nécessaire), de faire en sorte que, pour aucune des valeurs de x comprises dans cet intervalle, cette quantité h' ne tombe au-dessous d'une certaine limite très-petite λ. Si donc, à partir d'une valeur quelconque de x comprise entre x_0 et X, nous donnons à la variable un accroissement $h < \lambda$, il est permis de supposer, d'après ce qui précède, que h satisfasse à la condition

$$\frac{f(x+h)-f(x)}{h} = L_x + \eta,$$

η étant une quantité positive ou négative, numériquement inférieure à ε. Concevons que x croisse infiniment peu et devienne x'; $f(x+h)$ et $f(x)$ variant l'un et l'autre infiniment peu, par

suite de la continuité de la fonction, il en est nécessairement de même de la quantité $\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$. On aura donc

$$\frac{f(x'+h)-f(x')}{h}=\mathrm{L}_x+\eta\pm\zeta,$$

ζ désignant une quantité positive qui décroîtra indéfiniment en même temps que $x'-x$.

Mais, d'autre part, la limite des plus grandes valeurs du rapport $\frac{k}{h}$, pour la valeur x' de la variable, étant $\mathrm{L}_{x'}$; h étant d'ailleurs $<\lambda$, il est clair (18) que le premier membre de la dernière égalité ne peut surpasser $\mathrm{L}_{x'}$, s'il le surpasse, que d'une quantité η' inférieure à ε, en sorte que l'on a

$$\frac{f(x'+h)-f(x')}{h}\overline{\overline{<}}\,\mathrm{L}_{x'}+\eta',$$

et par suite

$$\mathrm{L}_x+\eta\pm\zeta\,\overline{\overline{<}}\,\mathrm{L}_{x'}+\eta',$$

ou

$$\mathrm{L}_x-\mathrm{L}_{x'}\,\overline{\overline{<}}\,\eta'-\eta\mp\zeta.$$

C'est-à-dire que la différence $\mathrm{L}_x-\mathrm{L}_{x'}$, si elle est positive, est moindre que $2\varepsilon+\zeta$.

Il est évident qu'en passant, par un raisonnement inverse du précédent, de la valeur x' à la valeur x de la variable, on ferait voir tout aussi bien que la différence $\mathrm{L}_{x'}-\mathrm{L}_x$, si elle est positive, est nécessairement inférieure à $2\varepsilon+\zeta$. Et comme la quantité $2\varepsilon+\zeta$ peut être supposée moindre que toute grandeur donnée, si l'on fait décroître suffisamment la différence $x'-x$, cette conclusion, rapprochée de la précédente, nous fait voir que la différence $\mathrm{L}_x-\mathrm{L}_{x'}$, positive ou négative, décroît indéfiniment en même temps que $x'-x$.

Une conclusion identique s'applique nécessairement à la limite l_x des plus petites valeurs de $\frac{k}{h}$: cette fonction ne varie qu'infiniment peu, lorsque la variable passe de la valeur x à une valeur infiniment voisine x'.

20. Il est donc démontré, par ce qui précède, que les fonctions de x désignées par L_x et l_x, à partir d'une valeur donnée de x, varient avec x d'une manière continue, au moins dans une éten-

due déterminée des valeurs de cette variable. Il est donc permis de supposer que l'intervalle (x_0, X) soit restreint de telle manière, que, dans toute l'étendue de cet intervalle, la fonction L_x reste toujours comprise entre deux limites $L + \varepsilon$ et $L - \varepsilon$, et la fonction l_x entre deux autres limites $l + \varepsilon$ et $l - \varepsilon$, L et l désignant des quantités déterminées dont la différence $L - l$ a une valeur finie; ε désignant toujours une quantité positive, que l'on peut choisir aussi petite qu'on le veut.

Cela posé, concevons que la variable x passe de la valeur x_0 à la valeur X, ou à une valeur x_n dont la différence avec X est susceptible de décroître indéfiniment, par une succession d'accroissements $h_0, h_1, \dots h_{n-1}$, pris suffisamment petits pour que, pour chacune de ces valeurs x_i par lesquelles passe la variable, la valeur du rapport

$$\frac{f(x_i + h_i) - f(x_i)}{h_i} = \frac{k_i}{h_i}$$

diffère, de la limite correspondante L_{x_i}, d'une quantité moindre que ε, et soit, par conséquent, comprise entre $L + 2\varepsilon$ et $L - 2\varepsilon$. Nous aurons donc

$$\frac{f(X) - f(x_0)}{X - x_0} = \mathrm{M}\left(\frac{k_0}{h_0}, \frac{k_1}{h_1}, \dots \frac{k_{n-1}}{h_{n-1}}\right) = \mathrm{M}(L + 2\varepsilon, L - 2\varepsilon).$$

Si, au contraire, nous choisissons les accroissements $h_0, h_1, \dots h_{n-1}$, dont la somme égale $X - x_0$ ou en diffère aussi peu qu'on le veut, de telle façon que l'on ait toujours

$$\frac{k_i}{h_i} = \mathrm{M}\,(l_{x_i} + \varepsilon, l_{x_i} - \varepsilon),$$

supposition qui est évidemment permise d'après tout ce que l'on a vu, nous arriverons par un raisonnement semblable à l'équation

$$\frac{f(X) - f(x_0)}{X - x_0} = \mathrm{M}\,(l + 2\varepsilon, l - 2\varepsilon).$$

Or, ε pouvant être choisi aussi petit qu'on le veut, il sera ainsi démontré que le rapport

$$\frac{f(X) - f(x_0)}{X - x_0},$$

dont la valeur est finie et déterminée, diffère par une quantité moindre que toute grandeur donnée de l'une et de l'autre des quantités L, l; et comme ces dernières quantités diffèrent elles-mêmes l'une de l'autre d'une quantité déterminée et finie, cette conclusion est absurde.

Il est donc impossible que, pour toutes les valeurs de la variable comprises entre x_0 et X, le rapport $\frac{k}{h}$ oscille indéfiniment entre des limites distinctes sans tendre vers aucune limite fixe et déterminée.

21. Si nous admettons maintenant que l'hypothèse d'une oscillation indéfinie du rapport $\frac{k}{h}$ ne soit réalisée que pour des valeurs discontinues de x, telles que le plus petit intervalle en renferme une infinité, la démonstration s'étendra sans difficulté comme précédemment. On fera voir, comme au n° 19, que si la différence $x' - x$ de deux de ces valeurs de x tombe au-dessous de toute grandeur donnée, la différence $L_{x'} - L_x$ des valeurs correspondantes de la limite des plus grandes valeurs de $\frac{k}{h}$ tombera aussi au-dessous de toute grandeur donnée; de même pour la limite l_x des plus petites valeurs de ce rapport. On prouvera ensuite que si l'on part d'une valeur x_0 pour laquelle l'hypothèse est réalisée, on pourra faire passer la variable x par une suite de valeurs, convergeant vers X, et jouissant de la même propriété que x_0; telles, en outre, que pour chacune d'elles le rapport $\frac{k_i}{h_i}$ soit toujours compris entre deux limites $L + 2\varepsilon$ et $L - 2\varepsilon$; ou bien, toujours compris entre ces deux autres, $l + 2\varepsilon$, $l - 2\varepsilon$; et l'on retombera sur la même conclusion que dans le premier cas.

Il est bon d'observer que les raisonnements précédents ne s'appliqueraient pas immédiatement au cas où, pour toutes les valeurs de x pour lesquelles l'hypothèse se réalise, la limite L_x des plus grandes valeurs serait *infinie* : mais on voit sans peine que, dans ce cas, la démonstration du n° 17 pourrait être appliquée, et manifesterait l'absurdité de l'hypothèse. Donc enfin :

Théorème. — *Il est impossible que, pour toutes les valeurs de* x *comprises dans un intervalle donné* (x_0, X), *quelque petit qu'il soit, ou pour des valeurs discontinues aussi rapprochées*

qu'on le veut dans cet intervalle, le rapport $\frac{k}{h}$ oscille indéfiniment entre deux valeurs distinctes, sans converger vers aucune limite fixe lorsque h *tend vers zéro.*

22. La conclusion de tout ce qui précède est maintenant fort simple.

Des trois premières hypothèses que nous avons faites (14) sur la limite du rapport $\frac{k}{h}$, h tendant vers zéro, aucune ne peut se réaliser, d'une manière constante, pour des valeurs de x se succédant sans distance assignable dans un intervalle déterminé, quelque petit qu'il soit. Il s'ensuit, évidemment, qu'il est également impossible que ces trois hypothèses se réalisent alternativement pour des valeurs de x indéfiniment rapprochées, puisque cela nous ramènerait immédiatement au cas précédent. Donc, entre deux valeurs de x pour lesquelles l'une quelconque des trois hypothèses se réalise, s'étend nécessairement un intervalle déterminé, dans toute l'étendue duquel la quatrième hypothèse subsiste seule d'une manière constante. Donc, enfin, nous pouvons énoncer ce

THÉORÈME. — *Si la fonction* $f(x)$ *est continue depuis* $x = A$ *jusqu'à* $x = B$, *le rapport*

$$\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

tendra généralement vers une limite finie, déterminée, et différente de zéro, pour des valeurs quelconques de x *comprises dans l'intervalle* (A, B); *en sorte que les valeurs de* x *pour lesquelles cette condition n'est point vérifiée seront, nécessairement, des valeurs isolées, exceptionnelles, séparées les unes des autres par des intervalles déterminés.*

FIN.

MÉMOIRE

SUR LE

PRINCIPE ARGUESIEN UNICURSAL

ET SUR CERTAINS SYSTÈMES

DE COURBES GÉOMÉTRIQUES;

PAR

LOUIS SALTEL.

« C'est par une généralisation continue que
» les lois s'établissent et que les théories
» se forment et multiplient leurs applica-
» tions aux autres parties de la science. —
» CHASLES. *Comptes rendus de l'Académie*
» *des sciences de Paris.* »

(Présenté à la classe des sciences de l'Académie le 15 décembre 1870.)

NOTE PRÉLIMINAIRE

SUR

LA TRANSFORMATION ARGUESIENNE.

I. — DÉFINITION DE LA TRANSFORMATION ARGUESIENNE TRIANGULAIRE.

La transformation arguesienne, dans le cas particulier où le pôle est sur l'une des sécantes communes aux deux coniques de référence, peut, évidemment, être définie comme il suit :

Soient pris à volonté, dans le plan d'une courbe géométrique Σ *d'ordre* M :

1° Une conique ρ;
2° Une droite X;
3° Un point P.

Par le point P, *menons une sécante quelconque qui rencontre les courbes* Σ, ρ, X *en des points*

$$\mu,\ (\alpha,\ \beta),\ x.$$

Le lieu géométrique D, *du point homologue au point*

μ,

dans l'involution définie par les quatre points

$(P, x), \quad (\alpha, \beta),$

est l'arguesienne de la courbe Σ (*).

DÉFINITION. — Afin de distinguer ce cas particulier du cas général, nous conviendrons de donner à la courbe D le nom d'*arguesienne triangulaire*.

Remarque I. — Nous désignerons toujours par A, B les points communs à la conique ρ et à la droite X, et par P le pôle de la transformation.

Remarque II. — Il est bien entendu que la conique ρ peut se réduire à deux droites.

II. — PROPRIÉTÉS ESSENTIELLES DE L'ARGUESIENNE TRIANGULAIRE.

Nous allons, rapidement, rappeler certaines propriétés de la transformation *arguesienne triangulaire* dont nous ferons un grand usage dans la suite.

Première propriété : Ordre et affections de l'arguesienne. — *L'arguesienne d'une courbe* Σ *d'ordre*

m

qui a :

1° *Les trois points*

$A, \quad B, \quad P$

respectivement multiples d'ordre

$a, \quad b, \quad p;$

2° *Les points multiples*

$\gamma, \delta, \ldots \lambda,$

(*) Le lieu des points doubles obtenus dans ces séries de points en involution étant une conique, on trouve, comme cas particuliers de la transformation arguesienne, la transformation de M. Hirst.

situés en dehors des côtés du triangle ABP *et respectivement multiples d'ordre*

$$\gamma_1, \delta_1, \dots \lambda_1;$$

est une courbe D *d'ordre*

$$2m - (a + b + p) = m'$$

qui a :

1° *Les trois points*

$$A, \quad B, \quad P$$

respectivement multiples d'ordre

$$\begin{cases} (A) & m - (a + p) = a'; \\ (B) & m - (b + p) = b'; \\ (P) & m - (a + b) = p'; \end{cases}$$

2° *Les points multiples*

$$\gamma', \delta', \dots \lambda',$$

points homologues à

$$\gamma, \delta, \dots \lambda,$$

respectivement multiples d'ordre

$$\gamma_1, \delta_1, \dots \lambda_1 \text{ (*)}.$$

Seconde propriété : Tangentes aux points multiples P A, B. — Indépendamment des constructions générales indiquées dans les numéros 22, 23, qui subsistent évidemment dans le cas particulier de la transformation *arguesienne triangulaire,* il est essentiel de remarquer les règles suivantes, relatives à cette dernière transformation :

1° *Les tangentes au point* P *sont les droites qui vont de ce point aux points d'intersection de la droite* AB *avec la courbe* Σ.

2° *Les tangentes en l'un des points* A, B, *au point* A, *par exemple, sont les droites arguesiennes des droites qui joignent le point* B *aux points d'intersection de* Σ *avec* AB.

(*) Nous avons omis le cas particulier intéressant où un ou plusieurs points multiples se trouvent sur les côtés du triangle PAB ; nous y reviendrons dans une note spéciale.

Nota. — Il résulte, de ces constructions, que l'étude des affections des points multiples est ramenée, indépendamment du tracé de la courbe, à l'étude de l'intersection d'une droite et d'une courbe connue *à priori*. Poncelet, tome II, numéro 207 du *Traité des propriétés projectives*, enseigne également à ramener la construction des tangentes aux points multiples à la détermination des points d'intersection d'une droite et d'une courbe; mais ses méthodes offrent, outre une certaine complication, le grave inconvénient de supposer la courbe *déjà tracée*.

INTRODUCTION.

« Il est dans chaque science certains points de » vue élevés où il suffit de se placer pour embrasser d'un même coup d'œil un grand nombre de vérités que, dans une position moins » favorable, on aurait pu croire indépendantes » les unes des autres, et que l'on reconnaît dès » lors dériver toutes d'un principe commun, souvent même incomparablement plus facile à établir que les vérités dont il est l'expression » abrégée. »

GERGONNE — *Annales de Mathématiques.*

Deux points principaux font l'objet de ce mémoire : l'un est d'appliquer aux courbes d'ordre m affectées d'un point multiple d'ordre $m-1$ et déterminées par ce point multiple et $2-m$ autres points, les théories exposées dans notre travail sur l'application de la transformation arguesienne à la génération des courbes et des surfaces géométriques (*). Le mode de génération obtenu conduit facilement à la solution d'une nombreuse série de problèmes : c'est à leur développement que nous avons consacré la plus grande partie de ce mémoire.

Mais, si chaque solution de ces problèmes peut être considérée comme constituant un ou plusieurs théorèmes concernant ces courbes, il en est un nombre indéfini d'autres que nous aurions pu énoncer en suivant un procédé uniforme, déduit des considérations suivantes qui montrent, sous un point de vue nouveau,

(*) Voir tome XXII des *Mémoires couronnés et autres mémoires* publiés par l'Académie royale de Belgique.

l'importance *capitale* des résultats obtenus dans le mémoire déjà cité, indépendamment de leur application immédiate à la génération des courbes et surfaces. Ce sont ces considérations et ces nouveaux points de vue qui constitueront l'autre objet principal de notre travail.

En général, si une courbe *arbitraire* B, d'ordre *b*, affectée d'un certain nombre de points multiples peut, à l'aide de ces points multiples, être transformée en une courbe A d'ordre *inférieur a* et d'un genre constant, on conçoit que : *toute propriété générale de* A *fasse connaître une propriété générale de* B, propriété qui peut, d'ailleurs, être plus ou moins élégante, plus ou moins simple, et plus ou moins facile à trouver et à énoncer. Toutefois, pour être bien comprise, cette conception exige quelques développements sans lesquels on pourrait être induit en erreur. Il ne serait pas exact, en effet, de dire, par exemple, que si une conique *quelconque* peut être transformée en une courbe du *troisième* ou du *quatrième* ordre, toute propriété *générale* des coniques se transforme en une propriété *générale* de ces courbes. Ces raisonnements seraient inexacts et prouveraient seulement que : toute propriété *générale* des courbes du *troisième* ou du *quatrième* ordre se transforme en une propriété *générale* des *coniques*, mais non la *réciproque*. Pour que cette réciproque eût lieu effectivement, il faudrait prouver que *toute* courbe du *troisième* ou du *quatrième* ordre peut être transformée en une *conique;* dès lors, toute propriété générale des coniques se transformerait, évidemment, en une propriété générale de ces courbes. On a, du reste, des exemples bien connus qui reposent sur cet ordre d'idées : on ne déduit pas du *cercle* les propriétés des *coniques* parce que tout *cercle* peut être transformé en une *conique*, mais bien parce que *toute conique* peut être transformée en un *cercle*. En thèse générale, on doit donc dire que le *point capital* pour déduire, par voie de transformation, de théorèmes concernant des courbes données, d'autres théorèmes se rapportant à des courbes d'ordre plus élevé, n'est pas de savoir transformer une courbe, générale dans ses affections, en une courbe d'ordre *plus élevé,* mais bien en une courbe d'ordre *moins élevé.*

C'est ainsi, par exemple, que nous eussions pu citer un nombre indéfini de théorèmes sur toutes les courbes mentionnées dans le paragraphe VII, et notamment sur toutes les courbes qui font le sujet des études actuelles, car toutes ces courbes soumises, un nombre suffisant de fois, à la *transformation arguesienne*, donnent naissance à une conique, et l'on connaît une multitude de théorèmes sur cette courbe. Sans insister davantage sur ce premier point, on peut déjà juger, sans peine, de son importance par la simple remarque que parmi les courbes dont il est question, se trouvent les suivantes, célèbres, comme on sait, dans l'histoire de la science. En les énumérant dans l'ordre de leurs degrés, nous citerons : 1° *les strophoïdes;* 2° *la cissoïde;* 3° *le folium de Descartes;* 4° *la parabole semi-cubique;* 5° *l'hypocycloïde à trois rebroussements* (*); 6° *le limaçon de Pascal;* 7° *la cardioïde;* 8° *la lemniscate de Bernoulli;* 9° *la conchoïde de Nicomède :* « Cette courbe du quatrième ordre, ne possédant que deux points doubles, semble échapper, au premier abord, à la série des arguesiennes successives d'une conique; elle en fait cependant partie, grâce à une singularité que présente l'un de ces deux points doubles »; 10° *le scarabée.* Au surplus, en se rappelant les résultats généraux mentionnés au sujet de toutes les courbes du paragraphe VII, on voit déjà que dans la détermination de ces courbes définies par un nombre suffisant de points, il est permis de supposer que plusieurs des points donnés sont imaginaires par couples; ou bien que plusieurs sont infiniment voisins dans des directions données, ce qui implique des conditions de contact, même d'ordre supérieur. Par exemple, on peut demander que la courbe soit tangente à une ou plusieurs droites en des points donnés; qu'elle ait des points multiples réels ou imaginaires et que ses tangentes en ces points soient donnés, ou qu'elle ait des contacts du deuxième, du troisième, du quatrième et même du cinquième ordre, avec une section conique en des points donnés. En outre, pour toutes ces courbes, il sera facile de construire par la règle et le compas, et indépendamment de leur

(*) Voir, à la fin du mémoire, une note concernant cette courbe

tracé, la tangente en un point quelconque, le cercle osculateur, la parabole osculatrice, la conique surosculatrice et déterminer *à priori* les genres auxquels appartiennent leurs points multiples et trouver les tangentes en ces points.

Cette digression posée, continuons à énumérer les courbes générales dont l'étude se ramène à celle de courbes d'ordre inférieur.

Il résulte du paragraphe VIII qu'à toute propriété de la courbe du troisième ordre correspond une propriété appartenant à la courbe du quatrième ordre affectée de deux points doubles, une propriété appartenant à la courbe du cinquième ordre affectée de deux points doubles et d'un triple, une propriété appartenant à, etc....

Il résulte encore du paragraphe X qu'à toute propriété de la courbe du quatrième ordre correspond une propriété appartenant à la courbe du cinquième ordre affectée de trois points doubles, une propriété appartenant à la courbe du sixième ordre affectée de deux points triples et d'un double, une propriété appartenant à, etc., etc.... et d'une manière générale on peut dire que : *à toute propriété d'une courbe d'ordre quelconque correspondent des propriétés appartenant aux courbes d'ordre plus élevé, obtenues en faisant usage du principe de génération exposé dans le paragraphe VI.*

Si nous rapprochons de ce résultat cette proposition capitale déjà connue (*) : *Les courbes obtenues en soumettant une courbe arbitraire* Σ *à une transformation unicursale quelconque, peuvent être considérées comme déduites de cette même courbe* Σ *en lui faisant subir une série de transformations arguesiennes*; nous arrivons déjà à reconnaître la réalité de l'idée que nous avions émise avec réserve dans le paragraphe VI et qui consiste en ce que le principe de génération exposé dans ce paragraphe constitue une *classification des courbes géométriques.*

De plus, si l'on se rappelle qu'on entend par principe de dualité la dépendance qui existe entre les propriétés d'une courbe d'ordre *m* et celles d'une courbe de classe *m* (*), on recon-

(*) Voir les *Bulletins* de l'Académie royale de Belgique, année 1872. — Il est bien entendu qu'il s'agit de la transformation *arguesienne triangulaire.*

naît en outre que, de l'ensemble des deux résultats précédents, ressort un principe nouveau que nous allons définir, et auquel, pour rappeler son origine et ses applications, nous donnerons le nom de *principe arguesien unicursal.*

Ainsi, on entendra par *principe arguesien unicursal la dépendance qui existe entre les propriétés d'une courbe d'ordre quelconque et celles des courbes que l'on obtient en la soumettant à une transformation unicursale arbitraire; les courbes ainsi obtenues ne sont autres, d'ailleurs, que celles qui résultent de la série continue de transformations arguesiennes triangulaires appliquées à la courbe proposée* (**).

Dès lors, la direction à suivre pour arriver à la connaissance des courbes d'ordre supérieur se trouve clairement tracée : on devra étudier d'abord les propriétés des courbes qui forment les bases des différentes hiérarchies et les transmettre, de proche en proche, à toutes leurs courbes dérivées. Ici se présente donc cette question : *A quel caractère reconnaîtra-t-on qu'une courbe donnée doit être considérée comme base ou comme terme d'une hiérarchie?* La réponse est simple : elle résulte immédiatement des formules données au commencement de ce mémoire. Désignons par m l'ordre de la courbe, et par a, b, p les degrés de ses trois points multiples d'ordre le plus élevé : si l'on a

$$a + b + c \leqq m,$$

(*) On peut encore dire que ce principe consiste dans la dépendance des propriétés de deux figures dont l'une est obtenue au moyen de l'autre en faisant usage de la transformation qui lie *unicursalement* un *point* à une *droite*, de telle sorte que quand le point décrit une *droite*, la droite enveloppe un *point* et réciproquement. Je ne sais si l'on a étudié les transformations plus générales qui lient unicursalement un *point* à une *droite* de façon que, quand le point décrit une *droite*, la droite enveloppe une courbe de classe m. Est-il possible de réduire toutes ces transformations à une seule ou à deux? C'est là une question qui mérite d'être approfondie et qui peut conduire à un *principe de pluralité.* Nous y reviendrons plus tard.

(**) Il nous paraît intéressant de faire remarquer qu'entre les propriétés d'une courbe donnée et ses arguesiennes successives, il y a une analogie semblable à celle qui existe entre une fonction et ses fonctions primitives; dans l'un et l'autre cas, l'une sert à étudier les propriétés des autres.

la courbe devra être considérée comme base; dans le cas contraire, elle doit être considérée comme terme.

Mais là ne se bornera pas le seul *criterium* auquel on devra soumettre une courbe donnée. Il est évident, d'après le principe de dualité (*), que tout ce que nous venons de dire au sujet d'une courbe considérée comme résultant du déplacement d'un point mobile, subsiste également dans le cas où l'on considère la courbe, comme résultant du déplacement d'une droite mobile; en conséquence, une courbe arbitraire étant donnée, on devra non-seulement la soumettre au *criterium* précédent qui permettra toujours de décider si elle est base ou terme d'une certaine *hiérarchie ponctuelle*, mais encore au suivant qui décidera également si elle est base ou terme d'une certaine *hiérarchie tangentielle.* Désignons par m' la classe de la courbe, et par a', b', c' les degrés de ses trois tangentes multiples d'ordre le plus élevé : si l'on a

$$a' + b' + c' \leqq m',$$

la courbe doit être considérée comme base; et comme terme, dans le cas contraire.

Ajoutons, pour être complet, que l'étude des courbes *primitives* se simplifiera elle-même considérablement par l'application de la *transformation homographique;* c'est ainsi, en effet, que Poncelet, on le sait, a déduit du *cercle* de si nombreux théorèmes concernant les coniques; laissons d'ailleurs la parole à l'illustre géomètre : « Il resulte de la nature même de cette transformation que, voulant établir une propriété sur une figure donnée, il suffira de démontrer qu'elle a lieu pour l'une quelconque de ses transformées. Or, parmi toutes les transformées possibles de cette figure, il peut en exister qui soient réduites à des circonstances plus simples, et sur lesquelles la démonstration ou la recherche qu'on se propose devient de la première facilité et n'exige qu'un léger coup d'œil, ou, tout au plus, la connaissance de quelques propriétés élémentaires de la géométrie, pour être aperçue ou sentie.

(*) D'ailleurs cela résulte aussi des théories de la transformation arguesienne tangentielle.

Par exemple, la figure renfermant en particulier une section conique, pourra être regardée comme la transformée d'une autre, pour laquelle la section conique sera remplacée par une circonférence de cercle; et cette seule remarque suffira pour ramener les questions les plus générales sur les sections coniques, à d'autres qui soient purement élémentaires. On conçoit, d'après cela, de quelle importance peut être la doctrine de cette transformation pour toutes les recherches géométriques, et combien les considérations qu'elle offre peuvent abréger et rendre faciles ces recherches. Une figure étant donnée, tout se réduira, comme on voit, à rechercher celle de ses transformées qui présentera des circonstances plus élémentaires et plus propres, par leur simplicité, à faire découvrir les relations particulières que l'on a en vue. »

Tel est l'ensemble des transformations générales qui devront présider à l'étude des courbes géométriques.

En résumé, nous voyons que les courbes géométriques, comme les *nombres* et les *fonctions*, dérivent toutes d'un certain nombre de courbes *premières*, faciles à déterminer, dont l'étude préalable conduit facilement à la connaissance des familles auxquelles elles donnent naissance. Est-il question, par exemple, *des ovales de Descartes*, ou *des ovales de Cassini?* La simple inspection de leur équation montrant qu'elles ont pour points doubles les deux points circulaires à l'infini, on en déduit que l'étude de ces courbes rentre dans la classe des courbes du quatrième ordre affectée de deux points doubles. Or, si l'on applique à ces courbes générales le premier des deux *criterium*, on en conclut, immédiatement, que leur théorie est renfermée dans celle des courbes du troisième ordre dépourvues de point double. Quant à ces dernières, l'application de la transformation homographique ramène leur étude à celles d'entre elles qui passent par les points circulaires à l'infini, courbes bien plus faciles à étudier. Enfin, si nous remarquons que le second *criterium*, appliqué aux courbes du quatrième ordre affectées de deux points doubles, montre que ces courbes sont *primitives* dans les *hiérarchies tangentielles*, nous pouvons encore énoncer cette conséquence importante : *Une courbe donnée peut être primitive dans les hiérarchies ponctuelles*

et dérivée dans les hiérarchies tangentielles; et réciproquement.

Le principe *arguesien unicursal* étant bien défini et son application parfaitement déterminée, empressons-nous d'ajouter qu'il eût été déjà formulé depuis longtemps par M. Chasles si, à l'époque où a paru l'*Aperçu historique* (1837), les deux résultats fondamentaux qui nous ont permis de l'établir eussent été déjà connus. Quant à nous, nous avons hâte de faire observer que c'est précisément en méditant sur les profondes et lumineuses réflexions de l'illustre géomètre qu'il nous est venu à l'esprit.

On lit dans l'*Aperçu historique :* « Les principes de dualité et d'homographie, et les diverses méthodes qui en dérivent..., font, avec la théorie des transversales, les plus puissantes doctrines actuelles de la géométrie récente, et lui donnent un caractère de facilité et d'universalité qui la distingue de la géométrie ancienne (*).

(*) Il nous paraît intéressant et instructif de rappeler les paroles enthousiastes par lesquelles le célèbre journaliste Gergonne annonçait en 1827, à ses lecteurs, ce divorce entre la géométrie ancienne et la géométrie moderne: « Les esprits superficiels, ceux qui n'étudient les sciences que comme on apprend un métier et qui n'en comptent pour rien la philosophie, pourront ne voir dans le beau travail de M. Poncelet que quelques théorèmes nouveaux ajoutés à ceux dont nous sommes déjà en possession, et une manière nouvelle de démontrer des théorèmes déjà connus. Peut-être même des gens incapables de rien inventer par eux-mêmes, voudront-ils nous prouver avec une sorte de triomphe que quelques-uns des théorèmes donnés pour nouveaux, par l'auteur de la théorie des polaires réciproques, sont implicitement compris dans d'autres théorèmes déjà démontrés, il y a tant ou tant de siècles, par quelque géomètre grec ou latin bien ignoré. Mais il s'agit ici, suivant nous, de bien autre chose; il ne s'agit pas moins de commencer pour la géométrie, mal connue depuis près de deux mille ans qu'on s'en occupe, une ère tout à fait nouvelle; il s'agit d'en mettre tous les anciens traités à peu près au rebut, de leur substituer des traités d'une forme tout à fait différente, des traités vraiment philosophiques qui nous montrent enfin cette étendue, réceptacle universel de tout ce qui existe, sous sa véritable physionomie, que la mauvaise méthode d'enseignement adoptée jusqu'à ce jour ne nous avait pas permis de remarquer; il s'agit, en un mot, d'opérer dans la science une révolution aussi impérieusement nécessaire qu'elle a été jusqu'ici peu prévue, etc. » Quelques années plus tard, en 1831, Poncelet définissait lui-même cette révolution en des termes des plus précis : « Dans les précédentes sections,

Ces modes de transformation, en effet, sont autant de moyens sûrs, de moules, pour ainsi dire, qui servent a créer à volonté, des vérités géométriques sans nombre.... Ces moyens que possède la géométrie récente de multiplier ainsi à l'infini les vérités géométriques peuvent être assimilés aux formules et aux transformations générales de l'algèbre, qui donnent avec sûreté et promptitude la réponse aux questions diverses qu'on leur soumet, ou bien, en quelque sorte, aux réactifs du chimiste, qui opèrent d'une manière sûre et invariable la transmutation des matières qu'il leur présente; ces moyens sont donc de véritables instruments, que ne possédait point l'ancienne géométrie, et qui font le caractère distinctif de la géométrie moderne.

Dans la géométrie ancienne, les vérités étaient isolées, de nouvelles étaient difficiles à créer et ne devenait pas géomètre inventeur qui voulait.

Aujourd'hui, chacun peut se présenter, prendre une vérité quelconque connue, et la soumettre aux divers principes de transformation (*); il en résultera d'autres vérités, différentes; et cellesci seront susceptibles de pareilles opérations; de sorte qu'on pourra multiplier, presque à l'infini, le nombre de vérités nouvelles déduites de la première : toutes, il est vrai, ne mériteront pas de voir le jour, mais un certain nombre d'entre elles pourront

comme dans tout le cours du premier volume du *Traité des propriétés projectives*, nous nous sommes bien plus occupés de l'établissement des méthodes et des principes généraux que de l'exposition dogmatique des propriétés ou théorèmes individuels relatifs à certaines figures, quels qu'en fussent d'ailleurs le mérite et l'utilité propres. Car les méthodes, les principes généraux et féconds sont, à mes yeux, je dois le redire, les acquisitions les plus précieuses comme les plus rares en mathématiques; tandis que les théorèmes particuliers, isolés, sans liens nécessaires, les problèmes et les corollaires plus ou moins ingénieux qui découlent de ces principes étant en nombre, pour ainsi dire, illimité, ne peuvent se retenir dans la mémoire quand ils ne sont pas d'une application journalière et en quelque sorte usuelle. C'est là une vérité incontestable et jusqu'à présent incontestée. »

(*) On ne doit pas perdre de vue que les seules transformations qui fussent alors connues, sont celles qui dérivent des principes de dualité et d'homographie.

offrir de l'intérêt et conduire même à quelque chose de très-général.

Peut donc qui voudra, dans l'état actuel de la science, généraliser et créer en géométrie; le génie n'est plus indispensable pour ajouter une pierre à l'édifice. »

Après ces paroles, qui jettent tant d'éclat sur la philosophie de la question, il va nous suffire, sans doute, pour fixer complétement l'esprit du *principe arguesien unicursal*, de faire connaître entièrement un certain nombre de ses applications. Toutefois elles seront peu nombreuses, nous en réservant un grand nombre à l'occasion de la courbe du troisième ordre à point double, et surtout en vue d'une étude spéciale. Ajoutons, d'ailleurs, que dans ce nouveau travail, notre but sera moins de faire connaître une multitude de vérités nouvelles que d'établir certaines théories complémentaires relatives à la transformation arguesienne, théories qui permettront d'établir ces vérités sans la moindre difficulté. Au reste, guidé par la pensée, si éloquemment développée par les extraits précédents, que dans l'état de fécondité actuelle de la science, on ne saurait la faire progresser par un grand nombre de théorèmes nouveaux, mais bien par des méthodes, nous restreindrons l'application du *principe arguesien unicursal*, dont l'étendue serait sans limite, à la recherche de vérités générales, simples et élégantes.

Actuellement, comme application, considérons la cubique à point double.

Le premier *criterium* apprenant que cette courbe peut être considérée comme la transformée d'une *conique*, cherchons, par exemple, le théorème transformé qui correspond à celui-ci :

Soient W *une conique déterminée par les quatre points* $\alpha, \beta, \varepsilon, \gamma$ *et la tangente* αT *en l'un d'eux* α. *Considérez les points* I, H, *intersections des droites* $\varepsilon\beta, \varepsilon\gamma$ *avec* αT; *imaginez les deux coniques* ρ_1, ρ_2 *tangentes respectivement, au point* α, *aux droites* $\alpha\gamma, \alpha\beta$ *et passant par les points* I, H *et par deux mêmes points quelconques du plan* $\lambda_1\, \lambda_2$; *ces deux coniques se coupent en un quatrième point* α_1 : *la conique* M *tangente à* α, *à* αT *et passant par les points* $\lambda_1, \lambda_2, \alpha_1$, *a trois points confondus en* α *avec la conique* W.

points λ_1, λ_2, α_1, *a trois points confondus en* α *avec la conique* W. Ce théorème, dont nous ferons connaître la démonstration dans le courant du mémoire, résout ce problème : *Par deux points arbitrairement donnés sur le plan d'une conique* W *définie par quatre points* α, β, ε, γ *et la tangente en l'un d'eux* α, *mener une conique qui ait avec elle trois points confondus en* α.

Cela posé, soit Σ une courbe du troisième ordre à point double ε, et λ_1, λ_2 deux points pris arbitrairement sur Σ. Considérons l'arguesienne triangulaire de cette courbe en prenant pour points P, A, B les points ε, λ_1, λ_2 : la transformée est une conique W_1, passant par le point ε et ne passant pas par les point λ_1, λ_2, car on a, en effet

$$m = 3, \quad a = 1, \quad b = 1, \quad p = 2$$

d'où

$$m' = 2m - (a + b + p) = 2 \qquad a' = m - (a + p) = 0$$
$$b' = m - (b + p) = 0 \qquad p' = m - (a + b) = 1.$$

Cela fait, effectuons sur la conique W_1, les constructions faites sur W en prenant pour points arbitraires les points λ_1, λ_2, et repassons de cette figure à la précédente. La tangente αT devient la conique θ tangente en α' (point homologue à α) à Σ, et passant par les points ε, λ_1, λ_2; les points I, H, donnent naissance aux points d'intersection de θ avec les deux droites $\varepsilon\beta$, $\varepsilon\gamma$; les deux coniques ρ_1, ρ_2 donnent deux coniqnes ρ'_1, ρ'_2 tangentes respectivement au point α' aux coniques $(\alpha'\gamma'\varepsilon\lambda_1\lambda_2)$ $(\alpha'\beta'\varepsilon\lambda_1\lambda_2)$ et passant respectivement par les points I'_1 H'_1 et par les deux mêmes points λ_1, λ_2; ces deux coniques ρ'_1, ρ'_2, se coupent en un quatrième point α'_1. point homologue à α_1; la conique M devient la conique M' tangente en α' à θ et passant par les points λ_1, λ_2, α'_1. Or, dans la seconde figure M a trois points confondus en α avec W_1, donc M' a aussi trois points confondus en α' avec Σ, de là ce théorème :

Soit Σ *une courbe du troisième ordre à point double* ε *déterminée par ce point double et six autres points* α, β, γ, λ_1, λ_2 *dont deux sont confondus en* α *suivant la direction* αT. *Considérez les seconds points d'intersection* I, H *de* $\varepsilon\beta$, $\varepsilon\gamma$ *avec la conique tangente en* α *à* αT *et passant par* ε, λ_1, λ_2; *imaginez les deux coniques* ρ_1, ρ_2 *tangentes respectivement au point* α *aux coniques*

$(\alpha\gamma\varepsilon\lambda_1\lambda_2)$ $(\alpha\beta\varepsilon\lambda_1\lambda_2)$ *et passant respectivement par les points* I, H *et par les deux mêmes points* λ_1, λ_2; *ces deux coniques se coupent en un quatrième point* α_1 : *la conique tangente en* α *à* αT *et passant par les points* λ_1, λ_2, α_1 *a trois points confondus en* α *avec la courbe proposée* Σ.

Nota. — Ce théorème donne, comme on voit, une construction assez simple du cercle osculateur en un point α d'une courbe du troisième ordre à point double, déterminée par ce point double ε, la tangente en α et quatre autres points γ, β, λ_1, λ_2; dans le cas où la cubique est circulaire, la construction de ce cercle est comprise dans cet élégant théorème :

Soit Σ *une cubique circulaire à point double* ε *déterminée par ce point double et trois autres points* α, β, γ *et la tangente* αT *en l'un d'eux* α. *Considérez les seconds points d'intersection* I, H *de* $\varepsilon\beta$, $\varepsilon\gamma$ *avec le cercle tangent en* α *à* αT *et passant par* ε; *imaginez les deux cercles* ρ_1, ρ_2 *tangents respectivement au point* α *aux cercles* $(\alpha\gamma\varepsilon)$ $(\alpha\beta\varepsilon)$ *et passant respectivement par les points* I, H; *ces deux cercles se coupent en un second point* α_1 : *le cercle tangent en* α *à* αT *et passant par le point* α_1 *est le cercle osculateur au point* α *de la cubique* Σ.

Sans qu'il soit besoin de rentrer dans des détails semblables aux précédents, nous allons nous borner à donner dans une première colonne certains théorèmes concernant les coniques et dans la colonne en regard les théorèmes transportés aux cubiques à point double. Pour les définir, le plus brièvement possible, nous conviendrons de désigner par les notations PABCD ou PABEDEF une conique déterminée par les cinq points P, A, B, C, D ou une cubique à point double P déterminée par ce point double et six autres points A, B, C, D, E, F.

Si deux triangles ABC *et* abc *sont tels que les côtés respectifs* AB *et* ab, BC *et* bc, AC *et* ac *se coupent en trois points* I, K, L *situés en ligne droite, les droites* Aa, Bb, Cc *joignant deux à deux les sommets opposés à ces côtés passent par un même point* O. — Desargues.

Si l'on considère les deux systèmes de trois cubiques

$$\left\{\begin{array}{l}\text{PEFGHAB,}\\ \text{PEFGHBC,}\\ \text{PEFGHCA,}\end{array}\right. \qquad \left\{\begin{array}{l}\text{PEFGH}ab\text{,}\\ \text{PEFGH}bc\text{,}\\ \text{PEFGH}ca\text{,}\end{array}\right.$$

et que ces systèmes soient tels que les nouvelles cubiques

$$\left\{\begin{array}{l}\text{PEFGHAB,}\\ \text{PEFGH}ab\text{,}\end{array}\right. \left\{\begin{array}{l}\text{PEFGHBC,}\\ \text{PEFC}bc\text{,}\end{array}\right. \left\{\begin{array}{l}\text{PEFGHCA}\\ \text{PEFGH}ca\text{,}\end{array}\right.,$$

se coupent deux à deux en trois points I, L, K *différents des points* P, E, F, G, H, *et situés sur une même cubique à point double* P, *passant par les points* E, F, G, H, *les courbes :*

PEFGHA*a*, PEFGHB*b*, PEFGHC*c*,

passent par un même point O, *qui ne coïncide généralement pas avec les points* PGFGH.

Prenons à volonté six points quelconques sur une conique; imaginons l'hexagone qui a pour sommets ces six points et désignons les côtés par les numéros

(1), (2), (3), (4), (5), (6),

si l'on considère les trois couples de droites

(1, 4), (2, 5), (3, 6),

elles se coupent en trois points en ligne droite. — Pascal.

Prenons à volonté sept points quelconques A, B, 2, 3, 4, 5, 6 *sur une courbe du troisième ordre à point double. Si l'on considère les couples de courbes :*

$$\left\{\begin{array}{l}\text{P2,}\\ \text{PAB45,}\end{array}\right. \left\{\begin{array}{l}\text{PAB23,}\\ \text{PAB56,}\end{array}\right. \left\{\begin{array}{l}\text{PAB45,}\\ \text{P6,}\end{array}\right.$$

elles se coupent deux à deux en trois points I, K, L *situés sur une conique passant par les trois points* P, A, B.

Nota. — Si la cubique est circulaire, on peut supposer que les points A, B soient les points circulaires à l'infini; dans ce cas le théorème prend une forme extrêmement simple et donne une génération élégante de la cubique lorsqu'elle est déterminée par un nombre suffisant de points.

Prenons à volonté six tangentes d'une conique ; imaginons l'hexagone formé par ces six tangentes et désignons ses sommets par les numéros

(1), (2), (3), (4), (5), (6).

Si l'on considère les trois droites

(1, 4), (25), (36),

elles se coupent en un même point. — Brianchon.

Prenons à volonté six coniques tangentes à une cubique PABCDEF *et passant par les trois points* P, A, B; *ces coniques se coupent deux à deux suivant un autre point; désignons les six points ainsi obtenus par les numéros* (1), (2), (3), (4), (5), (6). *Si l'on considère les trois coniques.*

(PAB14), (PAB25), (PAB36),

elles se coupent en un même quatrième point.

Lorsque plusieurs coniques ont mêmes sécantes, si l'on inscrit dans l'une de ces courbes un polygone dont tous les côtés, moins un, soient tangents aux autres courbes, puis que l'on déforme le polygone en faisant glisser ses sommets sur la première conique, et ses côtés sur les autres coniques, le côté libre et toutes les diagonales du polygone rouleront sur d'autres coniques ayant mêmes sécantes communes avec les proposées. — Poncelet.

Ce théorème a fixé l'attention des analystes ; Jacobi en a fait une application dans la théorie des fonctions elliptiques.

Lorsque plusieurs courbes du troisième ordre ont même point double P *et cinq autres points communs* A, B, C, D, E, *si l'on inscrit dans l'une d'elles un polygone dont nous désignerons les sommets par* $\alpha, \beta, \gamma, \delta \ldots \lambda, \theta$ *et tel que les coniques :*

$PAB\alpha\beta$, $PAB\beta\gamma$, $PAB\gamma\delta \ldots PAB\lambda\theta$,

soient tangentes aux autres courbes, puis que l'on déforme le polygone, en faisant glisser ses sommets sur la première courbe, et les coniques correspondantes sur les autres courbes, la conique libre $PAB\alpha\theta$ *et toutes les coniques passant par* P, A, B *et deux des sommets du polygone, rouleront sur d'autres courbes du troisième ordre ayant même point double* P *et cinq autres points communs* A, B, C, D, E.

Étant données trois coniques quelconques U, A, A′, *si l'on en décrit deux autres* B, B′ *dont* B *passe par les points d'intersection de* U *et* A, B′ *par les points d'intersection de* U *et* A′,

Étant donnée une courbe du troisième ordre U *à point double* P *et deux coniques* A, A′ *passant par deux mêmes points* C, D *de cette courbe, leurs autres points d'intersection avec cette dernière étant respectivement :*

$$\alpha,\ \beta,\ \gamma,\ \delta,$$
$$\alpha'\ \beta',\ \gamma'\ \delta';$$

les quatre points d'intersection de B *et* B' *seront sur une conique* Σ *passant par les points d'intersection de* A *et* A'. — Chasles.

si l'on considère deux courbes quelconques B, B' *du quatrième ordre à trois points doubles* P, C, D *et passant respectivement par*

$$(\alpha, \beta, \gamma, \delta), \qquad (\alpha' \beta' \gamma' \delta');$$

ces deux courbes se coupent en quatre points différents généralement des points doubles P, A, B *et situés sur une même conique* Σ *avec les quatre points d'intersection de* A *et* A'.

Ces quelques applications suffisent certainement pour bien fixer l'esprit de la méthode qui préside à leur recherche (*), nous n'en citerons donc pas d'autres. Toutefois il nous reste à faire remarquer que, si par *le principe arguesien unicursal*, il est des théorèmes qui se transforment naturellement et sans difficulté (**), tels sont ceux en général qui se transforment facilement par le principe de dualité (***), il en est d'autres qui exigent, pour être transformés, une *étude préliminaire* établissant les relations de distance, d'angles ... entre les points, les angles ... de la courbe proposée et de son arguesienne (****); c'est cette étude et ses

(*) C'était là pour le moment, nous le répétons, notre but essentiel.

(**) Tels sont, par exemple, les théorèmes relatifs aux coniques qui nous ont permis d'énoncer une centaine de théorèmes sur la cubique à point double (voir le chapitre II de ce mémoire), une centaine de théorèmes sur les courbes du quatrième ordre à trois points doubles (voir les *Bulletins* de l'Académie royale de Belgique). Il est important de remarquer que tous ces théorèmes peuvent à leur tour être transformés sans difficulté, et transmis respectivement à toutes les courbes mentionnées dans le paragraphe VII.

(***) Chacun de ces théorèmes soumis au *principe arguesien unicursal*, en donnant une infinité d'autres, on juge, sans peine, de la fécondité de ce dernier principe en combinant cette remarque avec la suivante tirée du traité des propriétés projectives : « La mine est d'une richesse, pour ainsi dire, intarissable; si l'on voulait, en effet, seulement citer ou énoncer les théorèmes de géométrie qui peuvent découler de la théorie des polaires réciproques par sa simple application aux propositions déjà connues, il faudrait y consacrer des volumes entiers et un temps considérable. »

(****) L'application complète du principe de dualité exige également une étude préliminaire toute semblable. M. Mannheim y a consacré un volume

applications que nous aborderons dans le prochain dont nous avons déjà parlé (*).

Afin d'apporter dans la rédaction des courbes d'ordre m qui ont un point multiple d'ordre $m-1$, le plus d'ordre et de clarté possible, nous considérerons dans des chapitres spéciaux, d'abord le cas de $m=2$, puis surtout le cas de $m=3$ et enfin le cas de m quelconque; deux autres chapitres seront consacrés aux courbes de la m^{me} classe affectées d'une tangente multiple d'ordre $m-1$ et déterminées par cette tangente multiple et $2m$ autres tangentes simples.

Cependant, avant d'aborder cette étude, comme le théorème de Desargues y joue un grand rôle, il nous semble que notre travail offrirait une lacune si nous ne consacrions quelques détails historiques à ce célèbre théorème.

Desargues est le premier qui ait regardé comme variété d'une même courbe toutes les sections coniques et c'est ainsi qu'il a transporté aux coniques diverses propriétés connues du système de deux droites. L'une de ses découvertes dans cet ordre d'idées, déduite du théorème de Pappus relativement aux segments déterminés sur une transversale par les diagonales d'un quadrilatère et ses quatre côtés, est justement le célèbre théorème qui porte son nom (**) et dont voici l'énoncé primitif : « Le produit des segments

publié en 1857. C'est en prenant pour base de transformation, la transformation par polaires réciproques, que, M. Mannheim enseigne à transformer les diverses parties d'un théorème quelconque.

(*) A l'occasion de tous ces théorèmes obtenus par le principe *arguesien unicursal*, nous sommes tentés de faire déjà une observation semblable à celle que faisait si judicieusement M. Chasles dans son discours d'inauguration du cours de géométrie supérieure, relativement aux théorèmes obtenus par voie analytique : « Une vérité est-elle connue, que la géométrie en cherche la démonstration *en évitant les solutions dues aux méthodes de transformation ;* soyez sûrs que dans cette recherche elle rencontrera et fera connaître diverses autres propriétés qui se rattachent au sujet, l'éclairent et le complètent. »

(**) Cette proposition étant fondamentale dans la théorie de la *transformation arguesienne*, légitime, parfaitement, cette dernière dénomination.

compris sur une transversale entre un point d'une conique et deux côtés opposés d'un quadrilatère inscrit dans cette conique, est au produit des segments compris entre le même point et les deux autres côtés dans un rapport égal à celui des produits analogues des segments correspondants au second point de rencontre de la transversale avec la conique. » Desargues a désigné lui-même cette relation sous le nom d'involution de six points (*). Les six points étant conjugués deux à deux, Desargues examinait le cas où deux points conjugués viendraient à se confondre, et celui où deux couples de points conjugués se réuniraient en même temps.

On savait depuis longtemps déjà, grâce aux indications fournies par Beaugrand, Bosse et Huret, que Desargues avait tiré de son théorème beaucoup de conséquences importantes; malheureusement l'ouvrage intitulé : *Brouillon projet*, où il avait consigné ses recherches, n'a été retrouvé que de nos jours. On lit à ce sujet, dans le rapport de M. Chasles sur les progrès de la géométrie, page 503 : « Les ouvrages de Desargues, géomètre éminent du dix-septième siècle, étaient pour la plupart de simples essais ou *brouillons projets*, imprimés parfois sur des feuilles volantes. Aussi ne nous sont-ils pas parvenus, et n'étaient-ils connus jusqu'à ces derniers temps que par quelques fragments, conservés principalement dans les traités de perspective et la coupe des pierres du graveur Bosse. Les géomètres regrettaient surtout la perte du *Traité des coniques*, mis au jour en 1636, sous le titre : *Brouillon projet d'une atteinte aux événements des rencontres d'un cône avec un plan*, ouvrage dont Descartes, Pascal et Fermat ont parlé

(*) Bien que la dénomination ait été conservée, on ne doit pas perdre de vue que la théorie de l'involution, telle qu'elle est enseignée aujourd'hui, considérée comme cas particulier des séries homographiques, ainsi que ses constructions les plus répandues, sont dues entièrement à M. Chasles. C'est en nous plaçant à ce point de vue que nous avons pu résoudre en quelques pages (voir le chapitre Ier de ce mémoire), par des constructions dont il n'a pas été donné, croyons-nous, de plus simples, les différentes questions que comporte une conique définie par les conditions de passer par des points ou de toucher des droites.

avec éloges. Une copie de ce traité, faite par de la Hire en 1679, ce qui semble indiquer que déjà à cette époque l'ouvrage était devenu rare, s'est retrouvé, il y a une vingtaine d'années, avec un exemplaire des traités originaux de Desargues sur *la coupe des pierres et des cadrans* (*). » Robert Simson, Brianchon, Sturm, M. Chasles et d'autres ont depuis mis en œuvre le théorème de Desargues et en ont tiré de nombreux et intéressants corollaires. C'est à Sturm que l'on doit son énoncé actuel.

(*) Cet ouvrage des coniques a été publié en deux volumes par M. Poudra.

MÉMOIRE

SUR

LE PRINCIPE ARGUESIEN UNICURSAL

ET SUR CERTAINS SYSTÈMES

DE COURBES GÉOMÉTRIQUES.

CHAPITRE I.

CONSIDÉRATIONS SUR LES CONIQUES, DÉFINIES PAR CINQ POINTS.

I. — DÉFINITION DE LA COURBE, COMME LIEU GÉOMÉTRIQUE; GÉNÉRATION DE LA COURBE.

Le théorème de *Desargues* donne, comme on sait (*), une construction très-simple de la conique définie par cinq points. Je me propose, dans ce premier chapitre, de rappeler ou d'établir (**) les solutions d'une série d'autres problèmes, qu'il résout avec une égale facilité et qui d'ailleurs nous seront utiles dans la suite.

Donnons d'abord son énoncé :

Les coniques qui passent par l'intersection de deux autres

(*) Voyez le Mémoire de *Brianchon* sur les courbes du second ordre et le Mémoire de *Sturm* publié dans les *Annales de Mathématiques* de *Gergonne*, t. XVIII.

(**) Dans ce chapitre, comme dans les suivants, tout ce qui ne nous sera point personnel sera mis entre parenthèses.

c_1, c_2, *déterminent, sur une sécante quelconque* s, *une série de segments en involution* (*).

Il suit de là que si une conique c_3 passe par les quatre points d'intersection de deux coniques c_1, c_2 et par un cinquième point P; et que, par ce point on mène une transversale arbitraire rencon-

(*) Ce théorème qui, aujourd'hui, d'après le *principe de correspondance*, peut être considéré comme une conséquence immédiate de ces deux autres:

1° Une droite ne rencontre une conique qu'en deux points;

2° Une conique est déterminée par cinq points,

est plus général que celui de *Desargues;* il a été ainsi généralisé par *Sturm*, dans le mémoire déjà cité; dans ce même mémoire on trouve, comme application, une démonstration du théorème de *Pascal*, que nous ne pouvons nous empêcher de reproduire :

« Supposons que l'on rende fixes les points où une transversale est coupée par trois des côtés d'un quadrilatère inscrit dans une section conique, et qu'on fasse ensuite varier ce quadrilatère de telle sorte que, sans cesser d'être inscrit, il ait toujours trois de ses côtés dirigés vers les mêmes points, le quatrième côté variera aussi; mais comme, des six points en involution, cinq demeurent invariables, savoir les trois points dont il s'agit et les deux points d'intersection de la transversale avec la courbe, le sixième aussi devra être invariable. Donc, *si l'on inscrit à une ligne du second ordre une suite de quadrilatères, tels que trois de leurs côtés passent constamment, et dans un ordre assigné, par trois points fixes, pris à volonté sur une droite arbitraire, leurs quatrièmes côtés concourent constamment en un quatrième point fixe de la même droite.*

Soit ABCDEF un hexagone quelconque inscrit à une ligne du second ordre; désignons par G, H, K, respectivement les points de concours des côtés opposés AB et DE, BC et EF, CD et FA; menons par les deux sommets opposés A et D, une diagonale coupant GH en L; les quadrilatères ABCD, DEFA auront trois de leurs côtés qui passeront par les mêmes trois points G, H, L d'une droite; donc le point K de concours des côtés restants devra aussi se trouver sur cette droite; c'est-à-dire que, *dans tout hexagone inscrit à une ligne du second ordre, les points de concours des côtés respectivement opposés sont situés sur une même ligne droite.*

Remarque. Il est évident que ce théorème ne s'applique pas seulement à l'hexagone convexe, mais encore à l'hexagone fermé quelconque. On forme un hexagone inscrit en traçant six cordes consécutives dans un sens ou dans un autre de manière à revenir finalement au point de départ. Si l'on numérote les côtés dans l'ordre suivant lequel on les a obtenus, les trois points d'intersection (1, 4), (2, 5), (3, 6) sont en ligne droite.

trant les coniques c_1, c_2 en des points (α, α'), (β, β'), cette conique est : *le lieu géométrique du point homologue au point* P *dans l'involution déterminée par les couples de points* (α, α'), (β, β').

Ce théorème conduit à la génération suivante d'une conique déterminée par cinq points P, A, B, C, D :

« *Coupez le quadrilatère* ABCD *par une sécante quelconque*
» *issue de* P ; *soient* (α, α'), (β, β') *les couples de points d'inter-*
» *section avec les côtés opposés ; par les segments* (α, α'), (β, β')
» *et un point arbitraire* λ, *faites passer deux cercles ; tracez*
» *leur axe radical, tracez ensuite un cercle passant par le point*
» P *et ayant même axe radical que les précédents, le deuxième*
» *point de rencontre de ce cercle avec la sécante appartient à la*
» *conique.* »

Remarque. — Cette construction donne deux méthodes de détermination de la tangente en un point quelconque.

Première méthode. — Un point quelconque étant obtenu, on peut, en l'associant arbitrairement, avec trois points quelconques de la courbe, considérer le quadrilatère ainsi déterminé, comme servant à engendrer la courbe ; en conséquence, trouver la tangente en un point quelconque, revient à trouver la tangente en l'un des sommets du quadrilatère ABCD, au point A par exemple. A cet effet, reportons-nous aux raisonnements faits dans la première partie à l'occasion des tangentes aux points multiples A, B, C, D ; nous serons conduits à cette règle :

Joignez le point A *au point* P ; *soient* (α, α') *les intersections de cette droite avec les côtés* CD, BC ; *considérez les deux cercles, tangents respectivement au point* A, *aux droites* AB, AD *et passant par* α, α' : *la tangente au point* A, *au cercle qui passe par le point* P *et qui a même axe radical que les deux précédents, est la droite cherchée.*

Deuxième méthode. — « Si l'on veut chercher la tangente en
» A, on regardera le quadrilatère ATBD comme un quadrilatère
» inscrit, dans lequel deux sommets sont confondus en A dans la
» direction de la tangente AT, et l'on mènera une transversale
» quelconque PL, rencontrant la courbe en un point M et les
» côtés opposés (AB, AD), (BD, AT) en quatre points (α, α'),

» (β, X), lesquels sont en involution avec P, M, et qui, par con-
» séquent, permettent de déterminer le point X : AX est la tan-
» gente demandée. »

II. — INTERSECTIONS DE LA COURBE ET D'UNE DROITE QUELCONQUE.

Soit S la sécante considérée. Au moyen des cinq points, imaginez deux quadrilatères qui diffèrent par l'un des sommets ; la sécante S intercepte respectivement sur chacun d'eux, deux séries de points qui déterminent deux involutions, les points de la courbe sont, d'après le théorème fondamental, deux points homologues dans chacune d'elles ; donc pour les obtenir, on est conduit à résoudre ce problème :

Étant données, sur une même droit, deux séries de segments en involution, trouver le segment commun aux deux involutions.

M. *Chasles* a donné deux solutions de ce problème dans le *Traite des sections coniques*, page 109 ; la suivante lui appartient également ; nous croyons cependant pouvoir faire remarquer que nous l'avions rencontrée dans nos recherches personnelles, avant de l'avoir lue dans la *Géométrie supérieure.*

Soient ($\alpha\alpha'$, $\beta\beta'$), (α_1, α'_1, β_1 β'_1) *les deux systèmes de quatre points qui déterminent les deux involutions. Par un point arbitraire* λ_1 *et les segments* $\alpha\alpha'$, $\beta\beta'$, *faites passer deux cercles, ils se coupent en* λ_2, *considérez de même les deux cercles* (λ_1 α_1 α'_1), (λ_1, β_1 β'_1), *ils se coupent en* λ_3 ; *les points communs à la sécante et au cercle défini par les trois points* λ_1, λ_2, λ_3 *sont les points demandés.*

Remarque I. — Dans la construction précédente, appliquée à l'intersection d'une droite et d'une conique, la sécante peut ne pas rencontrer le cercle ; dans ce cas les points d'intersection sont imaginaires ; il est donc établi : *Que l'on peut toujours substituer à une conique un cercle réel, qui donne par son intersection avec une droite* S *les mêmes points réels ou imaginaires ;* conséquemment on saura toujours trouver : 1° le point milieu de deux points imaginaires d'une conique, situés sur une droite donnée ; 2° le rectangle des distances d'un point de la droite à ces deux

mêmes points imaginaires; 3° le point conjugué d'un point de la droite par rapport à ces deux mêmes points imaginaires, etc. (*).

Remarque II. — En supposant la sécante S transportée à l'infini, nous avons la solution de ce problème :

Étant donnés cinq points d'une conique, trouver les directions asymptotiques de la courbe; on devra modifier comme il suit la construction précédente.

Par un point pris arbitrairement, menez des droites parallèles aux couples des côtés opposés des deux quadrilatères; ces droites, conjugées deux à deux, déterminent deux faisceaux en involution, dont on cherchera les rayons homologues communs en les coupant par une sécante située à distance finie; ces rayons seront les directions asymptotiques de la courbe.

Corollaire. — Si ces deux rayons sont réels, la courbe est une *hyperbole;* s'ils coïncident, la courbe est une *parabole;* enfin, s'ils sont imaginaires, la courbe est une *ellipse.*

La construction précédente offre donc une solution fort simple de cette question : *Étant donnés cinq points d'une conique, déterminer la forme de la courbe sans la construire.*

Remarque III. — Comme application du problème en question, citons encore la suivante : *Construire les asymptotes d'une conique dont on donne cinq points.* — Ayant déterminé, comme il vient d'être dit, les directions asymptotiques, il ne reste plus qu'à mener les tangentes en ces points à l'infini; c'est ce qu'on fera en appliquant la deuxième méthode donnée dans le paragraphe précédent.

III. — Détermination des tangentes issues d'un point donné P, nouvelle construction de la tangente en un point quelconque.

Nous nous appuierons sur le *lemme* suivant, évident si l'on invoque le *principe de correspondance :*

Quand plusieurs cordes d'une conique passent par un même

(*) Ces questions, comme toutes celles de ce chapitre, se trouvent, en général, résolues différemment dans le *Traité des sections coniques* de M. Chasles.

point P, *les couples de droites, menées d'un point* W *de la courbe aux extrémités de chaque corde, sont en involution.*

Cela posé, par le point P, menons deux droites quelconques et joignons leur points communs avec la courbe, au point W; il en résulte quatre droites, qui, d'après le lemme précédent, sont rencontrées par chaque transversale issue de P en quatre points en involution avec les deux points correspondants de la courbe. Or, pour toutes les positions où la transversale devient tangente, le point de contact est un des points doubles de l'involution correspondante; en outre, le lieu géométrique des points doubles se compose des deux rayons doubles du faisceau, donc :

Pour obtenir les points de contacts des tangentes issues d'un point donné, menez par ce point deux droites quelconques, joignez leur point d'intersection à un point quelconque de la courbe; les rayons doubles du faisceau en involution, déterminé par ces quatre droites, vont rencontrer la courbe aux points demandés.

Voici une autre conséquence du même lemme : si l'on suppose que la transversale s'approche indéfiniment du point W, et passe à la limite par ce point, la droite homologue à P W devient la tangente à la courbe au point W, donc :

Étant donnés cinq points d'une conique, pour mener la tangente en l'un de ses points P, *considérez le quadrilatère formé par les quatre points restants, menez les deux couples de droites qui vont du point* P *à ses sommets opposés, et la droite qui aboutit au point de rencontre des deux diagonales; la droite homologue à cette dernière, dans le faisceau en involution défini par les quatre premières, est la droite demandée.*

« Solution assez remarquable, en ce qu'elle subsiste, dans le
» cas où les quatre points de la conique, autres que celui auquel
» on veut mener la tangente, sont imaginaires (*). »

(*) *Traité des sections coniques*, p. 104.

I V. — DÉTERMINER LA CONIQUE QUI A TROIS POINTS CONFONDUS EN UN POINT A D'UNE CONIQUE DONNÉE C_0 ET QUI PASSE PAR DEUX AUTRES POINTS B C RÉELS OU IMAGINAIRES; DÉTERMINATION DU CERCLE OSCULATEUR.

Il suffit évidemment de déterminer le quatrième point d'intersection de la conique C_0 et de la conique cherchée. Or, l'association de la tangente AT et de la droite qui joint le point A à ce quatrième point constitue une conique, passant par les quatre points d'intersection de cette courbe; donc toute sécante, et en particulier celle qui joint les deux points B, C, rencontre ces trois courbes, suivant six points en involution. De là cette règle :

Joignez BC, *cherchez son intersection avec* C_0 *et avec la tangente* AT, *prenez le point homologue à ce dernier point dans l'involution définie par les quatre points précédents; joignez ce point au point* A, *le point où cette droite rencontre la conique, est le quatrième point d'intersection demandé.*

Remarque I. — Si les deux points B, C étaient à l'infini, on mènerait par un point quelconque Θ du plan, des parallèles aux directions, dans lesquelles ils sont rejetés à l'infini, et des parallèles aux asymptotes de la conique C_0, et ensuite on prendrait dans le faisceau en involution ainsi défini, le rayon homologue à Θ A; le deuxième point de rencontre avec la conique C_0 de la droite menée par le point A, parallèlement à ce dernier rayon, serait le point demandé.

Remarque II. — Les deux points B, C peuvent être imaginaires; nous avons vu que s'il en était ainsi, ils pouvaient être considérés comme étant l'intersection d'un cercle réel O et d'une droite réelle S; de même les deux points de rencontre de la droite BC et de la conique C_0 peuvent être imaginaires; dans ces cas on modifiera comme il suit la construction : on mènera une transversale quelconque qui rencontre en des points réels les deux coniques C_0 et O, soit I son point d'intersection avec la droite S, on imaginera la conique qui passe par l'intersection de C_0 et O et par le cinquième point I, on cherchera sa deuxième intersection réelle avec la droite S, et l'on aura ainsi deux points homologues réels

de l'involution; une seconde transversale donnera deux autres points réels, ce qui déterminera entièrement l'involution, et l'on continuera comme précédemment. Dans le cas particulier où l'on cherche le cercle osculateur, la droite S est la *droite de l'infini* et le cercle O est un cercle arbitraire.

Remarque III. — Le cercle osculateur peut s'obtenir plus simplement, en ayant égard à notre mode de détermination des points communs à une droite et à une conique. Soit A le point considéré et AT la tangente en ce point, par un point quelconque Θ de cette droite, supposez mené une sécante quelconque, elle rencontre le quadrilatère formé par les quatre points A, B, C, D de la courbe, en quatre points qui sont :

1° En involution avec les deux points correspondants de la courbe;

2° Situés deux à deux sur trois cercles, se coupant en deux mêmes points, dont l'un d'eux peut être pris arbitrairement.

Profitons de cette indétermination en supposant ce dernier point au point A; nous voyons dès lors que les deux points de la courbe, que donne chaque transversale issue de Θ, se trouvent constamment sur un cercle qui passe par le point A; donc, à la limite, lorsque la transversale, en tournant au tour du point Θ, tendra à coïncider avec ΘA, le cercle correspondant tendra à coïncider avec le cercle osculateur.

De là cette règle pour déterminer le cercle osculateur en un point A d'une conique, définie par la tangente AT et trois autres points B, C, D.

Considérez le quadrilatère ABCD, *soient* α, α' *les intersections de la tangente, avec les deux côtés du quadrilatère qui ne passent pas par le point* A; *menez les deux cercles tangents respectivement au point* A, *aux deux droites* AB, AD *et passant par* α, α', *le cercle qui a même axe radical que ces derniers et qui est tangent à la droite* AT *est le cercle demandé* (*).

(*) Nous ne pensons pas que l'on ait donné de construction plus simple de ce problème; si on la transforme homographiquement, on obtient le premier théorème qui nous a servi d'application dans l'exposition du principe arguesien unicursal.

V. — **DÉTERMINER LA CONIQUE QUI A QUATRE POINTS CONFONDUS EN UN POINT A D'UNE CONIQUE DONNÉE C_0 ET QUI PASSE PAR UN CINQUIÈME POINT Θ. — DÉTERMINATION DE LA PARABOLE OSCULATRICE.**

La tangente AT, considérée comme droite double, constitue une conique passant par les quatre points d'intersection de la conique proposée et de la conique cherchée; en conséquence, toute sécante coupe ces trois courbes, suivant six points formant une involution. De là cette règle :

Par le point Θ, menez une droite arbitraire qui rencontre généralement en deux points distincts, la coniqne C_0, *et en deux points confondus la droite* AT; *considérez l'involution définie par ces quatre points, prenez le point homologue au point Θ, vous aurez un point de la conique cherchée.*

Remarque. — Pour trouver la parabole osculatrice, il suffit évidemment d'en déterminer un cinquième point, par exemple celui qui est à l'infini. A cet effet, reportons-nous au second paragraphe; nous voyons que pour que la conique qui passe par cinq points donnés soit une parabole, il faut que les deux faisceaux en involution qui ont leur sommet en P, aient un rayon double commun; mais un seul de ces faisceaux détermine ces rayons doubles, donc :

Première conséquence. — « *Par quatre points donnés, on peut faire passer deux paraboles* »

Deuxième conséquence. — *Pour déterminer les directions des axes de ces paraboles, menez par un point arbitraire* P *des droites parallèles aux côtés opposés du quadrilatère formé par les quatre points; les rayons doubles du faisceau en involution, déterminé par ces quatre droites, sont les directions demandées.*

Troisième conséquence. — *Pour déterminer la direction de l'axe de la parabole osculatrice au point* A, *supposez menées par ce point des parallèles aux asymptotes de la conique* C_0; *ces deux droites, associées à la droite double* AT, *définissent un faisceau en involution, dont le second rayon double donne la direction de l'axe demandé.*

VI. — MENER PAR DEUX POINTS A, B, UNE CONIQUE QUI AIT UN CONTACT DU TROISIÈME ORDRE AVEC UNE CONIQUE C_0.

Les raisonnements du problème précédent conduisent immédiatement à cette solution :

Menez la droite AB, *cherchez son intersection avec* C_0, *soient* α, α' *ces points d'intersection; considérez les points doubles de l'involution définie par les couples de points* (A, B), (α, α') *et de ces points menez les tangentes à la conique* C_0, *les points de contact que vous obtiendrez seront les points où les coniques cherchées doivent toucher la conique* C_0.

Remarque. — Par des raisonnements semblables à ceux que nous avons faits dans un des paragraphes précédents, on voit que les points A, B peuvent être imaginaires.

VII. — DÉTERMINER LES CONIQUES PASSANT PAR QUATRE POINTS ET TANGENTES A UNE DROITE DONNÉE.

« Soient ABCD le quadrilatère donné et E le point de contact in-
» connu de la tangente. Soient (α, α') (β, β') les points où cette tan-
» gente rencontre respectivement les côtés opposés du quadrila-
» tère. Ces points déterminent une involution dont E est un point
» double. Il sera donc facile de le trouver. On voit que la ques-
» tion a deux solutions. »

VIII. — DÉTERMINER LES CONIQUES PASSANT PAR TROIS POINTS ET DOUBLEMENT TANGENTES A UNE CONIQUE DONNÉE C_0.

Soient A, B, C, les trois points donnés et D, E les deux points de contact qu'il s'agit de déterminer. On peut regarder la corde de contact DE comme une conique passant par les quatre points d'intersection de la conique proposée et de la conique cherchée; de là cette règle :

« Joignez deux des points donnés A et B, par exemple; les
» points doubles de l'involution déterminée par ces deux points

» et par les deux que donne la droite AB par son intersection
» avec la conique donnée, appartiennent aux cordes de contact;
» vous obtiendrez de même les seconds points de ces cordes par
» la considération du point C et de l'un des deux déjà employés;
» le problème sera donc résolu. »

Remarque I. — On voit que les coniques cherchées sont au nombre de quatre.

Remarque II. — Un premier cas particulier intéressant est celui où la conique C_0 est un cercle de rayon nul; un deuxième est celui où la conique C_0 se compose de deux droites.

IX. — DEUX CONIQUES DÉFINIES PAR CINQ POINTS ONT DEUX POINTS COMMUNS, TROUVER GÉOMÉTRIQUEMENT LES DEUX AUTRES. DÉTERMINATION DE LA DIRECTION DES AXES D'UNE CONIQUE DÉFINIE PAR CINQ POINTS.

« Soient C_1, C_2 les deux coniques, A et B les deux points com-
» muns. Menez une sécante arbitraire S qui détermine sur les
» deux coniques C_1, C_2 une involution; prenez dans cette involu-
» tion le point homologue au point de rencontre de AB et de S et
» vous aurez un point de la corde commune opposée à AB; une
» seconde sécante donnera un second point et résoudra par con-
» séquent la question. »

Remarque. — Pour déterminer la direction des axes d'une conique définie par cinq points A, B, C, D, E, il suffit de faire passer un cercle O, par trois A, B, C de ces cinq points et de déterminer, comme il vient d'être dit, le quatrième point X commun à ces deux coniques : les bissectrices des droites AB, CX sont les directions demandées.

X. — CONSTRUIRE LA CONIQUE DÉTERMINÉE PAR CINQ POINTS DONT QUATRE SONT IMAGINAIRES.

Désignons par A, A′ et B, B′ les deux couples de points imaginaires, situés sur deux droites réelles AA′, BB′ qui se coupent en ρ, et soit O le cinquième point. Il peut se présenter deux cas, suivant que les quatre points donnés sont à l'intersection d'une même

conique par les droites AA', BB' ou qu'ils sont imaginaires séparément sur deux coniques. Dans le premier cas, le problème est une application immédiate du théorème de *Desargues;* dans le second cas, on procédera comme il suit (*) :

« On construit immédiatement la tangente à la conique au » point O, par la construction du paragraphe troisième. Qu'on » détermine ensuite la polaire du point ρ, au moyen des points » conjugués harmoniques de ρ, par rapport aux deux couples » (A, A'), (B, B') (§ II). Cette polaire remontre la droite Oρ en » un point W, qui permet de déterminer le point O' de la conique » cherchée sur la droite Oρ; car O, O' sont conjugués harmoni- » ques par rapport aux deux points W, ρ.

» On détermine le pôle de la droite ρAA', lequel est à l'inter- » section α de la polaire du point ρ et de la polaire du point de » rencontre D de la tangente en O et de la droite ρAA'. Cette polaire » du point D passe par le point O, et par le conjugué harmo- » nique δ du point D par rapport aux deux points donnés A, A'; » elle est donc déterminée. Par conséquent, on peut aussi déter- » miner le point O'' où elle remontre la conique cherchée; ce point » est le conjugué harmonique du point O par rapport aux deux » points α et δ. La droite DO'' est la tangente en ce point.

» Ainsi l'on connait trois points de la conique cherchée, O, O' O'' » et les tangentes en deux de ces points, O, O''; ce qui suffit pour » construire immédiatement la courbe, par le théoreme de *De-* » *sargues.* »

XI. — CONSTRUCTION D'UNE CONIQUE DÉFINIE PAR UN SYSTÈME DE DIAMÈTRES CONJUGUÉS DONNÉS EN GRANDEUR ET EN DIRECTION. — DÉTERMINATION DE SES POINTS COMMUNS AVEC UNE SÉCANTE QUELCONQUE. — DÉTERMINATION DE SES AXES EN GRANDEUR ET EN DIRECTION.

Soient J_1, J_2 les deux diamètres conjugués. Par les extrémités de l'un d'eux, J_2 par exemple, menez des parallèles à l'autre. Ces deux droites constituent une conique qui passe par les quatre

(*) *Traité des sections coniques*, p. 111.

points d'intersection de la conique cherchée et de la droite double J_2; donc toute sécante rencontre l'ensemble de ces trois coniques suivant six points en involution, conséquemment :

1° *Pour obtenir les points d'intersection de la courbe avec une transversale arbitraire passant par l'une des extrémités* P *de l'un des diamètres, de* J_1 *par exemple, menez par les extrémités de* J_2 *des parallèles* T_2, T'_2 *à* J_1 ; *soient* (m, m'), (n, n) *les deux couples de points que la transversale détermine sur ces deux droites et sur la droite double* J_2 ; *le point homologue au point* P, *dans l'involution définie par ces quatre points, sera un nouveau point de la conique cherchée ;*

2° *Pour déterminer l'intersection de la courbe par une droite quelconque, on considérera le second système de coniques formées par la droite double* J_1 *et par les parallèles à cette droite menées par les extrémités de* J_2, *et l'on achèvera comme dans le paragraphe deuxième.*

Remarque. — En combinant ces constructions avec celle du paragraphe IX, on en conclut immédiatement la règle suivante pour déterminer la direction et la grandeur des axes de la conique :

Soient (P_1, P'_1), (P_2, P'_2) *les extrémités des deux diamètres conjugués* J_1, J_2 (J_1 *est supposé plus grand que* J_2), *soient en outre* P_1, T_1, P_2, T_2 *des parallèles à ces diamètres menées par ces extrémités, considérez le cercle* C *passant par* (P_1, P'_1) *et tangent en* P_1 *à* P_1T_1; *soient* (m, m'), i *les points de rencontre de* P_2T_2 *avec le cercle* C *et la droite* P_1T_1, *construisez le point* i', *homologue au point* i *dans l'involution déterminée par les quatre points* (P_2, P_2), (m, m') : *les bissectrices des droites* P_1T_1, P'_1i' *sont les directions des axes. Les axes connus en position, il suffira, pour déterminer leur grandeur, d'appliquer la seconde des constructions précédentes.*

XII. — QUESTIONS PROPOSÉES.

Nous terminerons ce chapitre en laissant au lecteur le soin de démontrer, en s'appuyant sur les théories de la transformation arguesienne, les divers théorèmes suivants :

Construction préliminaire. — Prenons à volonté une conique S définie par cinq points P, A, B, 1, 2; menons les rayons P1, P2 et imaginons les cercles AB1, AB2, soient 1′, 2′ leurs seconds points d'intersection avec ces rayons; si l'on considère le cercle Σ défini par les trois points (P, 1′, 2′), on peut énoncer les divers théorèmes suivants :

PREMIER THÉORÈME. — Par les points A, B faites passer un cercle quelconque λ qui coupe le cercle Σ en *a*, *b*; menez les rayons P*a*, P*b* et soient A′, B′ les seconds points d'intersection de ces rayons avec le cerle λ : les points A′, B′ sont deux points de la conique S.

Remarque. — Ce théorème donne une solution de ce problème: construire une conique définie par cinq points.

SECOND THÉORÈME. — Si l'on joint les points de rencontre de la droite AB avec le cercle Σ au point P, les deux droites ainsi obtenues sont les directions asymptotiques de la conique S. Donc, la conique S est ou une hyperbole, ou une parabole, ou une ellipse, suivant que AB rencontre, touche ou ne rencontre pas le cercle Σ.

Ce théorème donne une solution immédiate de ces trois problèmes :

1° Étant donnés cinq points d'une conique, déterminer la forme de la courbe sans la construire.

2° Construire une parabole connaissant quatre points.

3° Construire une conique dont les asymptotes fassent un angle donné et passant par quatre points donnés; en particulier, construire une hyperbole équilatère déterminée par quatre points.

TROISIÈME THÉORÈME. — 1° Les tangentes à la conique S en l'un des points A, B au point A par exemple, est la tangente en ce

point au cercle passant par les points A, B et par le second point de rencontre du cercle Σ avec PA. 2° La tangente en P à cette même conique est la droite qui passe par le second point de rencontre des deux cercles Σ et PAB.

Remarque I. — Pour obtenir le centre de la courbe, il suffit de joindre les points de rencontre des tangentes en A, B, P au milieu des cordes déterminées par ces points.

Remarque II. — Les trois points P, A, B étant quelconques, le théorème précédent enseigne à construire la tangente en un point arbitraire.

QUATRIÈME THÉORÈME. — Les bissectrices des angles des deux droites AB, A'B' sont les directions des axes de la courbe.

Remarque. — De la construction donnée au paragraphe II, du théorème précédent et de ce dernier résulte évidemment la solution de cet autre problème :

Trouver en grandeur et en position les axes de la conique S.

CINQUIÈME THÉORÈME. — Si l'on suppose les deux points A, B confondus en A suivant la direction AB, le cercle tangent à AB en ce point et passant par le second point de rencontre de PA avec Σ est le cercle osculateur en A à la conique S.

Remarque. — L'hypothèse précédente étant toujours admissible d'après le troisième théorème, il en résulte la construction suivante du cercle osculateur en un point A d'une conique définie par la tangente AT et trois autres points P, 1, 2.

Menez les deux cercles tangents en A *à* AT *et passant respectivement par les points* 1, 2, *soient* 1', 2' *leurs intersections avec les rayons* P1, P2; *considérez le cercle* Σ *défini par les points* (P, 1', 2') *et soit* μ *son second point d'intersection avec* PA : *le cercle tangent en* A *à* AT *et passant par* μ *est le cercle osculateur cherché.*

CHAPITRE II.

CONSIDÉRATIONS SUR LA COURBE DU TROISIÈME ORDRE, AFFECTÉE D'UN POINT DOUBLE ET DÉTERMINÉE PAR CE POINT DOUBLE ET SIX AUTRES POINTS.

—

I. — DÉFINITION DE LA COURBE, COMME LIEU GÉOMÉTRIQUE; GÉNÉRATION DE LA COURBE.

Des théories, exposées dans le premier mémoire, nous pouvons conclure : que si l'on cherche l'*arguesienne* d'une courbe du troisième ordre à point double P, en prenant pour pôle de transformation ce point double, et pour coniques de référence deux coniques passant par quatre points quelconques de cette même courbe, on obtient *une ligne droite.*

Il résulte donc de là que l'étude de toute courbe du troisième ordre affectée d'un point double réside dans l'étude du lieu géométrique suivant :

Un point P, *une droite* Σ *extérieure au point* P, *et deux coniques* S_1, S_2 *sont pris à volonté dans un plan; on mène par le point* P *une transversale arbitraire, qui rencontre la droite* Σ *en un point* μ, *et les deux coniques en des couples de points* (α, α'), (β, β') *; on considère le point homologue au point* μ *dans l'involution définie par les quatre points précédents, et l'on demande le lieu géométrique de ce point.*

Ce théorème conduit à la génération suivante de la courbe, lorsqu'elle est déterminée par le point double P et par six autres point A, B, C, D, 1, 2.

Par les quatre points A, B, C, D *faites passer deux coniques arbitraires* S_1, S_2 (deux systèmes de droites, par exemple); *joignez le point* P *aux points* 1, 2, *soient* 1', 2', *les homologues de ces deux points, dans les involutions déterminées par les sécantes* (P1'), (P2'), *sur les coniques* S_1, S_2; *menez ensuite la droite* (1'2'),

cette droite Σ *sera telle, que, si par le point* P *on mène une transversale arbitraire la rencontrant en* μ, *la courbe est le lieu géométrique du point homologue à ce point dans l'involution que cette transversale détermine sur les coniques* S_1, S_2.

Remarque I. — Il est à remarquer que cette construction subsisterait, les quatre points A, B, C, D fussent-ils imaginaires; ou bien encore confondus dans des directions données ou sur des coniques données en des points donnés; au reste, nous reviendrons plus loin sur ces détails.

Remarque II. — Il résulte de cette construction une première méthode de détermination de la tangente en un point quelconque. En effet, un point quelconque étant obtenu, on peut, en l'associant arbitrairement avec trois points quelconques de la courbe, considérer le quadrilatère ainsi déterminé, comme constituant les deux coniques S_1, S_2; en conséquence, trouver la tangente en un point quelconque, revient à trouver la tangente en l'un des sommets du quadrilatère ABCD, au point A par exemple. A cet effet, reportons-nous aux raisonnements faits dans la première partie à l'occasion des tangentes à l'*arguesienne,* aux points multiples A, B, C, D et nous serons conduits à cette règle :

Joignez le point A *au point* P, *soient* γ (α, α'), *les intersections de cette droite avec* Σ *et les côtés* CD, BC; *considérez les deux cercles tangents respectivement au point* A, *aux deux droites* AB, AD *et passant par* α, α', *la tangente au point* A, *au cercle qui passe par le point* γ *et qui a même axe radical que les précédents est la droite cherchée.*

II. — DÉTERMINATION DES TANGENTES AU POINT DOUBLE P.

De ce que l'on sait sur la détermination générale des tangentes à l'*arguesienne,* au point multiple P, nous pouvons conclure que les droites cherchées sont déterminées par le point P, associé à l'un des points communs des deux lieux géométriques suivants :

1° *La droite* Σ;

2° *La conique* W *déterminée par les cinq points* P, A, B, C, D.

Remarque. — La détermination de ces tangentes, résultant de la recherche des points communs à une conique et à une droite, on voit qu'il sera toujours possible de les déterminer en n'employant que la règle et le compas; d'ailleurs, à l'inspection des deux courbes, on reconnaîtra, comme il suit, la nature du point P.

Il sera :

1° Un point *double réel*, si les points d'intersection de Σ et W sont réels;

2° Un point de *rebroussement*, si Σ est tangente à W ;

3° Un point *isolé*, si les points d'intersection de Σ et W sont imaginaires.

III. — INTERSECTION DE LA COURBE ET D'UNE DROITE QUELCONQUE.

Les théories algébriques apprennent :

1° A ramener la résolution d'une équation du troisième degré, dont on connaît une ou deux racines, à la résolution d'une équation du second ou du premier degré;

2° A ramener la résolution de toute équation du troisième degré à la résolution de deux équations du second degré à deux inconnues, dont on connaît une solution;

3° A reconnaître si une équation du troisième degré a des racines égales, et, si elle en a, à les trouver.

L'objet de ce paragraphe est de résoudre à l'aide de la droite et du cercle quelques problèmes géométriques correspondants, qui se présentent dans la courbe que nous étudions.

Premier problème. — *On connaît deux points communs à la courbe et à une sécante quelconque* S; *ramener la recherche du troisième point commun à la recherche de l'intersection de deux droites.*

Deux points quelconques, associés aux points en question, déterminant un quadrilatère de référence, nous pouvons supposer, sans rien particulariser, que les deux points considérés sont les points A, B; la question est donc ramenée à trouver le troisième point commun à la courbe et à l'un des côtés du quadrilatère de

référence; or, pour résoudre ce problème, il suffit évidemment d'avoir égard à la règle suivante :

Joignez le point d'intersection des deux droites CD, Σ *au point* P, *le point de rencontre de cette droite avec* AB *est le point demandé.*

SECOND PROBLÈME. — *On connaît un point commun à la courbe et à une sécante quelconque* S; *ramener la recherche des deux autres points communs à la recherche de l'intersection d'une droite et d'une conique.*

Le point A étant un point quelconque de la courbe, nous pouvons supposer que c'est de lui qu'il s'agit. Cela posé, prenons un point quelconque B' sur la sécante SA, et remarquons qu'il résulte de nos théorèmes généraux que la courbe peut être considérée comme l'*arguesienne* d'une conique que nous allons définir, prise par rapport au quadrilatère de référence AB' CD et au pôle P.

Joignez le point P aux trois points 1, 2, B.

Soient

$$(\alpha_1, \alpha_1'), (\alpha_2, \alpha_2'), (\alpha_3, \alpha_3')$$
$$(\beta_1, \beta_1'), (\beta_2, \beta_2'), (\beta_3, \beta_3')$$

les couples de points d'intersection avec les côtés opposés du quadrilatère AB' CD; soient en outre μ_1, μ_2, μ_3 les points homologues aux points 1, 2, B dans les involutions définies par ces couples de points; la conique Σ_1, passant par les points P, B', μ_1, μ_2, μ_3 est la conique demandée.

Il est dès lors évident que les points où la sécante AB' rencontre la courbe peuvent être obtenus comme il suit :

Joignez au point P *les points d'intersection de la droite* CD *avec la conique* Σ_1, *les points de rencontre de ces rayons avec* AB *sont les points demandés.*

TROISIÈME PROBLÈME. — *Ramener la recherche de l'intersection d'une sécante quelconque* S *avec la courbe à la recherche de l'intersection de deux coniques, qui passent par un point commun déjà connu.*

Prenons un point quelconque B' sur cette sécante, et remarquons que la courbe peut être considérée, comme l'*arguesienne*,

d'une conique Σ_2 que nous allons définir, prise par rapport au quadrilatère de référence AB′ CD et au pôle P.

Joignez le point P aux trois points 1, 2, B, et soient :

$$\begin{cases}(\alpha_1,\ \alpha_1'),\ (\alpha_2,\ \alpha_2'),\ (\alpha_3,\ \alpha_3')\\(\beta_1,\ \beta_1'),\ (\beta_2,\ \beta_2'),\ (\beta_3,\ \beta_3')\end{cases}$$

les couples de points d'intersection de ces rayons avec les côtés opposés du quadrilatère AB′ CD; soient en outre μ_1, μ_2, μ_3 les points homologues aux points 1, 2, B dans les involutions définies par ces couples de points; la conique Σ_2, passant par les points P, B′, μ_1, μ_2, μ_3, est la conique demandée.

Il est dès lors évident que les points cherchés sont les points qui sont sur les rayons vecteurs allant du point P aux points communs des deux coniques suivantes :

1° La conique Σ_2;

2° La conique *arguesienne* de la droite SB′, qui, d'après la théorie générale, est une conique passant par les trois sommets A, C, D, et tangente en P suivant la droite qui va de ce point au deuxième point de rencontre de la sécante S, avec la conique déterminée par les cinq point P, A, B′, C, D.

Remarque première sur les trois problèmes précédents. — Si l'on suppose la sécante S transportée à l'infini, les solutions des problèmes précédents résolvent ces nouvelles questions :

1° *On connaît deux directions asymptotiques de la courbe, trouver la troisième ;*

2° *On connaît une direction asymptotique de la courbe, trouver les deux autres ;*

3° *Déterminer deux coniques qui aient un point commun déjà connu, et telles que si on joint leurs autres points communs au point* P, *les droites obtenues soient les directions asymptotiques de la courbe.*

Comme application du premier de ces derniers problèmes, considérons :

Les courbes du troisième ordre à point double qui passent par les points circulaires à l'infini.

Si, parmi les six points A, B, C, D, 1, 2 qui déterminent une courbe du troisième ordre à point double P, deux d'entre eux

C, D, par exemple, sont les points où tous les cercles rencontrent la droite de l'infini, la génération indiquée au début du chapitre se transforme en cet élégant théorème :

Il correspond à chaque couple de deux points (A, B) *d'une courbe du troisième ordre à point double, passant par les points circulaires à l'infini, une droite* Σ, *telle, que si par le point double on mène une sécante quelconque la rencontrant à un point* μ, *la courbe est le lieu géométrique du point* M, M *étant le second point de rencontre de la sécante* Pμ *avec le cercle déterminé par les trois points* A, B, μ.

Nota I. — La troisième direction asymptotique est le rayon vecteur qui va du point P à l'intersection des deux droites (AB), Σ.

Nota II. — En se reportant à la détermination des tangentes au point double, on voit que :

1° La courbe est une *strophoïde oblique*, lorsque la droite Σ passe par le centre du cercle (P, A, B).

2° La courbe est une *strophoïde droite*, lorsque la droite Σ, passant par le centre du cercle (P, A, B) est parallèle à AB et que le point P est sur la perpendiculaire abaissée du centre du cercle (P, A, B) sur l'une de ces deux droites.

3° La courbe est une *cissoïde*, lorsque la droite Σ parallèle à la droite AB est la tangente au cercle (P, A, B) à l'extrémité du diamètre passant par le point P.

Nota III. — La génération précédente permet de reconnaître par des procédés mécaniques si une courbe du troisième ordre à point double passe ou ne passe pas par les points imaginaires, situés sur la droite de l'infini, et communs à tous les cercles.

Remarque deuxième sur les trois problèmes précédents. — Les trois problèmes précédents peuvent être résolus par un même procédé, si l'on remarque que la courbe peut être encore considérée comme l'*arguesienne* d'une conique Σ_3 que nous allons définir, prise par rapport au pôle P et au quadrilatère de référence A'B'CD. « A', B' sont deux points quelconques en ligne droite avec le point P. »

Joignez le point P aux quatre points A, B, 1, 2 et soient :

$$\begin{cases} (\alpha_1, \alpha_1'), (\alpha_2, \alpha_2'), (\alpha_3, \alpha_3'), (\alpha_4, \alpha_4') \\ (\beta_1, \beta_1'), (\beta_2, \beta_2'), (\beta_3, \beta_3'), (\beta_4, \beta_4') \end{cases}$$

les couples de points d'intersection de ces rayons avec les côtés opposés du quadrilatère A'B'CD; soient en outre μ_1, μ_2, μ_3, μ_4, les points homologues aux points A, B, 1, 2 dans les involutions définies par ces couples de points; la conique Σ_3, passant par les points P, μ_1, μ_2, μ_3, μ_4 est la conique demandée.

Il est dès lors évident que les points communs à une sécante quelconque S et à la courbe sont les points qui sont sur les rayons vecteurs qui vont du point P aux points communs des deux coniques suivantes :

1° La conique Σ_3.

2° La conique S_3, *arguesienne* de la sécante S.

Or, comme le point P est commun à ces deux coniques;

1° Si la sécante S rencontre la courbe en deux points connus, les homologues de ces points étant deux autres points communs à ces deux coniques, le problème est ramené à cet autre résolu dans le chapitre précédent : *Connaissant trois points communs à deux coniques, trouver le quatrième.*

2° Si la sécante S rencontre la courbe en un point connu, l'homologue de ce point étant un second point commun aux deux coniques, le problème est encore ramené à un autre, résolu dans le précédent chapitre.

3° Si la sécante S rencontre, en trois points inconnus, le problème est bien ramené à la recherche des points communs à deux coniques, qui passent par un point déjà connu.

QUATRIÈME PROBLÈME. — *Reconnaître si une sécante* S *est tangente, et, dans ce cas, trouver le point de contact.*

Ce problème est une conséquence immédiate de celui que nous venons de résoudre. En effet, la condition nécessaire et suffisante pour qu'une sécante S soit tangente, c'est évidemment que les deux coniques précédentes Σ_3, S_3, qui, par leurs points communs, déterminent les trois points d'intersection de la sécante, soient elles-mêmes tangentes; le problème est donc transformé en cet autre :

Deux coniques étant données, reconnaître si elles sont tangentes, et, dans ce cas, trouver le point de contact (*).

(*) J'ignore si ce problème a déjà été posé.

La solution que je propose est fondée sur la remarque suivante, dont on se rendra facilement compte : la condition nécessaire et suffisante pour que la conique, lieu des centres de celles qui passent par l'intersection des deux proposées, se décompose, est que les deux coniques soient tangentes ; si cela a lieu, la conique des neuf points se décompose en deux droites dont l'une est la tangente commune.

Remarque. — Les raisonnements précédents conduisent à la solution de plusieurs problèmes que nous allons passer en revue :

1° *Nouvelle détermination de la tangente en un point quelconque.*

Soit μ un point de Σ_3 et M le point correspondant de la courbe ; imaginez la conique tangente en μ à Σ_3 et passant par B, C, P, la *droite, arguesienne* de cette conique, est la tangente au point M.

2° *Trouver les tangentes à la courbe, issues d'un pont donné* I.

Toutes les fois qu'une transversale, en pivotant autour de I, devient tangente à la courbe, l'*arguesienne* correspondante à cette transversale devient tangente à la conique Σ_3, donc le problème revient au suivant :

Étant donné un faisceau de coniques, déterminé par les quatre points P, A, B, I', *dont l'un est sur une conique* Σ_3, *déterminer les coniques du faisceau tangentes à cette conique* Σ_3.

Il est évident que les points de contact sont sur les tangentes communes aux deux courbes suivantes :

1° Conique Σ_3.

2° Courbe-enveloppe des cordes communes aux coniques du faisceau et à la conique Σ_3.

M. *Chasles* démontre très-simplement que cette dernière enveloppe est une conique. « Si le point P n'était pas sur la conique Σ_3, la courbe serait de troisième classe. »

Nota I. — Cette construction montre bien qu'on ne peut mener que quatre tangentes à la courbe, par un point extérieur.

Nota II. — Cette construction résout également ce nouveau problème :

Connaissant deux tangentes à une courbe du troisième ordre à point double, issues d'un point donné, construire les deux autres par la règle et le compas.

3° *Détermination des points d'inflexion.*

En un point d'inflexion, la tangente rencontrant la courbe en trois points confondus, on voit que toute tangente en un tel point est l'*arguesienne* d'une conique passant par les trois points P, A, B et ayant un contact du second ordre avec Σ_3, en sorte que le problème est transformé en cet autre :

Déterminer les coniques qui passent par les trois points P, A, B *et qui ont un contact du second ordre avec* Σ_3.

Il est évident que les points de contact sont sur les tangentes communes aux deux courbes suivantes :

1° La conique Σ_3.

2° La courbe-enveloppe des cordes communes à Σ_3 et au faisceau de coniques, passant par les points P, A, B et qui sont tangentes à Σ_3.

On se rend facilement compte que cette dernière enveloppe est une conique, dont l'une des tangentes communes avec Σ_3 est la tangente en P en cette courbe.

Nota. — Cette construction montre bien que toute courbe du troisième ordre à point double ne possède que trois points d'inflexion.

IV. — INTERSECTION COMPLÈTE DE LA COURBE ET D'UNE CONIQUE C_1, CIRCONSCRITE A UN QUADRILATÈRE FORMÉ PAR QUATRE POINTS DISTINCTS DE CETTE COURBE.

Quatre points quelconques de la courbe déterminant un quadrilatère de référence, nous pouvons supposer que la conique en question passe par les quatre points A, B, C, D. Cela posé, d'après le théorème de Bezout, l'intersection complète se composant de six points, et A, B, C, D en faisant déjà parti, il n'en reste plus que deux à déterminer; on les obtiendra évidemment en ayant égard à la règle suivante :

Cherchez les deux points d'intersection de la conique C, *avec la droite* Σ, *et joignez-les au point* P; *les nouveaux points d'intersection de ces rayons avec la conique sont les points demandés.*

Remarque. — Ce problème donne une solution nouvelle du suivant :

Déterminer la tangente en un point quelconque.

En effet, nous savons déjà que mener la tangente en un point quelconque revient à la mener en A ; or, en ce dernier point il est évident qu'on peut l'obtenir comme il suit :

Supposez la conique qui passe par les quatre sommets A, B, C, D *et par le point où la droite* PA *rencontre* Σ; *la tangente au point* A *à cette conique est la tangente demandée.*

V. — INTERSECTION COMPLÈTE DE LA COURBE ET D'UNE CONIQUE C_2, PASSANT PAR QUATRE POINTS DONNÉS A_6, C, D DE CETTE COURBE ET DONT DEUX D'ENTRE EUX SONT CONFONDUS EN A_6.

Soit A_6T la tangente à la courbe; considérons le quadrilatère formé par les quatre points donnés comme étant un quadrilatère de référence. « Les côtes opposés sont (AT, DC), (AD, AC). » A ce quadrilatère répond une droite Σ', dont la courbe proposée est l'*arguesienne;* si l'on suppose cette droite construite, il est évident que l'on obtiendra l'intersection complète de la courbe et d'une conique circonscrite à ce quadrilatère, en procédant comme il suit :

Cherchez les deux points d'intersection de la conique C_2 *avec la droite* Σ', *joignez-les au point* P, *les nouveaux points d'intersection de ces rayons avec la conique seront les points demandés.*

Remarque. — Ce problème conduit à la solution du suivant :

Déterminer la conique qui a trois points confondus avec la courbe en un de ses points et qui passe par deux autres points quelconques de cette courbe.

Il est évident que, sans rien particulariser, nous pouvons supposer que le point considéré est le point A_6, et les deux autres points, les points C et D. Cela posé, menons, ce que nous savons faire, la tangente A_6T; les données du problème précédent étant par là même déterminées, on voit, sans peine, que la conique demandée est celle :

Qui est tangente en A, *suivant* A_6T, *qui passe par les points* C, D *et par le point où la droite* Σ' *est rencontrée par la droite* PA_6.

Nota. — Il est dès lors facile de résoudre ces nouveaux problèmes :

Déterminer la conique qui a trois points confondus en un point A_6 *de la courbe, et qui passe par deux autres points quelconques du plan, réels ou imaginaires; déterminer en particulier le cercle osculateur.*

Il suffira, en effet, de construire, ce que l'on a appris à faire, une conique qui ait trois points confondus au point A_6 avec la conique que l'on vient d'obtenir, et qui passe en outre par les deux autres points donnés; c'est ainsi qu'on déterminera le cercle osculateur, en faisant passer la conique en question par les points circulaires à l'infini.

VI. — INTERSECTION COMPLÈTE DE LA COURBE ET D'UNE CONIQUE C_3, PASSANT PAR QUATRE POINTS DONNÉS $A_{(b,c)}$, $D_{,6}$ DE CETTE COURBE, ET DONT TROIS D'ENTRE EUX SONT CONFONDUS EN $A_{(b,c)}$.

Construisons, ce que nous savons faire, une conique quelconque S_1, qui ait trois points confondus en $A_{(b,c)}$ avec la courbe, et qui passe par le point D ; menons en outre la tangente AT et la droite AD. L'ensemble de ces lignes constitue deux coniques, passant par quatre points de la courbe, et qui, par conséquent, peuvent être prises pour coniques de référence. Il leur répond une droite Σ'' dont la courbe proposée est l'*arguesienne ;* si l'on suppose cette droite construite, il est évident que l'on obtiendra l'intersection complète de la courbe et d'une conique circonscrite à ce quadrilatère, en procédant comme il suit :

Cherchez les deux points d'intersection de la conique C_3 *avec la droite* Σ''*, joingnez-les au point* P*, les nouveaux points d'intersection de ces rayons avec la conique seront les points demandés.*

Remarque. — Ce problème conduit à la solution du suivant :

Déterminer la conique qui a quatre points confondus en un point de la courbe, et qui passe par un autre point quelconque de cette courbe.

Il est évident que, sans rien particulariser, nous pouvons supposer que le point considéré est le point $A_{(b,c)}$, et l'autre point, le

point D. Cela posé, on voit, sans peine, que la conique demandée est celle :

Qui a trois point confondus en $A_{(b,c)}$ *avec* S_1*, qui passe par le point* D *et par le point où la droite* Σ'' *est rencontrée par la droite* $PA_{(b,c)}$.

Nota. — Il est dès lors facile de résoudre ces nouveaux problèmes :

Déterminer la conique, qui a quatre points confondus en un point $A_{(b,c)}$ *de la courbe et qui passe par un cinquième point quelconque du plan; détermination de la parabole osculatrice.*

Définition. — Nous désignerons, suivant l'usage, cette courbe, sous le nom de conique *osculatrice,* réservant la dénomination de *surosculatrice* à la conique qui a cinq points confondus avec la courbe.

Cela posé, pour résoudre le problème en question, il suffira de construire, ce que l'on sait faire, une conique qui ait quatre points confondus au point $A_{(b,c)}$, avec la conique que nous venons d'obtenir et qui passe par le cinquième point donné.

Nota. — La parabole osculatrice à la courbe sera la parabole osculatrice à cette même conique.

VII. — Intersection complète de la courbe et d'une conique C_4, passant par quatre points confondus $A_{(b,c,d)}$ de cette courbe.

Construisons, ce que nous savons faire, une conique quelconque S'_1, qui ait quatre points confondus en $A_{(b,c,d)}$ avec la courbe; menons, en outre, la tangente $A_{(b,c,d)}$ T. L'ensemble de ces lignes constitue deux coniques passant par quatre points de la courbe, et qui, par conséquent, peuvent être prises pour coniques de référence; il leur répond une droite Σ''' dont la courbe proposée est l'*arguesienne*; si l'on suppose cette droite construite, il est évident que l'on obtiendra l'intersectiou complète de la courbe, et d'une conique circonscrite à ce quadrilatère, en procédant comme il suit :

Cherchez les deux points d'intersection de la conique C_4 *avec la droite* Σ'''*, joignez-les au point* P, *les nouveaux points d'inter-*

section de ces rayons avec la conique seront les points demandés.

Remarque. — Ce problème conduit à la solution du suivant :

Déterminer la conique surosculatrice de la courbe en un point donné.

Il est évident que, sans rien particulariser, nous pouvons supposer que le point considéré est le point $A_{(b,c,d)}$. Cela posé, on voit sans peine, que la conique demandée est celle :

Qui a quatre points confondus en $A_{(b,c,d)}$ *avec* S_1' *et qui passe par le point où la droite* Σ''' *est rencontrée par la droite* $PA_{(b,c,d)}$.

VIII. — CONSTRUCTION DE LA COURBE, DÉTERMINÉE PAR CERTAINES CONDITIONS SPÉCIALES.

Problème. — *Construire la courbe, lorsqu'elle est définie : 1° par le point double* P; *2° par les tangentes réelles ou imaginaires, en ce point double; 3° par quatre points imaginaires* A, B, C, D.

Construisons, ce que nous savons faire, deux coniques passant par les quatre points imaginaires A, B, C, D, et prenons-les pour coniques de référence, le point P sera pris pour pôle; si l'on se rappelle que les tangentes au point P sont les droites qui vont de ce point aux points où la directrice rectiligne Σ correspondante rencontre la conique P, A, B, C, D, on voit que si l'on connaît les directions réelles ou imaginaires des tangentes au point P, ces conditions suffiront pour déterminer Σ (*) et, par conséquent, pour résoudre la question (**).

Remarque. — On eût pu supposer donnée seulement une direction, mais réelle des tangentes en P et un point réel en plus; il est clair que ces deux derniers éléments eussent déterminé immédiatement encore la droite Σ; d'une manière générale on voit que la direction de l'une des tangentes au point double équi-

(*) *Traité des sections coniques*, p. 224, § II.

(**) Cette solution me semble assez remarquable, puisqu'elle permet de construire la courbe, ne fût-elle définie que par des conditions imaginaires.

vaut, à un point, puisqu'elle permet de déterminer comme lui un point de Σ.

Sans qu'il soit besoin d'entrer dans de plus longs détails, on voit facilement que les théories précédentes enseignent de construire la courbe, lorsqu'elle est déterminée :

1° Par trois points confondus avec une conique donnée en un point donné, par zéro, une ou deux des directions des tangentes en P, par trois, deux ou un point simple.

2° Par quatre points confondus en un point d'une conique donnée, par zéro, une ou deux des directions des tangentes en P, par deux, un ou zéro points simples.

3° Par cinq points confondus avec une conique donnée en un point donné, par zéro ou une des directions des tangentes en P, par un ou zéro point simple.

4° Par six points confondus avec une conique donnée en un point donné.

5° Par deux couples de trois points confondus avec une ou deux coniques données en des points donnés.

Problème. — *Construire la courbe, lorsqu'elle est définie par le point double* P, *un point d'inflexion* I *et sa tangente, et par trois points simples* A, B, 1.

Prenez deux points quelconques C′, D′ en ligne droite avec le point P, et par ces deux points et les points A et B, faites passer deux systèmes de droites, qui serviront de coniques de référence. Joignez le pôle P au point 1, cette sécante détermine sur les deux systèmes de droites une involution; prenez le point 1′ homologue à 1, et considérez la conique L′T′, *arguesienne* de la droite IT; la courbe proposée est l'*arguesienne* de la conique qui a un contact du second ordre en I′ avec I′T′ et qui passe par P, 1′.

Remarque. — Des raisonnements semblables à ceux que nous venons de faire dans ce dernier problème, conduisent à la solution de ceux-ci :

1° Construire la courbe, lorsqu'elle est déterminée par le point double, une tangente d'inflexion et quatre points.

2° Construire la courbe, lorsqu'elle est déterminée par le point double, un point d'inflexion et quatre points.

Nous terminerons ces exercices par le suivant, que nous proposons au lecteur, comme application des théories précédentes.

Construire la courbe, du troisième ordre à point double, déterminée par les trois tangentes d'inflexion A, B, C *et deux autres tangentes.*

Nota. — On montrera : 1° que ce problème a quatre solutions, susceptibles d'être obtenues à l'aide de la droite et du cercle; 2° qu'il dépend de la détermination d'une certaine conique Σ circonscrite au triangle ABC; 3° que le point d'inflexion sur l'une des tangentes, A par exemple, est le point où cette droite est rencontrée par la tangente à la conique Σ, menée au point de rencontre de B et C; 4° que le point double se détermine immédiatement, en supposant construite la conique qui est inscrite dans le triangle ABC et qui est doublement tangente à la courbe Σ.

IX. — INTERSECTION DE LA COURBE, 1°, AVEC UNE CONIQUE ASSUJETTIE A CERTAINES CONDITIONS SPÉCIALES; 2°, AVEC UNE COURBE DU TROISIÈME ORDRE A POINT DOUBLE, ÉGALEMENT ASSUJETTIE A CERTAINES CONDITIONS.

PREMIER PROBLÈME. — Faire passer une seconde conique, par les quatre points communs à une courbe du troisième ordre à point double, et à une conique qui passe par ce point double.

DEUXIÈME PROBLÈME. — Étant données deux courbes du troisième ordre, ayant chacune un point double ou conjugué en un même point, construire la conique qui passe par les cinq autres points d'intersection des deux courbes.

Nota. — Nous renvoyons, pour les solutions de ces deux problèmes, aux solutions proposées par M. *Chasles,* dans les *Comptes rendus,* tome XLI, page 1,195.

TROISIÈME PROBLÈME. — Connaissant un des cinq points A, d'intersection de deux courbes du troisième ordre Σ_1, Σ_2 qui ont chacune un point double ou de rebroussement en un même point P, construire deux coniques qui, par leurs quatre points d'intersection, déterminent les quatre autres.

Prenez deux points quelconques B, C sur la courbe Σ, et un point quelconque D sur la courbe Σ_2. Considérez les deux courbes

arguesiennes de ces deux courbes, par rapport au quadrilatère de référence ABCD et au pôle P; il est évident que de l'intersection de ces deux dernières, résulte l'intersection des deux proposées; or, comme elles se composent, l'une d'une courbe du troisième ordre à point double, l'autre d'une conique passant par ce point double, on voit que la question est résolue, puisqu'elle est ramenée au premier des problèmes précédents (*).

Remarque. — Ce problème résout évidemment le suivant, dont nous allons donner une solution plus simple :

Connaissant trois points A, B, C parmi les cinq points d'intersection de deux courbes du troisième ordre Σ_1, Σ_2 qui ont chacune un point double ou de rebroussement en un même point commun P, construire par la règle et le compas, les deux autres points d'intersection communs.

Prenez un point quelconque D sur la courbe Σ_3; considérez les deux courbes *arguesiennes* des deux courbes Σ_1, Σ_2 par rapport au quadrilatère de référence ABCD et au pôle P; il est encore évident que de l'intersection de ces deux dernières, résulte l'intersection des deux proposées; or elles se composent, l'une d'une droite, et l'autre d'une conique, donc le problème est résolu.

Nota. — Si les deux courbes avaient un quatrième point commun déjà connu, on prendrait pour point D ce quatrième point, et le problème serait ramené immédiatement à l'intersection de deux droites.

X. — THÉORÈMES SUR LA COURBE.

Nous terminerons ce chapitre par cent théorèmes dont on trouvera facilement la démonstration en s'appuyant sur le principe de correspondance et sur le principe arguesien unicursal :

1. Si l'on mène par un point quelconque Q de la courbe deux transversales arbitraires, et qu'on joigne leurs points d'intersection avec la courbe, au point double, les rayons doubles du fais-

(*) M. *Chasles* donne une autre solution de ce problème, *Comptes rendus*, t. XLI, p. 1,196.

ceau en involution, déterminé par ces quatre droites, vont rencontrer la courbe aux points de contact des tangentes issues de Q;

2. Si, par un point quelconque Q d'une courbe du troisième ordre à point double P, on mène deux droites quelconques, qu'on joigne leurs points d'intersection au point double, on obtient quatre droites qui définissent un faisceau en involution, le rayon homologue à PQ va rencontrer la courbe au troisième point de rencontre de la tangente Q;

3. Si, par deux points quelconques d'une courbe du troisième ordre à point double, on mène respectivement deux droites quelconques, qu'on joigne leurs points d'intersection au point double, on obtient deux systèmes de quatre droites définissant deux faisceaux en involution, les rayons homologues à ces deux faisceaux sont les tangentes au point double.

DÉFINITIONS. — 1° Nous désignerons par la lettre Σ, pourvue ou dépourvue d'indice, des cubiques affectées d'un même point double P et passant par deux mêmes points P_1, P_2; et par la lettre ρ, également pourvue ou dépourvue d'indice, des coniques passant par les trois points P, P_1, P_2.

« 2° Deux courbes Σ_p, Σ_q se coupant, comme on sait, en neuf
» points, dont six en P, P_1, P_2, et trois distincts généralement de
» ces derniers, nous conviendrons de considérer ces trois derniers
» points comme représentant l'intersection de ces deux courbes.

» 3° De même, deux courbes Σ_m, ρ_m, se coupant, comme on
» sait, en six points, dont quatre en P, P_1, P_2, et deux générale-
» ment distincts de ces derniers, nous conviendrons de consi-
» dérer ces deux derniers points comme représentant l'intersec-
» tion de ces deux courbes.

» 4° Enfin, deux courbes ρ_p, ρ_q se coupant en quatre points,
» dont trois en P, P_1, P_2, et un généralement distinct de ces
» derniers, nous conviendrons de considérer ce quatrième point
» comme représentant l'intersection de ces deux courbes. »

4. *Quand trois courbes Σ_1, Σ_2, Σ_3 passent par trois mêmes points α_1, α_2, α_3, toute conique ρ les rencontre suivant six points en involution.*

Nota. — Ce théorème admet bon nombre de cas particuliers.

5. *Soient* A, B, C, D *quatre points pris sur une courbe* Σ; *considérons les quatre coniques* ρ *définies par les couples de points :*

(A, B), (B, C), (C, D), (D, A),

si l'on fait varier les points A, B, C, D *de façon que les trois premières tournent autour de trois points situés sur une conique* ρ : *la quatrième tourne autour d'un quatrième point situé sur la même conique.*

Il résulte de là une solution très-simple de ce problème.

6. *Trouver trois coniques* ρ *passant respectivement par trois points donnés, situés sur une conique* ρ_1 *et se coupant en trois points situés sur une courbe* Σ.

7. *Considérons les deux courbes* Σ_1, Σ_2 *tangentes à quatre coniques* ρ, *et une courbe quelconque du quatrième ordre* C, *ayant trois points doubles* P, P_1, P_2 *et tangente à ces quatre mêmes coniques; si d'un point quelconque du plan on mène les deux coniques* ρ *tangentes respectivement à chacune de ces trois courbes, les six tangentes à ces coniques en ce point forment un faisceau en involution.*

8. *Soient* ABC, DEF *deux groupes de trois points pris sur une courbe* Σ; *les six coniques* ρ *définies par les couples de points :*

(A, B), (B, C), (C, A)
(D, E), (E, F), (F, D),

sont tangentes à une courbe du quatrième ordre affectée des trois points P, P_1, P_2 *pour points doubles.*

9. *La réciproque du théorème précédent est vraie.*

10. *Si de deux points, pris arbitrairement, on mène des coniques* ρ *passant par trois points arbitraires* A, B, C, *les six points dans lesquels ces coniques rencontrent les coniques* ρ *définies par les couples de points :*

(B, C), C, A), (A, C)

sont situés sur une courbe du quatrième ordre affectée des trois points P, P_1, P_2 *pour points doubles.*

Quand plusieurs coniques $\rho_1, \rho_2, \rho_3, \ldots$ passent par un même point A pris dans le plan d'une courbe Σ, on peut énoncer les trois théorèmes suivants :

11. *Ces coniques coupant Σ en des points* (α_1, β_1), (α_2, β_2), (α_3, β_3) ..., *si l'on considère les coniques ρ déterminées par des couples de points tels que* (α_1, α_2), (β_1, β_2), *leur intersection se trouve sur une même conique* ρ_d.

12. *Les coniques ρ tangentes à Σ aux points* (α_1, β_1), (α_2, β_2) *se coupent deux à deux sur cette conique.*

13. *Cette conique est le lieu des points homologues au point* A *dans les divisions en involution situées sur les coniques* $\rho_1, \rho_2, \rho_3 \ldots$ *et déterminées par les points doubles* (α_1, β_1), (α_2, β_2) ...

Définition. — La conique ρ_d sera désignée sous le nom de *conique dérivée* du point A par rapport à la courbe Σ.

Si de deux points d'une conique ρ on mène les deux systèmes de coniques (ρ_1, ρ_2), (ρ_3, ρ_4) passant respectivement par ces points et tangentes à une courbe Σ aux points (a_1, a_2), (a_3, a_4); si nous désignons par $\delta_1, \delta_2, \delta_3, \delta_4$ les quatre points d'intersection des coniques (ρ_1, ρ_2) avec les coniques (ρ_3, ρ_4), on peut énoncer les trois premiers théorèmes suivants :

14. *Les coniques* ρ_p, ρ_q, *joignant les sommets opposés du quadrilatère formé par les quatre points* $\delta_1, \delta_2, \delta_3, \delta_4$, *se coupent en un même point fixe* A_d.

15. *Les coniques* ρ, *passant par les couples de points* (a_1, a_2), (a_3, a_4), *passent par le même point* A_d.

16. *Le point* A_d *a pour conique dérivée la conique* ρ.

Définition. — Le point A_d sera désigné sous le nom de *point dérivé* de la conique ρ par rapport à la courbe Σ.

17. *Les coniques dérivées des différents points d'une conique* ρ *passent toutes par le point dérivé de cette conique.*

18. *Quand des coniques* $\rho_1, \rho_2, \rho_3, \ldots$ *passent par un même point, leurs points dérivés sont tous sur une même conique* ρ, *qui est la conique dérivée de ce point.*

Définition. — Nous appellerons points conjugués par rapport à une courbe Σ, deux points tels que la conique dérivée de l'un passe par l'autre.

19. *Les divers couples de deux points conjugués pris sur une même conique* ρ, *forment une involution sur cette conique.*

Définition. — Nous dirons que deux coniques ρ_p, ρ_q *sont conjuguées* par rapport à une courbe Σ, lorsqu'elles seront telles que le point dérivé de l'une se trouve sur l'autre.

20. *Si l'on considère des coniques conjuguées passant par un même point, les tangentes en ces points à ces coniques forment un faisceau en involution.*

21. *Par un point pris dans le plan d'une courbe* Σ, *passent toujours deux coniques* ρ *conjuguées, qui se coupent orthogonalement.*

22. *Si par deux points* B, C, *conjugués par rapport à une courbe* Σ, *on mène deux coniques* ρ_1, ρ_2 *qui se coupent en un même point* a *de la courbe, la conique* ρ_3, *qui joint les deux autres points* b, c *d'intersection des deux coniques* ρ_1, ρ_2 *avec* Σ, *passe par le point dérivé de la conique* ρ *définie par les deux points* (B, C).

23. *Si, par les points de rencontre* b, c *d'une conique* ρ *tangente à* Σ, *et de deux coniques conjuguées* ρ_1, ρ_2 *passant par un même point* A, *on mène deux autres coniques* ρ_3, ρ_4 *tangentes à* Σ *: le point d'intersection* a *de celles-ci sera sur la conique dérivée du point* A.

24. *Si l'on considère une série de points en involution situés sur une conique* ρ, *les tangentes au point dérivés de cette conique aux coniques dérivées des points homologues sont des droites homologues d'un faisceau en involution.*

25. *Soient* A, B, C, D *quatre points pris sur une courbe* Σ, *le point d'intersection des deux coniques* ρ *définies par les couples de points :*

(A, C), (B, D)

est le point dérivé de la conique ρ *qui passe par les deux points d'intersection des deux systèmes de deux coniques définies par les couples de points*

(A, B — C, D), (A, D — B, C).

Définition. — Nous dirons que trois points forment un système

de trois points conjugués, lorsque la conique dérivée de l'un passe par les deux autres.

26. *Si l'on conserve les notations du théorème précédent, on peut dire que les points de concours des coniques* ρ *définies par les couples de points*

(A, B), (D, C)
(A, C), (B, D)
(A, D), (B, C)

forment un système de trois points conjugués.

Soient A, B, C, D quatre points pris sur une courbe Σ et ρ_a, ρ_b, ρ_c, ρ_d quatre coniques ρ tangentes en ces points à la courbe; soient en outre *a*, *b*, *c*, *d* les quatre points d'intersection de ces coniques pris dans le même ordre que les points A, B, C, D; on peut énoncer les quatre premiers théorèmes suivants :

27. *Les coniques* ρ *définies par les couples de points*

(A, C), (B, D)
(*a*, *c*), (*b*, *d*)

se coupent en un même point.

28. *Les points d'intersection des coniques* (ρ_a, ρ_c), (ρ_b, ρ_d) *sont sur la conique* ρ *qui passe par les points d'intersection des coniques* ρ *définies par les couples de points :*

(A, B), (D, C)
(A, D), (C, B).

29. *La conique* ρ *qui passe par les points de concours des coniques :*

(ρ_a, ρ_c), (ρ_b, ρ_d),

est la conique dérivée du point de rencontre des deux coniques ρ *qui passent respectivement par les points* (a, c), (b, d).

30. *Si, sur les coniques* ρ *définies par les couples de points :*

(A, C), (B, D),

et celle qui passe par les deux points d'intersection des deux couples définis par les points :

(A, B — D, C), (A, D — B, C),

on prend trois couples de points qui soient des points homologues dans les divisions en involution qui ont pour points doubles A, B, C, D, *ces six points seront sur une même courbe du quatrième ordre affectée des trois points* P, P_1, P_2 *pour points doubles.*

31. *Soient* A, B, C *trois points pris dans le plan d'une courbe* Σ, *les coniques* ρ *qui passent par l'un de ces points et par les points dérivés des coniques* ρ *définies par les points :*

(B, C), (C, A), (A, B),

passent par un même point.

32. *Les coniques du théorème précédent, rencontrent les coniques dérivées des points* A, B, C *en trois points situés sur une conique* ρ.

33. *Si de chaque point d'une conique* ρ *on mène les deux coniques* ρ_1, ρ_2 *tangentes à* Σ, *ces coniques rencontrent une conique quelconque* ρ_ρ *tangente à* Σ, *en des points qui sont en involution sur cette conique.*

34. *La réciproque du théorème précédent est vraie.*

35. *Étant données une courbe* Σ *et deux coniques* ρ_1, ρ_2; *si sur ces coniques on prend deux points conjugués par rapport à la courbe* Σ, *la conique* ρ_k *qui joint ces points enveloppe une courbe du quatrième ordre affectée des trois points* P, P_1, P_2 *pour points doubles, tangente aux deux coniques* ρ_1, ρ_2 *et aux quatre coniques* ρ *tangentes à* Σ *aux points où les coniques* (ρ_1, ρ_2) *rencontrent la courbe* Σ.

36. *Si, autour de deux points fixes, on fait tourner deux coniques* ρ *conjuguées par rapport à une courbe* Σ, *le point d'intersection de ces coniques décrit une courbe du quatrième ordre à trois points doubles* P, P_1, P_2 *qui passe par les deux points fixes et par les quatre points de contact des coniques* ρ *tangentes à* Σ, *menées par les deux points fixes.*

37. *Si, de deux points fixes pris dans le plan d'une courbe* Σ, *on mène les quatre coniques* ρ *tangentes à* Σ, *les quatre points de contact et les deux points fixes sont situés sur une courbe du quatrième ordre à trois points doubles* P, P_1, P_2.

38. *Si, de deux points fixes pris dans le plan d'une courbe* Σ,

on mène les quatre coniques ρ *tangentes à* Σ *en* (a_1, a_2), (a_3, a_4), *ces quatre coniques* ρ *et les deux qui passent par les couples de points* (a_1, a_2), (a_3, a_4) *sont six coniques* ρ *tangentes à une même courbe du quatrième ordre affectée des trois points* P, P_1, P_2 *pour points doubles.*

39. *Si l'on prend dans le plan d'une courbe* Σ *deux systèmes de trois points conjugués* (a, b, c), (a' b' c'), *ces six points seront situés sur une courbe du quatrième ordre à trois points doubles* P, P_1, P_2.

40. *Si l'on conserve la notation du théorème précédent, on peut dire que : les six coniques* ρ *définies par les couples de points*

$$(a, b), \quad (a, c), \quad (b, c),$$
$$(a', b'), \quad (a', c'), \quad (b', c'),$$

sont tangentes à une courbe du quatrième ordre affectée des trois points P, P_1,P_2 *pour points doubles.*

41. *Quand plusieurs courbes* Σ *ont trois points communs, les coniques dérivées d'un point quelconque, relatives à ces courbes, passent toutes par un même point.*

Quand plusieurs courbes Σ ont trois points communs, on peut encore énoncer les deux premiers théorèmes suivants :

42. *Si un point* k *glisse sur une conique* ρ_1, *le point de concours* k' *des coniques dérivées de ce point, relatives à toutes ces courbes* Σ, *décrit une courbe du quatrième ordre affectée des trois points doubles* P, P_1, P_2.

43. *Cette dernière courbe du quatrième ordre est aussi le lieu des points dérivés de la conique* ρ_1, *relatifs à toutes les courbes* Σ.

44. *Étant données deux courbes* Σ_1, Σ_2 *et une courbe* U *du quatrième ordre affectée des trois points* P, P_1, P_2 *pour points doubles, si l'on en décrit deux autres* B_1, B_2 *dont* B_1 *passe par les quatre points* α_1, β_1, γ_1, δ_1 *d'intersection de* U *et* Σ_1, *et* B_2 *par les quatre points* α_2, β_2, γ_2 δ_2 *d'intersection de* U *et* Σ_2 *: les quatre points d'intersection des deux courbes du quatrième ordre* B_1 *et* B_2 *seront sur une courbe* Σ *passant par les trois points d'intersection de* Σ_1 *et* Σ_2.

Nota. — Il est très-facile d'énoncer vingt théorèmes intéressants, comme cas particuliers de ce dernier théorème.

65. *Étant données deux courbes* Σ_1, Σ_2 *et une courbe* U *du quatrième ordre affectée des trois points* P, P_1, P_2 *pour points doubles, si l'on en décrit deux autres* B_1, B_2 *dont* B_1 *soit tangent aux quatre coniques* ρ *tangentes à* U *et à* Σ_1 *et* B_2 *tangent aux quatre coniques* ρ *tangentes à* U *et à* Σ_2 *: les quatre coniques* ρ *tangentes à la fois aux deux courbes* B_1, B_2 *et les quatre coniques* ρ *tangentes à la fois aux deux courbes* Σ_1 *et* Σ_2 *sont huit coniques tangentes à une même courbe du quatrième ordre affectée des trois points* P, P_1, P_2 *pour points doubles.*

Nota. — Il est très-facile d'énoncer vingt théorèmes intéressants, comme cas particulier de ce dernier théorème.

86. *Quand deux courbes* Σ *sont tangentes et ont trois points communs en ligne droite* P_1, P_2 A, *les coniques dérivées d'un point quelconque* Q *se coupent sur la droite qui joint le point* P *au point de contact des deux courbes.*

87. *Quand deux courbes* Σ *sont tangentes et ont trois points communs en ligne droite* P_1, P_2, A, *les points dérivés d'une conique* ρ *quelconque sont sur une conique* ρ *qui est tangente en* P *à la droite* PA.

88. *Quand deux courbes* Σ *sont tangentes et ont trois points communs en ligne droite* P_1, P_2, A, *tout point de la droite qui joint le point* P *au point de contact a la même conique dérivée dans les deux courbes.*

89. *Quand deux courbes* Σ *sont tangentes et ont trois points communs en ligne droite* P_1, P_2, A, *si l'on imagine une autre courbe* Σ *passant par le point de tangence, les coniques* ρ *qui passent par les couples de points communs qu'elle a avec les deux premières, concourent en un point de la droite qui joint le point* P *au point de contact.*

90. *Mener par deux points donnés* P_1, P_2 *d'un cubique* Σ, *une conique qui ait un contact du troisième ordre avec la courbe* Σ. Le problème a quatre solutions susceptibles d'être obtenues par la règle et le compas.

91. *Mener par un point* I *une courbe du quatrième ordre à*

trois points doubles P, P_1, P_2 *qui ait un double contact avec deux cubiques* Σ_1, Σ_2. La question admet six solutions.

92. *Décrire une courbe du quatrième ordre à trois points doubles* P, P_1, P_2 *tangente à une conique* ρ *et ayant un double contact avec deux cubiques* Σ_1, Σ_2. Le problème a six solutions.

93. *Étant données trois courbes du quatrième ordre* C_1, C_2, C_3 *ayant pour points doubles* P, P_1, P_2 *et doublement tangentes à une cubique* Σ, *on demande de construire une courbe du quatrième ordre à trois points doubles* P, P_1, P_2 *doublement tangente à* Σ *et tangente aux trois courbes* C_1, C_2, C_3. Le problème a trente-deux solutions.

Nota. — Ce problème admet bon nombre de cas particuliers.

94. *Il existe seize courbes du quatrième ordre à trois points doubles* P, P_1, P_2 *tangente à deux autres courbes du quatrième ordre affectées des mêmes points doubles et ayant un contact du troisième ordre avec une courbe* Σ.

95. *Construire une cubique à point double déterminée par son point double, deux points et tangente à quatre droites.*

96. *Construire une cubique à point double déterminée par son point double, cinq points et tangente à une conique.*

97. *Construire une cubique à point double déterminée par son point double, passant par quatre points et tangente à deux coniques qui passent par deux des points donnés de cette courbe.*

98. *Construire une cubique à point double déterminée par son point double, passant par deux points et tangente à quatre coniques qui passent par ces deux points.*

99. *Construire une cubique à point double déterminée par son point double, passant par trois points et tangente à trois coniques passant par deux de ces points.*

100. *Construire une cubique à points doubles, déterminée par son point double, par deux points et satisfaisant à quatre conditions quelconques.* La question se ramène à la construction d'une conique qui doit passer par un point et satisfaire à quatre conditions quelconques.

Observations générales sur les théorèmes précédents.

Nota I. — Les deux points P_1, P_2 étant deux points arbitraires de la courbe, on peut supposer qu'ils coïncident avec les points circulaires dans le cas où la courbe Σ est elle-même circulaire; cette circonstance se présentant, toutes les coniques ρ se transformeront en des cercles et les théorèmes précédents prendront une forme extrêmement simple. La strophoïde est, comme on sait, une courbe circulaire; les théorèmes précédents constituent donc autant de théorèmes nouveaux concernant cette courbe célèbre.

Nota II. — Il est bien entendu qu'il eût été facile d'énoncer une foule d'autres théorèmes intéressants; si nous nous sommes borné à la centaine, c'est que, grâce à ce nombre, nous avons pu passer en revue tous les *genres* de théorèmes ou problèmes susceptibles d'être immédiatement transformés; nous laissons aux élèves studieux la satisfaction d'en énumérer eux-mêmes un grand nombre d'autres : ils ne rencontreront pas la moindre difficulté, s'ils ont égard à des transformations semblables à celles qui précèdent.

Nota III. — Dans une note insérée à la fin de ce mémoire nous faisons connaître cent théorèmes sur la courbe du quatrième ordre à trois points doubles; ces théorèmes subsistant encore alors même que les trois points doubles soient des points de rebroussement, il en résulte immédiatement cent nouveaux théorèmes sur la cubique à point double : on sait, en effet, que cette courbe est la transformée par le principe de dualité de la courbe du quatrième ordre affectée de trois points de rebroussement. Il est à remarquer que dans l'énoncé de tous ces nouveaux théorèmes figureront les trois tangentes d'inflexion et non le point double de la courbe. Au reste, deux exemples vont suffire pour bien fixer les idées.

Considérons, par exemple, les deux théorèmes suivants :

1° *Si l'on prend six points arbitraires* 1, 2, 3, 4, 5, 6 *sur une*

courbe du quatrième ordre à trois points doubles P_1, P_2, P_3, *les coniques définies par les points :*

$$(P_1, P_2, P_3, 1, 4), \quad (P_1, P_2, P_3, 2, 5), \quad (P_1, P_2, P_3, 3, 6),$$

se coupent en trois points situés sur une conique qui passe par les trois points doubles de la courbe.

2° *Soient* 1, 2, 3, 4, 5, 6 *les six points d'intersection* (pris dans un ordre continu) *de six coniques passant par les trois points doubles de la courbe et tangentes de cette même courbe; si l'on considère les coniques*

$$(P_1, P_2, P_3, 1, 4). \quad (P_1, P_2, P_3, 2, 5), \quad (P_1, P_2, P_3, 3, 6),$$

elles se coupent en un même point.

En les transformant par le principe de dualité, on obtient ces deux autres :

1° *Si l'on prend six tangentes* 1, 2, 3, 4, 5, 6 *sur une courbe du troisième ordre à point double, les trois coniques inscrites dans les trois tangentes d'inflexion et tangentes en outre respectivement aux couples de droites :*

$$(1, 4), \quad (2, 5), \quad (3, 6),$$

sont telles que les trois tangentes qu'elles ont en commun deux à deux sont tangentes à une même conique inscrite dans les trois tangentes d'inflexion.

2° *Soient* 1, 2, 3, 4, 5, 6 *les six tangentes* (prises dans un ordre continu) *que six coniques inscrites dans les trois tangentes d'inflexion ont deux à deux en commun; supposons en outre que ces coniques soient tangentes de la courbe* Σ, *si l'on considère les trois coniques inscrites dans les trois tangentes d'inflexion et tangentes en outre respectivement aux couples de droites :*

$$(1, 4), \quad (2, 5), \quad (3, 6),$$

elles ont une quatrième tangente commune.

CHAPITRE III.

CONSIDÉRATIONS SUR LA COURBE DU m^{me} ORDRE AFFECTÉE D'UN POINT MULTIPLE D'ORDRE $m-1$ ET DÉTERMINÉE PAR CE POINT MULTIPLE ET $2m$ AUTRES POINTS.

I. — DÉFINITION DE LA COURBE COMME LIEU GÉOMÉTRIQUE; GÉNÉRATION DE LA COURBE.

Des théories exposées dans le premier mémoire, nous pouvons conclure : que si l'on cherche l'*arguesienne* d'une courbe du m^{me} ordre à point multiple P d'ordre $m-1$, en prenant pour pôle de transformation ce point multiple, et pour coniques de référence, deux coniques passant par quatre points quelconques de cette même courbe, on obtient *une courbe d'ordre* $m-2$, *ayant le point* P *pour point multiple d'ordre* $m-3$.

Il résulte donc de là que l'étude de toute courbe du m^{me} ordre affectée d'un point multiple d'ordre $m-1$, réside dans l'étude du lieu géométrique suivant :

Un point P, *une courbe* Σ *d'ordre* $m-2$ *ayant ce point* P *pour point multiple d'ordre* $m-3$, *et deux coniques* S_1, S_2 *sont pris à volonté dans un plan; on mène par le point* P *une transversale arbitraire, qui rencontre la courbe* Σ *en un point* μ, *et les deux coniques en des couples de points* (α, α'), (β, β'); *on considère le point homologue au point* μ *dans l'involution définie par les quatre points précédents, et l'on demande le lieu géométrique de ce point.*

Ce théorème conduit à la génération suivante de la courbe, lorsqu'elle est déterminée par le point P et $2m$ autres points A, B, C, D, 1, 2, 3....., $2m-4$.

Par les quatre points A, B, C, D *faites passer deux coniques arbitraires* S_1, S_2 (deux systèmes de droites, par exemple); *joignez le point* P *aux points* 1, 2, 3..., $2m-4$, *soient* 1', 2'..., $(2m-4)'$ *les*

homologues de ces points dans les involutions déterminées par les sécantes (P1'), (P2'), (P3')....., *sur les coniques* S_1, S_2; *menez ensuite la courbe* Σ *d'ordre* m — 2 *qui a le point* P *pour point multiple d'ordre* m — 3 *et qui passe par les* 2m — 4 *points* 1', 2', 3'..., (2m — 4)', *cette courbe* Σ *sera telle que si par le point* P *on mène une transversale arbitraire la rencontrant en* μ, *la courbe proposée est le lieu géométrique du point homologue à ce point dans l'involution que cette transversale détermine sur les coniques* S_1, S_2.

Remarque I. — La courbe Σ, étant une courbe rentrant dans le type de la proposée, peut elle-même être décrite à l'aide d'une directrice Σ', d'ordre $m - 4$ et rentrant toujours dans le type de la proposée; en opérant à son tour sur elle comme sur Σ', on voit que l'on est encore ramené, pour la construire, à une courbe d'ordre moindre, rentrant toujours dans le même type; en continuant ainsi de proche en proche, on arrivera à conclure que l'on peut construire comme il suit, en n'employant que la règle et le compas, la courbe du m^{me} ordre, affectée d'un point P multiple d'ordre $m - 1$ et définie par ce point multiple et les $2m$ autres points A, B, C, D, — 1, 2..., $2m - 4$ (*).

On a nécessairement $2m = 4n$ ou bien $2m = 4n' + 2$; suivant que l'on aura l'une ou l'autre forme, on aura égard à cette première ou seconde règle.

Première règle. — *Prenez arbitrairement quatre points parmi les* 2m *points donnés, et considérez les cornes formant un premier quadrilatère de référence* R_1; *construisez au moyen de ce quadrilatère et du pôle* P *les* 2m — 4 *points homologues aux* 2m — 4 *points restants; soient* μ_1, μ_2... μ_{2m-4} *ces* 2m — 4 *nouveaux points. Prenez de même arbitrairement quatre points parmi ces derniers, et considérez-les encore comme formant un deuxième quadrilatère de référence* R_2, *et transformez les* 2m — 8

(*) M. de *Jonquières* résout ce même problème dans le Mémoire déjà cité, page 213; *Poncelet*, dans le tome II, page 191 de son *Traité des propriétés projectives* le résout dans le cas particulier où les $2m$ points sont situés en ligne droite.

points restants, comme on a transformé les 2m — 4 *points* 1, 2, 3..., 2m — 4; *vous obtiendrez* 2m — 8 *nouveaux points* V_1, V_2..., V_{2m-8}, etc., etc... *Continuez ainsi de proche en proche, jusqu'à ce que vous ayez épuisé les* 2m *points donnés, et vous aurez constitué* n *quadrilatères de référence.*

$$R_1,\ R_2 \ldots R_n.$$

Cela posé, par le point P *menez une sécante arbitraire* PL; *cherchez les points d'intersection respectivement avec les* n *quadrilatères, et considérez les* n *involutions ainsi déterminées. Prenez le point* M_1 *homologue au point* P *dans l'involution* R_n, *puis l'homologue* M_2 *de* M_1 *dans l'involution* R_{n-1}, *puis l'homologue* M_3 *de* M_2 *dans l'involution* R_{n-2}, etc., etc.; *continuez ainsi de proche en proche..., le point* M_n *sera le point de la courbe sur la transversale* PL.

Deuxième règle. — *Opérez sur les* 4n' + 2 *points donnés, comme vous venez d'opérer sur les* 4n *points du cas précédent, et cela jusqu'à ce que vous ayez épuisé* 4n' *points; soient*

$$R_1,\ R_2 \ldots R_{n'}$$

les n' *quadrilatères ainsi obtenus; transformez au moyen de* $R_{n'}$ *les deux points restants, soit* Σ_0 *la droite qui joint ces nouveaux points; par le point* P *menez une sécante arbitraire* PL *qui rencontre en* M *la droite* Σ_0. *Cela posé, opérez sur cette sécante comme dans le cas précédent, sauf à prendre pour point de départ le point* M *et non le point* P, *et vous obtiendrez la génération de la courbe.*

Remarque II. — En transformant convenablement, par le second théorème général de la première partie, la courbe d'ordre *m* qui a un point multiple d'ordre *m* — 1, on obtient la courbe d'ordre 2*m* qui a trois points multiples d'ordre *m* et une multiple d'ordre *m* — 1; donc, de la génération précédente résulte bien une génération de cette dernière courbe; M. de Jonquières en fait connaître un autre dans son Mémoire, page 217.

Remarque III. — Il résulte encore de la construction précédente une première méthode de détermination de la tangente en un point quelconque. En effet, un point quelconque étant obtenu, on peut, en l'associant arbitrairement avec trois points quelconques de la courbe, considérer le quadrilatère ainsi déterminé, comme constituant le premier quadrilatère de référence; en conséquence, trouver la tangente en un point quelconque, revient à trouver la tangente en l'un des sommets du quadrilatère ABCD, au point A par exemple. A cet effet, reportons-nous aux raisonnements faits dans la première partie à l'occasion des tangentes à l'*arguesienne*, aux points multiples A, B, C, D et nous serons conduits à cette règle :

Joignez le point A *au point* P, *soient* γ, (α, α'), *les intersections de cette droite avec la courbe* Σ *et les cotés* CD, BC; *considerez les deux cercles tangents respectivement au point* A, *aux deux droites* AB, AD *et passant par* α, α', *la tangente au point* A *au cercle qui passe par le point* γ *et qui a même axe radical que les précédents est la droite cherchée.*

II. — DÉTERMINATION DES TANGENTES AU POINT MULTIPLE P.

De ce que l'on sait, sur la détermination générale, des tangentes à l'*arguesienne*, au point multiple P, nous pouvons conclure que les droites cherchées sont déterminées par le point P, associé à l'un des points communs des deux lieux géométriques suivants :

1° La courbe Σ;

2° La conique W déterminée par les cinq points P, A, B, C, D.

Remarque. — La détermination de ces $m-1$ tangentes, résultant de la recherche des points communs, à une conique et à une courbe d'ordre $m-2$, il s'ensuit que dès que m surpassera 3, on ne saura plus généralement (ce que l'on pouvait prévoir) les construire en n'employant que la règle et le compas; dans ces divers cas, on devra tracer effectivement les deux courbes, et à leur inspection on reconnaîtra comme il suit la nature de ces tangentes.

Le point P aura :

1° Autant de tangentes réelles que la conique W et la courbe Σ auront de points communs réels (en dehors du point P);

2° Autant de tangentes confondues, que la conique W et la courbe Σ auront de points communs confondus;

3° Autant de tangentes imaginaires que la courbe W et Σ ont de points communs imaginaires (*).

III. — INTERSECTION DE LA COURBE ET D'UNE DROITE QUELCONQUE.

Les théories algébriques apprennent :

1° A ramener la résolution d'une équation du degré m, dont on connaît n racines, à la résolution d'une équation de degré $m-n$;

2° A ramener la résolution de toute équation du degré m, à la résolution d'un système de deux équations à deux inconnues et de degrés moindres que la proposée.

L'objet de ce paragraphe est de résoudre, à l'aide de la droite et du cercle, quelques problèmes géométriques correspondants, qui se présentent dans la courbe que nous étudions.

PREMIER PROBLÈME. — *On connaît* n *des points communs à la courbe et à une sécante quelconque* S, *ramener la recherche des points communs restants, à la recherche de l'instruction d'une courbe d'ordre* m — n *rentrant dans le type de la proposée.*

Nous considérons deux cas, suivant que n est pair ou impair.

Supposons en premier lieu n de la forme $2n'$, et résolvons d'abord le problème proposé dans le cas particulier de $n=2$.

Deux points quelconques, associés aux points en question, déterminant un quadrilatère de référence, nous pouvons supposer, sans rien particulariser, que les deux points considérés sont les points A, B; la question est donc ramenée à trouver les $m-2$ autres points communs à la courbe et à l'un des côtés du quadrilatère de référence, problème qui peut évidemment être résolu comme il suit :

(*) M. *de Jonquières* résout cette question dans son Mémoire, page 220, dans le cas particulier de $m=4$.

Joignez au point P *les* m — 2 *points d'intersection de la droite* CD *avec la courbe* Σ, *les points de rencontre de cette droite avec* AB' *sont les points demandés.*

Cela posé, passons au cas général, c'est-à-dire au cas où l'on connait $2n'$ points communs à la courbe et à la sécante AB. Il est évident que la connaissance de ces $2n'$ points entraîne la connaissance de $2n' - 2$ points communs à la sécante CD et à la çourbe Σ, et réciproquement de la connaissance des points communs à CD et à Σ résulte la connaissance des points communs à la courbe proposée et à la sécante S; par conséquent, la question est donc déjà ramenée à la recherche des points communs à une courbe d'ordre $m - 2$ (rentrant dans le type de la proposée) et à une sécante dont on connaît déjà $2n' - 2$ points communs; ou en procédant sur celle-ci comme sur la proposée, on ramènera encore la question à la recherche des points communs à une courbe d'ordre $m - 4$ (rentrant toujours dans le type de la proposée) et à une sécante dont on connait déjà $2n' - 4$ points communs. On continuera ainsi de proche en proche, et au bout de n' substitutions, on sera bien ramené a trouver l'intersection d'une sécante et d'une courbe d'ordre $m - n$ appartenant au type de la proposée.

En second lieu, supposons n impair de la forme $2n' + 1$, n' pouvant être nul.

Si n' n'est pas nul, en procédant comme nous venons de voir, on ramènera le problème à la recherche de l'intersection d'une droite et d'une courbe d'ordre $m - 2n'$ dont on connait déjà un point commun; en sorte que la suite de la solution est comprise dans l'énoncé général suivant :

On connaît un point commun à la courbe proposée et à une sécante; ramener la recherche des m — 1 *autres points communs à la recherche des points communs à une sécante et à une courbe d'ordre* m — 1 *appartenant à la même famille que la proposée.*

Le point A étant un point quelconque de la courbe, nous pouvons supposer que c'est de lui qu'il s'agit. Cela posé, prenons un point quelconque B' sur la sécante SA, et remarquons qu'il résulte de nos théorèmes généraux que la courbe peut être considérée comme l'*arguesienne* d'une courbe d'ordre $m - 1$ que nous

allons définir, prise par rapport au quadrilatère de référence AB′ CD et au pôle P.

Soient 1′, 2′, 3′, ... (2m — 4)′, b′ les points homologues aux points 1, 2, 3 ... 2m — 4, B; la courbe Σ_1 d'ordre $m - 1$ ayant le point P pour point multiple d'ordre $m - 2$ et passant par les $2m - 2$ points 1′, 2′, 3′ ... (2m — 4)′, B′, b′ est la courbe demandée.

Il est dès lors évident que les points où la sécante AB′ rencontre la courbe peuvent être obtenus comme il suit :

Joignez au point P *les points d'intersection de la droite* CD *avec la courbe* Σ_1, *les points de rencontre de ces rayons avec* AB *sont les points demandés.*

Second problème. — *Ramener la recherche de l'intersection de la courbe et d'une sécante à celle de deux courbes d'ordres moindres que* m.

Première solution. — Il est évident que les points où la sécante S rencontre la courbe, sont à l'intersection de cette droite et des rayons vecteurs issus du point P et allant aux points communs des deux courbes suivantes :

1° La courbe Σ;

2° La cubique Σ', *arguesienne* de la sécante S, prise par rapport au quadrilatère ABCD et au pôle P.

Nota. — Appliquons cette solution au cas de $m = 4$; dans ce cas la courbe Σ est une conique qui passe par le point double de la cubique correspondante; mais on a appris dans le chapitre précédent à substituer à cette cubique une conique, donc on a la solution de ce problème :

Ramener la recherche des points d'intersection d'une sécante quelconque et de la courbe du quatrième ordre à celle des points communs à deux coniques.

Seconde solution. — On obtient une seconde solution de ce problème en remarquant que la courbe peut être encore considerée, comme l'*arguesienne* d'une courbe Σ_2 d'ordre $m - 1$, que nous allons définir, prise par rapport au pôle P et au quadrilatère de référence A′ B′ CD (A′, B′ sont deux points quelconques en ligne droite avec le point P).

Soient 1′, 2′, 3′ ... (2m — 4)′, a′, b′ les points homologues aux

points 1, 2, 3 ... (2*m* — 4), A, B; la courbe Σ_2 d'ordre *m* — 1, ayant le point P pour point multiple d'ordre *m* — 2 et passant par les 2*m* — 2 points 1', 2', 3' ... (2*m* — 4)', *a'*, *b'* est la courbe demandée.

Il est dès lors évident que les points communs à une sécante quelconque S et à la courbe sont les points qui sont sur les rayons vecteurs qui vont du point P aux points communs des deux courbes suivantes.

1° La courbe Σ_2;

2° La conique S_2, *arguesienne* de la sécante S, prise par rapport au quadrilatère A' B' CD et au pôle P.

IV. — INTERSECTION DE LA COURBE ET D'UNE CONIQUE C_1, CIRCONSCRITE A UN QUADRILATÈRE FORMÉ PAR QUATRE POINTS DISTINCTS DE CETTE COURBE.

Quatre points quelconques de la courbe déterminant un quadrilatère de référence, nous pouvons supposer que la conique en question passe par les quatre points A, B, C, D. Cela posé d'après le théorème de Bezout, l'intersection complète se composant de 2*m* points, et A, B, C, D en faisant déjà partie, il n'en reste plus que 2*m* — 4 à déterminer; on les obtiendra évidemment en ayant égard à la règle suivante :

Cherchez les 2m — 4 *points d'intersection de la conique* C_1 *avec la courbe* Σ, *et joignez-les au point* P, *les nouveaux points d'intersection de ces rayons avec la conique sont les points demandés.*

Remarque. — Ce problème donne une solution nouvelle du suivant :

Déterminer la tangente en un point quelconque.

En effet, nous savons déjà que mener la tangente en un point quelconque revient à la mener en A, or en ce dernier point; il est évident qu'on peut l'obtenir comme il suit :

Supposez la conique qui passe par les quatre sommets A, B, C, D *et par le point où la droite* PA *rencontre la courbe* Σ; *la tangente au point* A *à cette conique est la tangente demandée.*

V. — INTERSECTION COMPLÈTE DE LA COURBE ET D'UNE CONIQUE C_2, PASSANT PAR QUATRE POINTS DONNÉS DE CETTE COURBE, A_b, C, D, ET DONT DEUX D'ENTRE EUX SONT CONFONDUS EN A_b.

Soit AT la tangente à la courbe; considérons le quadrilatère formé par les quatre points donnés, comme étant un quadrilatère de référence. (Les côtés opposés sont (AT, DC), (AD, CA)). A ce quadrilatère répond une courbe Σ' d'ordre $m-2$ ayant le point P pour point multiple d'ordre $m-3$, dont la courbe proposée est l'*arguesienne;* si l'on suppose cette courbe construite, il est évident que l'on obtiendra l'intersection complète de la courbe et d'une conique circonscrite à ce quadrilatère, en procédant comme il suit :

Cherchez les $2m-4$ *points d'intersection de la conique* C_2 *et de la courbe* Σ', *joignez-les au point* P, *les nouveaux points d'intersection de ces rayons avec la conique seront les points demandés.*

Remarque. — Ce problème conduit à la solution du suivant :

Déterminer la conique qui a trois points confondus avec la courbe en un de ces points et qui passe par deux autres points quelconques de cette courbe.

Il est évident que, sans rien particulariser, nous pouvons supposer que le point considéré est le point A_b, et les deux autres points, les points C, D. Cela posé, menons, ce que nous savons faire, la tangente A_b T; les données du problème précédent étant par là même déterminées, on voit sans peine que la conique demandée est celle :

Qui est tangente en A, *suivant* A_bT, *qui passe par les points* C, D *et par le point où la courbe* Σ' *est rencontrée par la droite* PA_b.

Nota. — Il est dès lors facile de résoudre ces nouveaux problèmes.

Déterminer la conique qui a trois points confondus en un point A_b *de la courbe, et qui passe par deux autres points quelconques du plan, réels ou imaginaires; déterminer en particulier le cercle osculateur.*

Il suffira, en effet, de construire, ce que l'on appris à faire, une conique qui ait trois points confondus au point A_{6} avec la conique que l'on vient d'obtenir, et qui passe en outre par les deux autres points donnés; c'est ainsi qu'on déterminera le cercle osculateur, en menant le cercle osculateur à cette dernière conique.

VI. — INTERSECTION COMPLÈTE DE LA COURBE, ET D'UNE CONIQUE C_2, PASSANT PAR QUATRE POINTS DONNÉS $A_{(b,c)}$, D DE CETTE COURBE, ET DONT TROIS D'ENTRE EUX SONT CONFONDUS EN $A_{(b,c)}$.

Construisons, ce que nous savons faire, une conique quelconque S_1, qui ait trois points confondus en $A_{(b,c)}$ avec la courbe, et qui passe par le point D; menons en outre la tangente AT et la droite AD. L'ensemble de ces lignes constitue deux coniques, passant par quatre points de la courbe, et qui, par conséquent, peuvent être prises pour coniques de référence. Il leur répond une courbe Σ'' d'ordre $m-2$ ayant le point P pour point multiple d'ordre $m-3$, dont la courbe proposée est l'*arguesienne;* si l'on suppose cette courbe construite, il est évident que l'on obtiendra l'intersection complète de la courbe et d'une conique circonscrite de ce quadrilatère, en procédant comme il suit :

Cherchez les $2m-4$ *points d'intersection de la conique* C_2, *avec la courbe* Σ'', *joignez-les au point* P; *les nouveaux points d'intersection de ces rayons avec la conique seront les points demandés.*

Remarque. — Ce problème conduit à la solution du suivant :

Déterminer la conique qui a quatre points confondus en un point de la courbe, et qui passe par un autre point quelconque de cette courbe.

Il est évident que, sans rien particulariser, nous pouvons supposer que le point considéré est le point $A_{(b,c)}$, et l'autre point, le point D. Cela posé, on voit sans peine que la conique demandée est celle :

Qui a trois points confondus en $A_{(b,c)}$ *avec* S_1, *qui passe par le point* D *et par le point où la courbe* Σ'' *est rencontrée par la droite* $PA_{(b,c)}$.

Nota. — Il est dès lors facile de résoudre ces nouveaux problèmes.

Déterminer la conique qui a quatre points confondus en un point $A_{(b,c)}$ *de la courbe, et qui passe par un cinquième point quelconque du plan; détermination de la parabole osculatrice.*

Pour résoudre le premier de ce ces problèmes, il suffit de construire ce que l'on sait faire, une conique qui ait quatre points confondus au point $A_{(b,c)}$ avec la conique que nous venons d'obtenir et qui passe par le cinquième point donné.

Nota. — La parabole osculatrice de la courbe sera la parabole osculatrice de cette même conique.

VII. — INTERSECTION COMPLÈTE DE LA COURBE ET D'UNE CONIQUE C_4, PASSANT PAR QUATRE POINTS CONFONDUS $A_{(b,c,d)}$ DE CETTE COURBE.

Construisons, ce que nous savons faire, une conique quelconque S'_1, qui ait quatre points confondus en $A_{(b,c,d)}$ avec la courbe; menons, en outre, la tangente $A_{(b,c,d)}T$. L'ensemble de ces lignes constitue deux coniques passant par quatre points de la courbe, et qui, par conséquent, peuvent être prises pour coniques de référence; il leur répond une courbe Σ''' d'ordre $m-2$ ayant le point P pour point multiple d'ordre $m-3$, dont la courbe proposée est l'*arguesienne*; si l'on suppose cette courbe construite, il est évident que l'on obtiendra l'intersection complète de la courbe et d'une conique circonscrite à ce quadrilatère, en procédant comme il suit :

Cherchez les $2m-4$ *points d'intersection de la conique* C_4 *avec la courbe* Σ''', *joignez-les au point* P, *les nouveaux points d'intersection de ces rayons avec la conique seront les points demandés.*

Remarque. — Ce problème conduit à la solution du suivant.

Déterminer la conique surosculatrice à la courbe en un point donné.

Il est évident que, sans rien particulariser, nous pouvons supposer que le point considéré est le point $A_{(b,c,d)}$. Cela posé, on voit sans peine que la conique demandée est celle :

Qui a quatre points confondus en $A_{(b,c,d)}$ *avec* S'_1 *et qui passe par le point où la courbe* Σ''' *est rencontrée par la droite* $PA_{(b,c,d)}$.

VIII. — CONSTRUCTION DE LA COURBE, DÉTERMINÉE PAR CERTAINES CONDITIONS SPÉCIALES.

LEMME. — *Construction de la courbe du quatrième ordre à point triple* P *qui a pour conique surosculatrice une conique donnée* C *en un point donné* A, *et qui passe par trois autres points également donnés* 1, 2, 3.

Prenez pour pôle le point P et pour conique de référence la conique C et sa tangente en A. Considérez les points 1′, 2′, 3′ homologues à 1, 2, 3; joignez PA, soit I son second point de rencontre avec C; la conique qui passe par les cinq points 1′, 2′, 3′, P, I a pour *arguesienne* la courbe proposée.

Nota I. — On verra sans peine que si les 8 points simples qui déterminent la courbe du quatrième ordre étaient tous confondus en A sur la conique C, cette courbe serait l'*arguesienne* de la conique osculatrice en I à la conique *c* et passant par le point P.

Nota II. — Nous laissons au lecteur le soin de démontrer qu'en s'appuyant sur les théories précédentes, on arrive facilement à la solution de ce problème général (*) :

Construire la courbe d'ordre m qui a un point P multiple d'ordre $m-1$ et qui est définie :

1° Par p groupes de cinq points confondus sur p' coniques donnés en des points donnés;

2° Par q groupes de quatre points confondus sur q' coniques donnés en des points donnés;

3° Par r groupes de trois points confondus sur r' coniques donnés en des points donnés;

4° Par s tangentes données et leur point de contact;

5° Par t des directions des tangentes au point multiple;

6° Par $2m - 5p - 4q - 3r - 2s - t$ points simples.

Remarque. — La solution subsiste également dans les hypo-

(*) M. *de Jonquières*, dans son Mémoire, p. 222, résout un cas particulier de ce problème dans l'hypothèse de $m = 4$.

thèses de quatre points simples imaginaires, et de quatre des directions des tangentes en P imaginaires.

IX. — INTERSECTION DE DEUX COURBES D'ORDRE m ET n PASSANT PAR QUATRE MÊMES POINTS DONNÉS ET QUI ONT UN MÊME POINT P RESPECTIVEMENT MULTIPLE D'ORDRE $m-1$ ET $n-1$.

Nous nous proposons de ramener la recherche de l'intersection de ces deux courbes à la recherche de celle de deux autres, appartenant à la même famille, et dont les degrés seront respectivement moindres.

Cherchons, d'abord, le nombre des points communs qu'elles ont en dehors du point P et des quatre points donnés A, B, C, D; ils sont évidemment donnés par la formule

$$mn-(m-1)(n-1)-4=m+n-5.$$

Cela posé, soient Σ_m, Σ_n les *arguesiennes* de ces deux courbes par rapport au quadrilatère de référence ABCD et au pôle P. Ces deux courbes d'ordre $m-2$ et $n-2$ se coupent en dehors du point P en un nombre de point marqués par la formule :

$$(m-2)(n-2)-(m-3)(n-3)=m+n-5.$$

Il est évident que les points communs aux deux courbes proposées sont sur les rayons vecteurs allant du point P aux $(m+n-5)$ points communs des deux *arguesiennes* Σ_m, Σ_n; donc la recherche des points communs aux deux courbes proposées est bien ramené, etc.

Remarque. — La connaissance de 8 points communs aux deux courbes proposées entraîne la connaissance de quatre points communs aux deux courbes Σ_m, Σ_n; si donc on opère sur celles-ci comme sur les proposées, on aura ramené la question à la recherche de l'intersection de deux courbes d'ordre $m-4$, $n-4$; en continuant ce raisonnement, on voit que d'une manière générale, α système de quatre points communs connus permettent d'abaisser respectivement les degrés des deux courbes de 2α unités.

Application. — On trouve une application intéressante de ce problème dans les suivants :

1° Deux courbes du quatrième ordre ont quatre points communs et même point triple, trouver les trois autres points communs, au moyen de l'intersection de deux coniques.

2° Deux courbes du troisième et quatrième ordre ont quatre points communs ; un même point P est triple pour la première et double pour la seconde ; on demande de ramener l'intersection des autres points inconnus à celle d'une droite et d'une conique.

3° Deux courbes du cinquième et quatrième ordre, ont quatre points communs ; un même point P est quadruple pour la première, et triple pour la seconde ; on demande de ramener l'intersection des quatre autres à celle de deux coniques.

D'une manière générale, toutes les fois qu'il ne restera plus de points inconnus qu'un nombre inférieur ou égal à 4, on saura les trouver au moyen de l'intersection de deux coniques.

Nota. — Le problème que nous venons de résoudre nous conduirait par une série de raisonnements identiques à ceux que nous avons faits, pour obtenir une conique, qui eût 2, 3, 4, 5 points confondus en un point de la courbe proposée, à des problèmes analogues, où la conique serait remplacée par la courbe d'ordre n ayant le point P pour point multiple d'ordre $n-1$; nous laissons au lecteur le soin de faire lui-même cette généralisation (*).

X. — PROBLÈME PROPOSÉ.

Nous proposerons encore au lecteur de montrer que les théories précédentes résolvent élégamment ce problème singulier :

Construire par la règle et le compas la courbe d'ordre m *affectée d'un point* P *multiple d'ordre* m — 1 *et définie par ce*

(*) *Poncelet,* dans son *Traité des propriétés projectives,* t. II, p. 297, fait remarquer que les déterminations des coniques osculatrices aux divers points d'une courbe géométrique suffisent pour longtemps encore aux besoins des arts et aux applications de la théorie de l'osculation.

point multiple et 2m *autres points confondus en un point* A *d'une conique donnée* c.

Nota. — La solution subsiste également, quel que soit le nombre de points confondus, en un point de la conique, ou bien en deux points de cette conique; on généralise encore davantage facilement.

—

Observation générale sur les trois chapitres précédents.

—

Presque tous les résultats qui font l'objet de ces chapitres sont de ceux qui se transforment naturellement et sans difficulté par le principe de dualité. On obtient immédiatement ainsi un ensemble de résultats corrélatifs. Nous allons énumérer dans les deux chapitres suivants la plupart de ceux qui se rapportent aux coniques et aux cubiques; avec ces développements l'énumération complète ne saurait offrir de difficultés.

Remarque. — Nous croyons devoir encore faire remarquer que les nouveaux résultats que nous allons obtenir, étant susceptibles d'êtres démontrés avec autant de facilité, d'une manière directe, que leurs corrélatifs, on eût pu commencer par les établir et déduire réciproquement ces derniers des considérations suivantes.

—

CHAPITRE IV.

CONSIDÉRATIONS SUR LES CONIQUES DÉFINIES PAR CINQ TANGENTES.

I. — DÉFINITION DE LA COURBE COMME LIEU GÉOMÉTRIQUE ; GÉNÉRATION DE LA COURBE.

THÉORÈME. — *Les tangentes issues d'un point donné aux coniques qui sont inscrites aux quatre tangentes communes à deux coniques données, forment un faisceau en involution.*

De là la génération suivante d'une conique déterminée par cinq tangentes P, A, B, C, D.

Prenez un point O *quelconque sur la tangente* P, *joignez ce point aux sommets* a, b, c, d *du quadrilatère formé par les quatre autres ; le rayon homologue à* P *dans le faisceau en involution défini par ces quatre droites est une tangente à la conique.*

Remarque. — Il résulte de là un premier mode de détermination du point de contact sur une tangente quelconque.

II. — TANGENTES ISSUES D'UN POINT QUELCONQUE.

RÈGLE. — Au moyen des cinq tangentes données, imaginez deux quadrilatères qui diffèrent par l'une des tangentes, et joignez le point donné aux sommets de ces deux quadrilatères ; considérez les deux faisceaux en involution définis par ces deux systèmes de quatre droites, les rayons homologues communs sont les tangentes demandées.

III. — INTERSECTION DE LA COURBE ET D'UNE SÉCANTE QUELCONQUE S ; NOUVELLE DÉTERMINATION DU POINT DE CONTACT SUR UNE TANGENTE DONNÉE.

Pour obtenir les points d'intersection d'une sécante quelconque et de la courbe, prenez deux points quelconques sur cette droite,

de ces deux points menez des tangentes à la courbe, considérez les quatre points d'intersection qu'elles déterminent sur une tangente quelconque; les points doubles de l'involution déterminée par ces quatre points sont tels, que si de ces points on mène des tangentes à la courbe, elles déterminent sur la sécante S les points demandés.

Remarque I. — En supposant la sécante S transportée à l'infini, on a la solution de ce problème :

Étant données cinq tangentes d'une conique, trouver les directions asymptotiques de la courbe.

Corollaire. — Si les deux points doubles de l'involution correspondante sont réels, la courbe est une *hyperbole;* s'ils coïncident, la courbe est une *parabole;* enfin s'ils sont imaginaires, la courbe est une *ellipse.* Cette solution offre donc une solution fort simple de ce problème :

Étant données cinq tangentes d'une conique, déterminer la forme de la courbe sans la construire.

Nota. — Lorsque la courbe sera une hyperbole, la construction précédente donnera en même temps que les directions asymptotiques les asymptotes elles-mêmes.

Théorème. — Étant données cinq tangentes d'une conique, pour trouver le point de contact sur l'une d'elles, considérez le quadrilatère formé par les quatre autres; cherchez les intersections de la tangente en question avec les côtés opposés de ce quadrilatère et avec la droite qui joint les points de concours des côtés opposés du quadrilatère; le point homologue à ce dernier point dans l'involution définie par les quatre premiers points est le point demandé.

Nota. — On déduit facilement de cette construction, en supposant que la cinquième tangente soit la droite de l'infini, ce théorème connu :

La direction de l'axe de la parabole tangente à quatre droites est la droite qui joint les milieux des diagonales du quadrilatère formé par les quatre tangentes.

IV. — DÉTERMINER LA CONIQUE QUI A TROIS TANGENTES CONFONDUES SUIVANT UNE DROITE A TANGENTE A UNE CONIQUE DONNÉE C_0 EN UN POINT A ET QUI DOIT ÊTRE TANGENTE A DEUX AUTRES DROITES B, C RÉELLES OU IMAGINAIRES.

Il suffit évidemment de déterminer la quatrième tangente commune à la conique C_0 et à la courbe cherchée; pour cela on suivra cette règle :

Prenez le point d'intersection des deux droites B, C, par ce point menez les deux tangentes à la conique C_0; considérez le faisceau en involution déterminé par ces quatre droites, et joignez le sommet au point a; le rayon homologue à cette droite va rencontrer la tangente A en un point tel, que la seconde tangente issue de ce point à la conique C_0 est la tangente cherchée.

Remarque. — Dire que deux courbes ont trois tangentes communes confondues, suivant une droite A, c'est évidemment dire que les deux courbes ont trois points confondus en un même point de cette droite; donc, pour obtenir le cercle qui a trois tangentes communes confondues avec C_0 suivant A, il suffit de mener en a le cercle osculateur de cette conique.

V. — DÉTERMINER LA CONIQUE QUI A QUATRE TANGENTES CONFONDUES SUIVANT UNE DROITE A, TANGENTE A UNE CONIQUE DONNÉE C_0 EN UN POINT a ET QUI DOIT ÊTRE TANGENTE A UNE CINQUIÈME DROITE B.

On suivra cette règle :

Prenez un point quelconque I sur la droite B, et de ce point menez des tangentes à la conique C_0, et joignez Ia; considérez ces trois droites comme définissant un faisceau en involution dont Ia est un rayon double; le rayon homologue à la tangente B est une nouvelle tangente de la conique cherchée.

Remarque. — Si l'on suppose que la droite B soit la droite de l'infini, cette règle constitue une nouvelle solution de la détermination de la parabole osculatrice.

VI. — MENER UNE CONIQUE TANGENTE A DEUX DROITES DONNÉES, A, B ET QUI AIT UN CONTACT DU TROISIÈME ORDRE AVEC UNE CONIQUE DONNÉE C_0.

On suivra cette règle :

Soit P le point d'intersection des deux tangentes; de ce point menez les tangentes à la conique C_0 et considérez ces quatre droites comme déterminant un faisceau en involution; les rayons doubles de ce faisceau vont rencontrer la courbe en quatre points, qui sont les points de contact des courbes cherchées et de la conique C.

Nota. — On complétera sans peine l'énumération des résultats corrélatifs énoncés dans le chapitre I.

CHAPITRE V.

CONSIDÉRATIONS SUR LES COURBES DE TROISIÈME CLASSE, AFFECTÉES D'UNE TANGENTE DOUBLE ET DÉFINIES PAR CETTE TANGENTE DOUBLE ET SIX AUTRES TANGENTES (*).

I. — DÉFINITION DE LA COURBE COMME LIEU GÉOMÉTRIQUE ; GÉNÉRATION DE LA COURBE.

L'étude de toute courbe, de troisième classe, affectée d'une tangente double, réside dans l'étude de la courbe enveloppe suivante :

Une droite T, *un point* Σ *extérieur à cette droite et deux coniques* S_1 S_2 *sont pris à volonté dans un plan. On prend sur la droite* T *un point* O *arbitraire que l'on joint au point* Σ; *on imagine le rayon* OM *homologue à* OΣ *dans le faisceau en involution qui a pour sommet le point* O *et qui est déterminé par les tangentes issues de ce point aux coniques inscrites dans le quadrilatère obtenu en menant les tangentes communes à* S_1, S_2, *et l'on demande l'enveloppe de la droite* OM *lorsque le point décrit la droite* T.

Ce théorème conduit à la génération suivante de la courbe, lorsqu'elle est déterminée par la tangente double T et par six autres tangentes A, B, C, D, 1, 2.

Inscrivez dans les quatre tangentes A, B, C, D deux coniques arbitraires S_1, S_2 (les deux ellipses infiniment aplaties représen-

(*) Comme nous le verrons plus loin, si les deux points de contact de la tangente double sont distincts, ces courbes sont *du quatrième ordre*, et elles sont affectées de *trois points de rebroussement ;* si les deux points de contact sont confondus, la courbe est du *troisième ordre*, elle est affectée d'un *point de rebroussement*, et la tangente double donnée est la tangente au *seul point d'inflexion* que possède la courbe.

tées par les deux diagonales, par exemple); soient I_1, I_2 les points d'intersection des droites 1, 2 avec la tangente double T, imaginez les deux faisceaux en involution qui sont déterminés par les tangentes issues de ces deux points aux coniques inscrites dans A, B, C, D, et prenez respectivement les rayons homologues $1'_1$ $2'_2$, aux deux tangentes 1, 2; soient Σ le point d'intersection de ces deux nouvelles droites; ce point est tel que si on le joint à un point O arbitraire pris sur la droite T, la courbe est l'enveloppe de la droite ou du rayon homologue à OΣ dans le faisceau en involution qui a pour sommet le point O et qui est déterminé par les tangentes issues de ce point aux coniques inscrites dans le quadrilatère ABCD.

II. — Détermination des points de contact de la tangente double.

Règle. — Les points de contact sont les points d'intersection de la droite T avec les tangentes issues du point Σ à la conique W définie par les cinq tangentes P, A, B, C, D.

Donc la tangente T sera :

1° Une tangente double réelle si Σ est extérieur à W;

2° Une tangente de rebroussement si Σ est sur W;

3° Une tangente isolée si Σ est intérieur à W.

III. — Tangentes issues d'un point quelconque.

Premier problème. — On connaît deux tangentes de la courbe issues d'un point donné S, trouver la troisième.

Soient *a*, *b*, *c*, *d* les sommets du quadrilatère formé par les quatre tangentes A, B, C, D; nous pouvons supposer, sans rien particulariser, que le point dont il s'agit est le point *a*; or, pour ce point il suffit de suivre cette règle :

Joignez *c*Σ et soit I le point d'intersection de cette droite avec la tangente T, la droite *a*I est la troisième tangente demandée.

Second problème. — On connaît une des deux tangentes issues d'un point donné à la courbe, ramener la recherche des deux autres à celle des tangentes issues d'un point à une conique.

Troisième problème. — Ramener la recherche des tangentes à la courbe, issues d'un point donné S, à la recherche des tangentes communes à deux coniques qui ont déjà une tangente commune connue.

Nota. — Afin d'abréger, nous nous bornerons à donner une seule solution de ces deux problèmes.

Lemme. — La courbe peut être considérée comme *arguesienne tangentielle* d'une conique Σ_1 que nous allons définir, prise par rapport à l'axe T et au quadrilatère de référence A'B'CD (A', B' sont deux droites quelconques qui se coupent sur la droite T).

Soient μ_1, μ_2, μ_3, μ_4 les droites homologues aux droites A, B, 1, 2, la conique Σ, tangente aux cinq droites T, μ_1, μ_2, μ_3, μ_4 est la conique demandée.

Il est dès lors évident que les tangentes issues du point S sont les droites qui vont de ce point aux trois points de rencontre de la tangente T et des tangentes communes aux deux courbes suivantes :

1° La conique Σ;

2° La conique S_1, arguesienne tangentielle du point S, prise par rapport à l'axe T et au quadrilatère de référencee A'B'CD.

Quatrième problème. — Reconnaître si un point S est situé sur la courbe, et dans ce cas trouver la tangente en ce point.

Le problème peut se transformer en cet autre.

Deux coniques étant données, reconnaître si elles sont tangentes, et dans ce cas trouver le point de contact.

Les considérations précédentes conduisent à la solution de plusieurs problèmes que nous allons passer en revue :

1° Détermination du point de contact sur une tangente quelconque.

Soit μ une tangente de Σ, I le point de contact et M la tangente correspondante de la courbe; imaginez la conique tangente en I à Σ_1 et tangente en outre aux trois droites B, C, T, le *point arguesien tangentiel* de cette conique est le point de contact de la tangente M;

2° Trouver les points de rencontre de la courbe et d'une sécante quelconque I.

Ce problème se ramène au suivant :

Étant données une série de coniques tangentes à quatre droites T, A, BI' (I' est l'homologue de I), dont l'une d'elles T est tangente

à une conique Σ_1, déterminer les coniques de ce faisceau tangentes à cette conique Σ_1.

Les tangentes communes aux coniques cherchées passent par les points communs des deux coniques suivantes :

1° Conique Σ_1;

2° Courbe conique, lieu des points de rencontre des tangentes communes aux coniques du faisceau et à la conique Σ_1.

Nota. — Cette construction résout ce nouveau problème :

Connaissant deux points de la courbe situés sur une sécante, trouver les deux autres points communs en n'employant que la règle et le compas;

3° Détermination des points de rebroussement.

Ce problème se transforme en cet autre :

Déterminer les coniques qui sont tangentes à trois droites T, A, B et qui ont un contact du second ordre avec Σ_1.

Les tangentes communes aux coniques cherchées passent par les points communs des deux coniques suivantes :

1° Conique Σ_1;

2° Conique, lieu des points de rencontre des tangentes communes aux coniques de faisceau et à la conique Σ_1. (Cette conique passe par le point où la droite T est tangente à Σ_1.)

Nota. — Cette construction montre bien qu'en général la courbe possède trois points de rebroussement.

IV. — TANGENTES COMMUNES A LA COURBE ET A UNE CONIQUE C_1, INSCRITE DANS QUATRE TANGENTES DISTINCTES DE CETTE COURBE.

On obtiendra les deux autres tangentes communes en ayant égard à cette règle :

Menez du point Σ, les tangentes à la conique C_1, considérez leurs points d'intersection avec la droite T; les deuxièmes tangentes à la conique C_1, issues de ces points, sont les tangentes demandées.

Remarque. — Ce problème donne une solution nouvelle du suivant :

Déterminer le point de contact sur une tangente quelconque.

On peut supposer que c'est de la tangente A qu'il s'agit; or en ce point il suffit de procéder comme il suit :

Supposez menée la conique qui est tangente aux droites A, B, C, D et à celle qui joint le point Σ au point de rencontre de A et de T; le point de contact de la tangente A sur cette conique est le point demandé.

V. — TANGENTES COMMUNES A LA COURBE ET A UNE CONIQUE C_2, INSCRITE DANS UN QUADRILATÈRE FORMÉ PAR QUATRE TANGENTES A_6, C, D A CETTE COURBE, ET DONT DEUX D'ENTRE ELLES SONT CONFONDUES SUIVANT A_6.

Soit I le point de contact de la tangente A, considérons le quadrilatère formé par les quatre droites données, comme étant un quadrilatère de référence. A ce quadrilatère répond au point Σ', dont la courbe proposée est l'*arguesienne tangentielle;* si l'on suppose ce point construit, on obtiendra les deux autres tangentes communes en procédant comme il suit :

Menez du point Σ' les tangentes à la conique C_{12}, considérez leurs points d'intersection avec la droite T; les deuxièmes tangentes issues de ces points à la conique sont les tangentes demandées.

Remarque. — Ce problème conduit à la solution du suivant :

Déterminer la conique qui a trois points confondus avec la courbe en un de ses points et qui est tangente à deux quelconques des tangentes de cette même courbe.

On peut supposer que le point dont il s'agit est le point I, et les deux autres tangentes les deux droites C, D; cela posé, la conique demandée est celle :

Qui est d'abord tangente en I suivant AI, et en outre tangente aux droites C, D et à celle qui joint le point Σ' au point commun à T et A.

Nota. — Il est dès lors facile de résoudre ces nouveaux problèmes :

Déterminer la conique qui a trois points confondus avec la courbe en un de ses points et qui est tangente à deux droites quelconques du plan; déterminer le cercle osculateur.

VI. — TANGENTES COMMUNES A LA COURBE ET A UNE CONIQUE C_s, INSCRITE DANS UN QUADRILATÈRE FORMÉ PAR QUATRE TANGENTES $A_{(b,c)}$, D A CETTE COURBE, ET DONT TROIS D'ENTRE ELLES SONT CONFONDUES SUIVANT $A_{(b,c)}$.

Construisons, ce que nous savons faire, une conique quelconque S_1, qui ait trois tangentes confondues suivant $A_{(b,c)}$ et qui soit en outre tangente à D; considérons en outre le point de rencontre de ces deux droites et le point de contact I de $A_{(b,c)}$. L'ensemble de ces points et de cette conique constitue deux coniques inscrites dans quatre tangentes de la courbe. Il leur répond un point Σ'' dont la courbe proposée est l'*arguesienne tangentielle;* si l'on suppose ce point construit, on obtiendra les deux autres tangentes communes en procédant comme il suit :

Menez du point Σ'' les tangentes à la conique C_s, considérez leurs points d'intersection avec la droite T; les deuxièmes tangentes issues de ces points à la conique sont les tangentes demandées.

Remarque. — Ce problème conduit à la solution du suivant:

Déterminer la conique qui a quatre points confondus en un point de la courbe et qui est tangente à une quelconque des tangentes de cette même courbe.

On peut supposer que le point dont il s'agit est le point I, et la tangente donnée la droite D; cela posé, la conique demandée est celle :

Qui a trois points confondus en I avec la courbe et qui est en outre tangente, d'abord à la droite D, puis à celle qui joint le point Σ'' au point commun à T et A.

Nota. — Il est dès lors facile de résoudre ces nouveaux problèmes :

Déterminer la conique, qui a quatre points confondus en un point $A_{(b,c)}$ de la courbe, et qui est tangente à une droite quelconque du plan; détermination de la parabole osculatrice.

VII. — TANGENTES COMMUNES A LA COURBE ET A UNE CONIQUE C_4, INSCRITE DANS UN QUADRILATÈRE FORMÉ PAR QUATRE TANGENTES CONFONDUES $A_{(b,c,d)}$ DE CETTE COURBE.

Construisons, ce que nous savons faire, une conique quelconque S'_1, qui ait quatre points confondus en $A_{(b,c,d)}$ de cette courbe, et soit en outre I le point de contact. L'ensemble de ce point et de cette conique constitue deux coniques inscrites dans quatre tangentes de la courbe. Il leur répond un point Σ''' dont la courbe proposée est l'*arguesienne tangentielle;* si l'on suppose ce point construit, on obtiendra les deux autres tangentes communes en procédant comme il suit :

Menez du point Σ''' les tangentes à la conique C_4, considérez leurs points d'intersection avec la droite T; les deuxièmes tangentes issues de ces points à la conique sont les tangentes demandées.

Remarque. — Ce problème conduit à la solution du suivant : Déterminer la conique surosculatrice à la courbe en un point donné.

Remarque sur les paragraphes VIII et IX. — Afin d'abréger, nous ne transformerons pas ces paragraphes.

X. — QUESTIONS PROPOSÉES.

Les cent théorèmes énoncés dans le paragraphe X du chapitre II, pouvant être immédiatement transformés par le principe de dualité, il en résulte cent nouveaux théorèmes ou problèmes concernant la courbe qui fait l'objet de ce chapitre. Comme exemples, nous allons citer les trois premiers théorèmes transformés.

1° Si de deux points quelconques de l'une des tangentes Q à la courbe on mène les deux autres, et qu'on cherche leur intersection avec la tangente double, les points doubles de l'involution déterminée par ces quatre droites sur la droite T sont tels que si de ces points on mène les tangentes à la courbe, ils vont

rencontrer la tangente Q aux points de rencontre de cette droite avec la courbe.

2° Si, dans l'involution précédente, on prend le point homologue au point d'intersection de T et Q, et que par ce point on mène la 3ᵉ tangente à la courbe, elle va rencontrer la tangente Q en son point de contact et est la troisième tangente issue de ce point de contact à la courbe.

3° Si, sur deux tangentes quelconques à une courbe de 3ᵉ classe affectée d'une tangente double, on prend respectivement deux points quelconques, qu'on mène de ces points les deux autres tangentes à la courbe, elles rencontrent la tangente double en deux systèmes de quatre points, tels que considérés, comme définissant chacun une involution, les extrémités du segment commun à ces deux involutions sont les points de contact de la tangente double.

D'un autre côté, les cent théorèmes mentionnés dans notre note sur la courbe du quatrième ordre à trois points doubles (*), subsistant alors même que les trois points doubles soient de rebroussement, il en résulte encore cent nouveaux théorèmes concernant la courbe actuelle.

Note sur l'hypocycloïde à trois rebroussements.

Cette courbe peut être définie comme étant la courbe du quatrième ordre à trois points de rebroussement, qui est doublement tangente à la droite de l'infinie aux points circulaires. Il suit de là que les deux cents théorèmes dont nous venons de parler ainsi que les divers problèmes résolus dans ce chapitre, s'appliquent à cette courbe (**).

(*) Voir deux pages plus loin.

(**) Cette courbe a été l'objet de savantes recherches. Nous ne savons pas et nous ne pouvons le vérifier en ce moment, faute de ces recherches, si elles ont fait connaître quelques-uns des deux cents théorèmes en question; nous renvoyons pour cela le lecteur aux mémoires de *Steiner* et de M. Cremona.

MM. Paul Serret, Laguerre et Painvin se sont également occupés de cette courbe dans les *Nouvelles annales de mathématiques*.

Nous terminerons ce mémoire par quelques autres théorèmes qui la concernent.

1° *Lorsque l'hypocycloïde est définie par quatre tangentes imaginaires, sa génération résulte de la détermination du foyer d'une parabole également déterminée par quatre tangentes imaginaires.*

2° *Si l'on imagine que l'un des deux foyers d'une conique inscrite dans le triangle formé par les trois points de rebroussement de l'hypocycloïde décrive le cercle inscrit dans ce triangle, l'autre foyer de la conique décrit l'hypocycloïde.*

3. *Génération de la courbe du quatrième ordre affectée de trois points doubles et passant par les points circulaires.*

Construction préliminaire. — Prenons à volonté une courbe V du quatrième ordre affectée de trois points doubles P, A, B, passant par les trois points 1, 2, 3 et par les points circulaires.

Menons les rayons (P, 1), (P, 2), (P, 3) et imaginons les cercles (A, B, 1), (A, B, 2), (A, B, 3); soient 1′, 2′, 3′ leurs seconds points de rencontre avec les rayons (P, 1), P, 2), (P, 3) et Σ le cercle qui passe par les trois points 1′, 2′, 3′.

Cela posé, on peut énoncer les théorèmes suivants :

1° *Prenons à volonté un point* m *sur le cercle* Σ *et joignons* Pm, *le second point de rencontre de cette droite avec le cercle* (A, B, m) *est un point de la courbe* V.

Remarque. — Ce théorème donne une solution de ce problème : construire la courbe V lorsqu'elle est définie par les trois points doubles et par trois points simples.

2° *Si l'on joint les points de rencontre de la droite* AB *avec le cercle* Σ *au point* P, *les deux droites ainsi obtenues sont les deux autres directions asymptotiques de la courbe* V.

Remarque. — Il résulte de là un moyen graphique de reconnaître si les deux autres directions asymptotiques de la courbe V sont réelles ou imaginaires.

3° *Les tangentes de la courbe* V *au point* P *sont les droites qui vont aux deux points de rencontre des deux cercles* Σ *et* (P, A, B). *En outre les tangentes aux deux points* A *et* B, *au point* A, *par exemple, sont les tangentes en ce point aux cercles qui passent par*

les points A, B *et par les points de rencontre du cercle* Σ *avec la droite* PA.

Remarque. — Soient P, A, B les trois points de rebroussement d'une hypocycloïde (on sait qu'ils forment un triangle équilatéral); menez le cercle passant par le point B et tangent en A à la bissectrice de l'angle PAB, soit K le point d'intersection de ce cercle avec la droite PA; soient en outre I le second point d'intersection de la bissectrice de l'angle APB avec le cercle (P, A, B); le cercle passant par K et tangent en I au cercle (PAB) est le cercle Σ qui sert à engendrer l'hypocycloïde.

4° *Soient* PAB *le triangle équilatéral de l'hypocycloïde,* Σ *le cercle inscrit, et* AI, BJ *les bissectrices des angles* PAB, PBA; *cette courbe est l'arguesienne du cercle* Σ *par rapport au pôle* P *à l'axe* AB *et à la conique* (AI, BJ). — (Ce théorème est capital : il conduit à des conséquences extrêmement intéressantes.)

Note sur la courbe du quatrième ordre affectée de trois points doubles.

L'objet de cette note est d'énoncer un certain nombre de théorèmes nouveaux, sur la courbe du quatrième ordre affectée de trois points doubles. Ces théorèmes ont été obtenus par les considérations exposées dans l'*Introduction* du présent mémoire; comme ils subsistent alors même que les trois points doubles soient de rebroussement, ils constituent par là même autant de théorèmes nouveaux concernant la courbe qui fait l'objet de ce chapitre.

Afin d'apporter plus d'ordre et de clarté, nous ferons d'abord les conventions suivantes :

1° Nous désignerons par la lettre Σ affectée ou non affectée d'indice, des courbes du quatrième ordre à trois points doubles P_1, P_2, P_3; et par la lettre S également pourvue ou dépourvue d'indice, des coniques passant par ces mêmes trois points P_1, P_2, P_3.

2° Deux courbes Σ_p, Σ_q se coupant, comme on sait, en seize

points, dont douze en P_1, P_2, P_3, et quatre distincts généralement de ceux-ci, nous conviendrons de considérer ces quatre derniers points comme représentant l'intersection de ces deux courbes.

3° De même, deux courbes Σ_p, S_p se coupant, comme on sait, en huit points, dont six en P_1, P_2, P_3, et deux distincts généralement de ceux-ci, nous conviendrons de considérer ces deux derniers points, comme représentant l'intersection des deux courbes.

4° Enfin deux courbes S_p, S_q se coupant en quatre points, dont trois en P_1, P_2, P_3 et un quatrième généralement distinct de ces derniers, nous conviendrons de considérer ce quatrième point comme représentant l'intersection des deux courbes.

---

1. *Quand trois courbes* Σ_1, Σ_2, Σ_3 *passent par quatre mêmes points, toute conique* S *les rencontre suivant six points en involution.*

Nota. — Ce théorème admet bon nombre de cas particuliers.

2. *Soient* A, B, C, D *quatre points pris sur une courbe* Σ; *considérons les quatre coniques*

$$(P_1 P_2 P_3 AB),\quad (P_1 P_2 P_3 BC),\quad (P_1 P_2 P_3 CD),\quad (P_1 P_2 P_3 DA):$$

si l'on fait varier les points A, B, C, D *de façon que les trois premiers tournent autour de trois points situés sur une conique* S, *la quatrième tourne autour d'un quatrième point situé sur la même conique.*

De là résulte une solution très-simple de ce problème :

Trouver trois coniques S *passant par trois points donnés situés sur une conique* S, *et se coupant en trois points situés sur une courbe* Σ.

3. *Soient* 1, 2, 3, 4, 5, 6, *six points pris sur une courbe* Σ; *les coniques :*

$$(P_1 P_2 P_3 14),\quad (P_1 P_2 P_3 25),\quad (P_1 P_2 P_3 36),$$

se coupent en trois points situés sur une même conique S.

Nota. — Ce théorème admet bon nombre de cas particuliers.

4. *Quand trois courbes Σ_1, Σ_2, Σ_3 sont tangentes à quatre coniques* S, *si d'un point quelconque du plan on mène les deux coniques* S *tangentes respectivement à chacune de ces courbes, et si l'on considère les tangentes à ces coniques en ce point, on a six droites, formant un faisceau en involution.*

5. *Soient* 1, 2, 3, 4, 5, 6 *les six points d'intersection* (pris dans un ordre continu) *de six coniques* S *tangentes à une courbe* Σ; *si l'on considère les coniques :*

$$(P_1 P_2 P_3 14), \quad (P_1 P_2 P_3 25), \quad (P_1 P_2 P_3 36),$$

elles se coupent en un même point.

6. *Soient trois coniques* S *tangentes à une courbe* Σ *aux points* a, b, c, *et se coupant aux points* A, B, C; *les coniques :*

$$(P_1 P_2 P_3 Aa), \quad (P_1 P_2 P_3 Bb), \quad (P_1 P_2 P_3 Cc),$$

se coupent en un même point.

7. *Soient* (A, B, C,) (D, E, F,) *deux groupes de trois points pris sur une courbe* Σ; *les six coniques :*

$$(P_1 P_2 P_3 AB), \quad (P_1 P_2 P_3 BC), \quad (P_1 P_2 P_3 CA),$$
$$(P_1 P_2 P_3 DE), \quad (P_1 P_2 P_3 EF), \quad (P_1 P_2 P_3 FD),$$

sont tangentes à une même courbe Σ. — *La réciproque est vraie.*

8. *Quand trois coniques* S *tangentes à une courbe* Σ_1 *se coupent en trois points situés sur une même courbe* Σ_2, *on peut construire une infinité de systèmes de trois coniques* S, *tangentes à* Σ_1, *et se coupant en trois points situés sur* Σ_2.

9. *Si de deux points pris arbitrairement on mène des coniques* S *passant par trois arbitraires* A, B, C, *les six points dans lesquels ces coniques rencontrent les coniques :*

$$(P_1 P_2 P_3 BC), \quad (P_1 P_2 P_3 CA), \quad (P_1 P_2 P_3 AC),$$

sont situés sur une même courbe Σ_m.

10. *Un polygone* ABCD ..... LA *étant tracé dans un plan, on considère les coniques :*

$$(P_1 P_2 P_3 AB), \quad (P_1 P_2 P_3 BC), \quad (P_1 P_2 P_3 CD) \ldots\ldots (P_1 P_2 P_3 LA),$$

si toutes ces coniques tournent autour d'autant de points fixes, et que tous les points B, B, C ....., *moins un glissent respectivement sur des coniques* S: *le point libre décrira une courbe* Σ *qui passera par les deux points fixes autour desquels tournent les deux coniques qui le déterminent.*

11. *Si tous les sommets d'un polygone sont les points d'intersection de coniques* S, *et qu'ils se meuvent sur autant de coniques* S, *tandis que toutes ces coniques moins une tournent autour d'autant de points fixes : la conique libre roulera sur une courbe* Σ *tangente aux deux coniques sur lesquelles glissent les deux points qui déterminent cette conique.*

Quand plusieurs coniques S_1, S_2, S_3 ..... passent par un même point A pris dans le plan d'une courbe Σ, on peut énoncer les trois premiers théorèmes qui suivent :

12. *Ces coniques coupant* Σ *en des points* (α_1, β_1), (α_2, β_2) ....., *si l'on considère les coniques* S *passant respectivement par les couples de points* (α_1, β_2), (α_2, β_1), *leur intersection se trouve sur une même conique* S_d.

13. *Les coniques* S *tangentes à* Σ *aux points* (α_1, β_1), (α_2, β_2) ..... *se coupent sur la conique* S_d.

14. *La conique* S_d *est le lieu géométrique des points homologues au point* A *dans les divisions en involution situées sur les coniques* S_1, S_2, S_3 ..... *et déterminées par les points doubles* (α_1, β_1), (α_2, β_2)......

Définition. — La conique S_d sera désignée sous le nom de *conique dérivée* du point A.

15. *Si de deux points arbitraires d'une conique* S, *on mène les deux systèmes de coniques* (S_1, S_2), (S_3, S_4) *passant respectivement par ces points et tangentes à une courbe* Σ *aux points* (a_1, a_2), (a_3, a_4); *si nous désignons par* δ_1, δ_2, δ_3, δ_4, *les quatre points d'intersection des coniques* (S_1, S_2) *avec les coniques* (S_3, S_4): *les coniques* S_p, S_q *joignant les sommets opposés du quadrilatère formé par ces quatre points, se coupent en un même point fixe* Ad.

16. *Les deux coniques* S_p, S_q *passant par les points* (a_1, a_2), (a_3, a_4), *passent par le point* Ad.

17. *Le point* Ad *a pour conique dérivée la conique* S.

Définition. — Le point Ad sera désigné sous le nom de *point dérivé* de la conique S.

18. *Les coniques dérivées des différents points d'une conique* S *passent toutes par le point dérivé de cette conique;* et réciproquement : *quand des coniques* S_1, S_2, S_3 *passent par un même point, leurs points dérivés sont tous sur une même conique* S *qui est la conique dérivée de ce point.*

Définition. — Nous appellerons *points conjugués* par rapport à une courbe Σ, deux points tels que la conique dérivée de l'un passe par l'autre.

19. *Les divers couples de deux points conjugués pris sur une même conique* S, *forment une involution sur cette conique.*

Définition. — Nous dirons que deux coniques S_p, S_q sont *conjugués* par rapport à une courbe Σ, lorsqu'elles seront telles que le point dérivé de l'une se trouve sur l'autre.

20. *Si l'on considère des coniques conjuguées passant par un même point, les tangentes en ce point à ces coniques forment un faisceau en involution.*

Corollaire. — *Par un point pris dans le plan d'une courbe* Σ, *passent toujours deux coniques* S *conjuguées se coupant orthogonalement.*

21. *Si, par deux points* B, C *conjugués par rapport à une courbe* Σ, *on mène deux coniques* S_1, S_2 *qui se coupent en un même point* a *de la courbe, la conique* S_3 *qui joint les deux autres points* b, c *d'intersection des deux coniques* S_1, S_2 *avec* Σ, *passe par le point dérivé de la conique* ($P_1P_2P_3BC$).

22. *Si, par les points de rencontre* b, c *d'une conique* S *tangente à* Σ *et de deux coniques conjugués* S_1, S_2 *passant par un même point* A, *on mène deux autres coniques* S_3, S_4 *tangentes à* Σ : *le point d'intersection* a *de celles-ci sera sur la conique dérivée du point* A.

23. *Si l'on considère une série de points en involution située sur une conique* S, *les tangentes au point dérivé de cette conique aux coniques dérivées des points homologues sont des droites homologues d'un faisceau en involution.*

24. *Soient* A, B, C, D *quatre points pris sur une courbe* Σ, *le point d'intersection des deux coniques :*

$$(P_1P_2P_3AC), \quad (P_1P_2P_3BD),$$

est le point dérivé de la conique S *qui passe par les deux points d'intersection des deux systèmes de coniques :*

$$[P_1P_2P_3AB, \ P_1P_2P_3CD], \quad [P_1P_2P_3AD, \ P_1P_2P_3BC].$$

25. *Les points de concours des trois couples de coniques :*

$$(P_1P_2P_3AB), \quad (P_1P_2P_3DC),$$
$$(P_1P_2P_3AC), \quad (P_1P_2P_3BD),$$
$$(P_1P_2P_3AD), \quad (P_1P_2P_3BC)$$

forment un système de trois points conjugués.

Soient A, B, C, D, quatre points pris sur une courbe Σ et S_a, S_b, S_c, S_d, quatre coniques S tangentes en ces points à la courbe; soient en outre *a, b, c, d,* les quatre points d'intersection de ces coniques pris dans le même ordre que les points A, B, C, D : on peut énoncer les quatre premiers théorèmes qui suivent :

26. *Les coniques :*

$$(P_1P_2P_3AC), \quad (P_1P_2P_3BD),$$
$$(P_1P_2P_3ac), \quad (P_1P_2P_3bd),$$

se coupent en un même point.

27. *Les points d'intersection des coniques* (S_a, S_c), (S_b, S_d) *sont sur la conique* S *qui passe par les points d'intersection des coniques :*

$$(P_1P_2P_3AB), \quad (P_1P_2P_3DC),$$
$$(P_1P_2P_3AD), \quad (P_1P_2P_3CB).$$

28. *La conique* S *qui passe par les points de concours des coniques :*

$$(S_a, S_c), \quad (S_b, S_d),$$

est la conique dérivée du point de rencontre des deux coniques S *qui passent respectivement par les couples des points* (a, c), (b, d).

29. *Si sur les coniques* S :

$$(P_1P_2P_3AC), \quad (P_1P_2P_3BD),$$

et celle qui passe par les deux points d'intersection des coniques :

$$[P_1P_2P_3AB,\ P_1P_2A_3DC],\quad [P_1P_2P_3AD,\ P_1P_2P_3BC],$$

on prend trois couples de points qui soient des points homologues dans les divisions en involution qui ont pour points doubles A, B, C, D, *ces six points seront sur une même courbe* Σ.

30. *Soient* A, B, C *trois points pris dans le plan d'une courbe* Σ, *les coniques* S *qui passent par l'un de ces points et par les points dérivés des coniques :*

$$(P_1P_2P_3BC),\quad (P_1P_2P_3CA),\quad (P_1P_2P_3AB),$$

passent par un même point.

31. *Les coniques précédentes rencontrent les coniques dérivées des points* A, B, C *en trois points situés sur une conique* S.

32. *Si, de chaque point d'une conique* S, *on mène les deux coniques* S_1, S_2 *tangentes à* Σ, *ces coniques rencontrent une conique quelconque* S_p *tangente à* Σ, *en des points qui sont en involution sur cette conique. — La réciproque est vraie.*

33. Un point ρ, une conique S_1, et une courbe Σ, sont données : on considère une conique quelconque S_4 passant par le point ρ, elle coupe la conique S_1 en un point m et la courbe Σ en deux points a, a'; si l'on prend le point μ conjugué de m dans l'involution située sur S_4 et déterminée par les points doubles (a, a'), le lieu de ce point sera une courbe Σ_m, qui passera par le point ρ; par le point dérivé de la conique S_1, par les points d'intersection de cette conique et de la courbe Σ; et enfin par les points de contact des coniques S passant par le point ρ et tangentes à Σ.

34. Étant pris dans le plan d'une courbe Σ, un point fixe O et une conique S_1, par chaque point m de cette conique on mène la conique S_{mo} et sa conjuguée dans Σ : cette conique conjuguée $S_{m\mu}$ enveloppe une courbe Σ_p qui est tangente à S_1, à la conique dérivée du point O, aux deux coniques S passant par ce point et tangentes à Σ, et aux deux coniques S tangentes à Σ aux points de rencontre de cette courbe et de la conique S_1.

35. Étant données une courbe Σ et deux coniques S_1, S_2 fixes,

sur ces coniques on prend deux points conjugués par rapport à la courbe Σ, la conique S_4 qui joint ces points enveloppe une courbe Σ_m tangente aux deux coniques S_1, S_2 et aux quatre coniques S tangentes à Σ aux points où (S_1, S_2) rencontrent cette courbe Σ.

36. Si, autour de deux points fixes, on fait tourner deux coniques S conjuguées par rapport à une courbe Σ, le point d'intersection de ces coniques décrit une courbe Σ_m qui passe par les deux points fixes et par les quatre points de contact des coniques S tangentes à Σ, menées par les deux points fixes.

37. Si, de deux points fixes pris dans le plan d'une courbe Σ, on mène les quatre coniques S passant par ces points et tangentes à Σ en (a_1, a_2), (a_3, a_4), ces quatre coniques S et les deux qui passent par les couples de points (a_1, a_3), (a_2, a_4) sont six coniques S tangentes à une même courbe Σ.

38. Si, de deux points fixes pris dans le plan d'une courbe Σ, on mène les quatre coniques S passant par ces points et tangentes à Σ, les quatre points de contact et les deux points fixes sont situés sur une même courbe Σ_m.

39. *Si l'on prend dans le plan d'une courbe Σ deux systèmes de trois points conjugués* (a, b, c), (a', b', c') (nous disons que trois points sont conjugués, lorsque la conique S dérivée de l'un d'eux passe par les deux autres), ces six points seront situés sur une même courbe Σ_m; et les six coniques S qui passent par les couples de points :

$$(a, b),\quad (a, c),\quad (b, c),$$
$$(a', b'),\quad (a', c'),\quad (b', c'),$$

sont tangentes à une autre courbe Σ_p.

40. Quand deux systèmes de trois points (a, b, c), (a', b', c') sont sur une même courbe Σ, ces points forment un système de trois points conjugués par rapport à une autre courbe Σ_m.

41. Quand deux systèmes de trois coniques (S_1, S_2, S_3), (S'_1, S'_2, S'_3) sont tangentes à une courbe Σ, leurs points d'intersection :

$$(a, b, c),\quad (a', b', c'),$$

forment deux systèmes de trois points conjugués par rapport à une autre courbe Σ_m.

42. Quand trois points a, b, c, situés sur une conique Σ, sont conjugués par rapport à une autre courbe Σ_m, on peut déterminer sur la première courbe une infinité d'autres systèmes de trois points a', b', c', conjugués par rapport à la seconde.

Corollaire. — Il résulte de ce théorème que : étant données deux courbes Σ_1, Σ_2, on ne peut pas, en général, déterminer sur l'une un système de trois points qui soient conjugués par rapport à l'autre.

43. *Quand plusieurs courbes Σ ont quatre points communs, les coniques dérivées d'un point quelconque, relatives à ces courbes, passent toutes par un même point.*

Quand plusieurs courbes Σ ont quatre points communs a, b, c, d, on peut énoncer les trois premiers théorèmes suivants :

44. *Un point* P *glisse sur une conique* S_1, *le point de concours* P' *des coniques dérivées de ce point relatives à toutes les courbes* Σ, *décrit une courbe* Σ_m.

45. Cette courbe Σ_m est aussi le lieu des points dérivés de la conique S_1, relatifs à toutes les courbes Σ.

46. Cette courbe Σ_m passe par le point de rencontre des coniques S définies par les couples de points :

$$(ab, cd), \quad (ad, bc), \quad (ac, bd).$$

47. Quand plusieurs courbes Σ sont tangentes à quatre coniques (S_1, S_2, S_3, S_4), les points dérivés d'une conique S quelconque sont situés sur une conique S_m.

Quand plusieurs courbes Σ sont tangentes à quatre coniques (S_1, S_2, S_3, S_4) qui se coupent en (a, b, c, d), on peut énoncer les trois premiers théorèmes suivants :

48. Si, autour d'un point fixe, on fait tourner une conique S_k, la conique S, lieu des points dérivés de cette conique enveloppe une courbe Σ_m.

49. Cette courbe Σ_m est aussi l'enveloppe de toutes les coniques dérivées du point fixe relatives aux courbes Σ proposées.

50. Cette courbe Σ_m est tangente aux coniques S_{ac}, S_{ad} et à

celle qui passe par le point de rencontre des deux systèmes de coniques

$$(S_{ad}, S_{bc}), \quad (S_{ab}, S_{cd}).$$

51. Quand une conique S_1 passe par deux des points d'intersection de deux courbes Σ_1, Σ_2, les coniques dérivées de chaque point de cette *conique se rencontrent sur cette même conique* S_1 : en d'autres termes, *les deux courbes* Σ_1, Σ_2 ont les mêmes systèmss de deux points conjugués sur cette conique S_1.

52. Réciproquement : si, dans le plan de deux courbes Σ_1, Σ_2, il existe une conique S_1 dont deux points soient tels, que les coniques dérivées de chacun se coupent sur cette conique S_1, cette conique S_1 passe par deux des points d'intersection de Σ_1 Σ_2.

53. Soient *a, b, c, d* les points d'intersection de deux courbes Σ_1, Σ_2, si l'on considère les coniques S qui passent par les couples de points

$$(a, b), (c, d),$$

leur point d'intersection a la même conique dérivée dans les deux courbes.

54. Réciproquement : quand un point a la même conique dérivée dans deux courbes Σ_1, Σ_2, ce point est l'intersection des deux coniques S qui passent chacune par deux des quatre points d'intersection des deux courbes Σ_1, Σ_2.

55. Étant données deux courbes Σ_1, Σ_2, il existe, en général, trois points dont chacun a la même conique dérivée dans les deux courbes. Un de ces points est toujours réel ; les deux autres peuvent être imaginaires.

56. Étant données trois courbes Σ_m, Σ_1, Σ_2, si l'on en décrit deux autres Σ_3, Σ_4 dont Σ_3 passe par les points d'intersection de Σ_m et Σ_1 ; et Σ_4 par les points d'intersection de Σ_m et Σ_2 : les quatre points d'intersection de Σ_3 et Σ_4 seront sur une courbe Σ_4 passant par les points d'intersection de Σ_1 et Σ_2.

57. Étant données trois courbes Σ_m, Σ_1, Σ_2, si, par un point quelconque, on mène trois autres courbes Σ passant respectivement par les points d'intersection des trois proposées prises deux

à deux : ces trois courbes auront, outre le point par lequel elles sont menées, trois autres points communs.

58. Quand trois courbes Σ, Σ_1, Σ_2, passent par quatre mêmes points, si on les coupe par une courbe quelconque Σ_m, et qu'on décrive deux autres courbes Σ_3, Σ_4, dont la première passe par les points d'intersection de Σ et Σ_m, et la seconde par les points d'intersection de Σ_1 et Σ_m : les points d'intersection de Σ_3 et Σ_4 et ceux de Σ_2 et Σ_m seront huit points situés sur une même courbe Σ_k.

59. Étant données trois courbes Σ, Σ_1, Σ_2, passant par quatre même points, et une quatrième courbe quelconque Σ_m; si, par un point donné P, on mène trois autres courbes Σ_3, Σ_4, Σ_5 passant respectivement par les trois groupes de quatre points d'intersection de Σ_m et de chacune des courbes Σ, Σ_1, Σ_2 : ces trois courbes Σ_3, Σ_4, Σ_5 auront, outre le point P, trois autres points communs.

60. Étant données deux courbes Σ_1, Σ_2, si l'on en décrit une troisième quelconque Σ_m, les coniques S qui passent par deux des points d'intersection de Σ_m et Σ_1 rencontreront les coniques S qui passent par deux des points d'intersection de Σ_m et Σ_2, en quatre points qui seront sur une courbe Σ_k passant par les quatre points d'intersection de Σ_1 et Σ_2.

61. Deux coniques S étant menées arbitrairement dans le plan de deux courbes Σ_1, Σ_2, si par leurs quatre points de rencontre avec Σ_1 on fait passer une autre courbe Σ_3 et par leurs points de rencontre avec Σ_2 une autre courbe Σ_4 : les quatre points d'intersection de ces deux courbes Σ_3, Σ_4 et ceux des deux premières Σ_1, Σ_2 seront huit points situés sur une même courbe Σ_k.

62. Soient pris à volonté dans un plan deux courbes Σ_1, Σ_2, un point P et deux coniques S_1, S_2 passant par ce point P. Si l'on considère les deux systèmes de deux coniques S passant par les points d'intersection de (S_1, S_2) avec Σ_1 et Σ_2, ces deux systèmes de coniques S se coupent en quatre points situés sur une courbe Σ_m passant par les quatre points d'intersection des deux proposées Σ_1, Σ_2.

63. Étant données deux courbes Σ_1, Σ_2, si l'on mène quatre coniques S se coupant sur Σ_2 dont deux soient tangentes à la première, la conique S qui joindra les deux points de contact rencon-

trera les deux autres en deux points, par lesquels on pourra mener une courbe Σ_m tangente à ces coniques en ces points, et passant par les quatre points d'intersection de Σ_1 et Σ_2.

64. Étant données deux courbes Σ_1, Σ_2 et une conique quelconque S; si l'on décrit deux autres courbes Σ_3, Σ_4 qui aient avec les deux premières, respectivement, un double contact sur la conique S : les quatre points d'intersection de ces deux courbes et les quatre points d'intersection des deux proposées seront huit points appartenant à une même courbe Σ_4.

65. Étant données deux courbes Σ_1, Σ_2, si l'on mène une conique S qui les rencontre, et qu'aux points de rencontre on mène les coniques S tangentes aux deux courbes : les coniques S tangentes à la première rencontreront les coniques S tangentes à la seconde, en quatre points qui seront sur une courbe Σ_4 passant par les quatre points d'intersection des deux proposées.

66. Étant données trois coniques Σ_1, Σ_2, Σ_m, si par un point P d'une conique S passant par deux des points d'intersection de Σ_1 et Σ_2, on mène deux autres courbes Σ, dont l'une Σ_3 passe par les quatre points d'intersection de Σ_1 et Σ_m, et l'autre Σ_4 par les quatre points d'intersection de Σ_2 et Σ_m : les deux courbes Σ_3, Σ_4 se rencontreront sur les coniques S qui passent par deux des points d'intersection de Σ_1 et Σ_2.

67. Quand plusieurs courbes Σ', Σ'', Σ''' passent par quatre mêmes points, si on les coupe par une conique S, et que par un point donné P on mène d'autres courbes Σ_1', Σ_2', Σ_3''' ayant avec Σ', Σ'', Σ''', respectivement, un double contact sur la conique S: toutes ces courbes Σ auront quatre points communs.

68. Quand trois courbes Σ_1, Σ_2, Σ_3 passent par quatre mêmes points, si une quatrième courbe Σ_m est telle que trois des quatre coniques S qui passent par ses points d'intersection avec Σ_1, Σ_2, Σ_3, passent respectivement par un même point : ces trois coniques et les trois qui leur sont associées, forment trois couples de coniques S qui ont quatre points communs.

69. Quand, dans une courbe Σ, deux couples de coniques (S_{ab}, S_{cd}), ($S_{a'b'}$, $S_{c'd'}$) passent par un même point O, si, par quatre points (a, b), (c, d) pris sur le premier couple, on mène une courbe

Σ_1, et par quatre points (a', b'), (c', d') pris sur le second, une courbe Σ_2 : deux coniques S passant par deux des points communs à Σ_1 et Σ_2, passeront par le point O; et les tangentes en ce point à ces coniques feront un faisceau en involution avec les tangentes aux deux couples de coniques (S_{ab}, S_{cd}), $(S_{a'b'}, S_{c'd'})$.

70. Étant données deux courbes Σ_1, Σ_2, si, par le point de concours de deux coniques S_1, S_2 passant respectivement par deux des points d'intersection de ces deux courbes Σ_1, Σ_2, on mène respectivement deux couples de deux coniques (S_{ab}, S_{cd}), $(S_{a'b'}, S_{c'd'})$ dont les tangentes en ce point forment un faisceau en involution avec les tangentes de (S_1, S_2) : les points d'intersection (a, b, c, d), (a', b', c', d') de ces coniques avec Σ_1, Σ_2 seront huit points situés sur une courbe Σ.

71. Quand deux courbes Σ_1, Σ_2 ont chacune un double contact avec une courbe Σ, deux coniques S passant respectivement par deux des points d'intersection de Σ_1, Σ_2, passent par le point de rencontre des deux coniques S qui passent respectivement par les points de contact de Σ avec Σ_1 et Σ_2.

72. Quand deux courbes Σ_1, Σ_2 ont chacune un double contact, avec deux autres courbes Σ_3, Σ_4, si les quatre coniques S qui passent respectivement par les couples de points de contact passent par un même point : les huit points de contact sont situés sur une courbe Σ_m.

73. Quand deux courbes Σ_1, Σ_2 sont tangentes à quatre coniques (S_1, S_2, S_3, S_4), les huit points dans lesquels ces courbes touchent les quatre coniques, sont sur une même courbe Σ_m.

74. Étant données trois courbes Σ_1, Σ_2, Σ_m, si l'on en mène deux autres Σ_3, Σ_4 dont Σ_3 soit tangente aux quatre coniques S qui sont à la fois tangentes à Σ_m et Σ_1, et Σ_4 tangente aux quatre coniques S qui sont à la fois tangentes à Σ_m et Σ_2: les quatre coniques S qui sont tangentes à la fois à Σ_3 et Σ_4, et les quatre qui sont tangentes à la fois à Σ_1, Σ_2, sont huit coniques tangentes à une même courbe Σ_k.

Définition. — Nous désignons par (Σ_p, Σ_q), les quatre coniques S qui sont à la fois tangentes aux deux courbes Σ_p, Σ_q.

75. Étant données trois courbes Σ_1, Σ_2, Σ_p, si l'on décrit trois

autres courbes Σ_2, Σ_3, Σ_q tangentes à une même conique S_m et tangentes en outre aux trois systèmes de coniques (Σ_p, Σ_1), $(\Sigma_p\ \Sigma_2)$ et (Σ_1, Σ_2), ces trois courbes auront, outre la conique S_m, trois autres coniques S qui leur sont à la fois tangentes.

76. Si l'on a trois courbes Σ_1, Σ_2, Σ_3 tangentes à quatre coniques S, et une autre courbe quelconque Σ_m, et que l'on mène deux autres courbes Σ_4, Σ_5 tangentes aux systèmes de coniques $(\Sigma_m\ \Sigma_1)$, (Σ_m, Σ_2) : les deux systèmes de coniques (Σ_4, Σ_5), (Σ_m, Σ_3) constituent huit coniques tangentes à une même courbe Σ_k.

77. Étant données trois courbes Σ_1, Σ_2, Σ_3, tangentes à la fois à quatre coniques S, et une quatrième courbe quelconque Σ, si l'on mène trois autres courbes Σ'_1, Σ'_2, Σ'_3 tangentes à une même conique S, et tangentes respectivement aux systèmes de coniques :

$$(\Sigma_m, \Sigma_1),\ (\Sigma_m, \Sigma_2),\ (\Sigma_m, \Sigma_3):$$

Ces trois courbes auront, outre la conique S, trois autres coniques S qui leur sont tangentes.

78. Si nous désignons par (a, b, c, d), (a', b', c', d') les points d'intersection de deux systèmes de quatre coniques S tangentes à une même courbe Σ, les quatre coniques S définies par les couples de points :

$$(ab'),\ (ad'),\ (cb'),\ (cd'),$$

et les quatre coniques S définies par les couples de points :

$$(a'b),\ (a'd,)\ (c'b),\ (c'd),$$

sont huit coniques tangentes à une même courbe Σ_k.

79. Étant données deux courbes Σ_1, Σ_2, si par deux points on leur mène les coniques S qui leur sont tangentes et qui constituent deux systèmes de quatre coniques; puis, qu'on mène deux courbes quelconques Σ_3, Σ_4 tangentes respectivement à ces systèmes : les quatre coniques S tangentes à la fois à ces deux courbes, et les quatre coniques S tangentes à la fois aux deux proposées, seront huit coniques tangentes à une même courbe Σ_k.

80. Étant données deux courbes Σ_1, Σ_2 et un point P dont on prend les coniques dérivées dans les deux courbes; si l'on

décrit deux autres courbes Σ_3, Σ_4 ayant un double contact avec les deux Σ_1, Σ_2, respectivement, sur les coniques dérivées du point P : il existera une courbe Σ tangente tout à la fois aux quatre coniques S qui sont elles-mêmes tangentes à ces deux nouvelles courbes et aux quatre coniques S qui sont elles-mêmes tangentes aux deux premières Σ_1, Σ_2.

81. Étant données deux courbes Σ_1, Σ_2, si, d'un point P quelconque, on fait passer par ce point les coniques S qui leur sont tangentes, et qu'on mène les quatre coniques S qui passent à la fois par un des points de contact situé sur la première et un des points de contact situé sur la seconde : ces quatre coniques seront tangentes à une même courbe Σ_k, tangente elle-même aux quatre coniques Σ_1, Σ_2.

82. Étant données deux courbes Σ_1, Σ_2 et une autre Σ_m qui ait un double contact avec Σ_1, si on mène une courbe quelconque Σ_k tangente au système $\widehat{(\Sigma_m, \Sigma_2)}$, et que par le point dérivé de la conique S qui passe par les deux points de contact de Σ_1 et Σ_m on mène deux coniques S tangentes à cette courbe Σ_k : on pourra faire passer par les deux points de contact de ces coniques une courbe Σ_p tangente en ces points à Σ_k et tangente au système $\widehat{(\Sigma_1, \Sigma_2)}$.

83. Les huit coniques S tangentes à deux courbes Σ_1, Σ_2 en leurs points d'intersection, sont huit coniques tangentes à une même courbe Σ_m.

84. Quand trois courbes Σ_1, Σ_2, Σ_m ont quatre points communs, si de chaque point de la troisième Σ_m on mène deux coniques S tangentes à chacune des deux autres : les coniques S qui passeront par les points de contact de la courbe Σ_1 et un point de contact de la courbe Σ_2, seront toujours tangentes à une même courbe Σ_k qui est elle-même tangente à chaque conique du système $\widehat{(\Sigma_1, \Sigma_2)}$.

85. Quand trois courbes Σ_1, Σ_2, Σ_m sont tangentes à la fois à quatre coniques S, si une conique S_1 roule sur la troisième Σ_m, et que par les points où cette conique rencontre les deux courbes Σ_1, Σ_2 on mène les coniques S tangentes à ces courbes en ces points : les coniques tangentes à la première courbe rencontreront les coniques tangentes à la seconde en quatre points, dont le lieu

sera sur une courbe Σ_4 passant par les quatre points d'intersection de Σ_1 et Σ_2.

86. Étant données trois courbes Σ_1, Σ_2, Σ_3 passant par quatre mêmes points, si de chaque point de Σ_3 on mène une conique S tangente à chaque des deux Σ_1, Σ_2 et que sur la conique qui joint les deux points de contact *a*, *a'* et qui rencontre Σ_1 et Σ_2 en deux autres points *b*, *b'* on prenne les deux points doubles *m*, *m'* dans l'involution située sur cette conique et définie par les couples de points (a, a'), (b, b'), et les deux points doubles m_1, m'_1 dans l'involution située également sur cette conique et définie par les couples de points (ab'), (ba') : le lieu des quatre points *m*, *m'*, m_1, m'_1 est l'ensemble de deux courbes Σ qui passent par les points d'intersection des proposées.

87. Étant données trois courbes Σ_1, Σ_2, Σ_m passant par quatre mêmes points, si l'on prend sur les deux premières, respectivement deux points *a*, *a'* qui soient conjugués par rapport à la troisième : la conique S qui passe par les deux points *a*, *a'* enveloppera une courbe Σ_4 tangente tout à la fois au système (Σ_1, Σ_2), et aux quatre coniques S tangentes à Σ_m menées par les quatre points que cette courbe a en commun avec Σ_1 et Σ_2.

88. Quand trois courbes Σ_1, Σ_2, Σ_m passent par quatre mêmes points, les coniques S tangentes à l'une d'elles Σ_m en ces points, et les quatre coniques S tangentes à la fois aux deux courbes Σ_1, Σ_2, sont huit coniques tangentes à une même courbe Σ_4.

89. Quand deux courbes Σ ont un double contact, les coniques dérivées d'un point quelconque Q, se coupent sur la conique S qui passe par les deux points de contact.

90. Lorsque deux courbes Σ ont un double contact, les points dérivés d'une conique quelconque S sont situés sur une conique S qui passe par le point dérivé de la conique S.

91. Quand deux courbes Σ ont un double contact, tout point de la conique S qui joint leur point de contact a la même conique dérivée dans les deux courbes. — La réciproque est vraie.

92. Lorsque deux courbes Σ ont un double contact, si, par les deux points de contact, on fait passer une troisième courbe Σ quelconque, les coniques S qui passent par ses points d'intersection

avec les deux premières courbes concourent en un point de la conique S qui passe par les deux points de contact.

93. Si l'on a sur deux coniques fixes S, ou sur une seule, qui sont tangentes à une courbe Σ, deux divisions homographiques, les coniques S menées par chaque couple de points homologues et tangentes à Σ, se coupent sur une courbe Σ_k qui a un double contact avec la proposée.

94. Quand trois courbes Σ_1, Σ_2, Σ_3 sont telles, qu'un point P ait la même conique dérivée dans les trois courbes, il existe deux courbes Σ qui ont un double contact avec chacune de ces trois courbes.

95. Dans un système de courbes Σ tangentes à deux coniques S, et ayant toutes un double contact avec une courbe Σ_k : les coniques dérivées d'un point enveloppent deux courbes Σ, et les points dérivés d'une conique S sont sur deux autres courbes Σ.

96. Dans un système de courbes Σ qui passent par deux points et ont toutes un double contact avec une courbe Σ_k : les coniques dérivées d'un point enveloppent deux courbes Σ; et les points dérivés d'une conique S sont sur deux autres courbes Σ.

97. Dans un système de courbes Σ qui passent par deux points et qui sont tangentes à deux coniques S : les coniques dérivées d'un point enveloppent deux coniques; et les points dérivés d'une conique S sont sur deux autres courbes Σ.

98. Lorsque quatre courbes Σ sont tangentes à quatre coniques S, les quatre points d'intersection de deux de ces courbes et les quatre points d'intersection des deux autres, sont huit points d'une même conique.

99. Lorsque quatre courbes Σ passent par quatre même points, les quatre coniques S tangentes à deux de ces courbes, et les quatre coniques S tangentes aux deux autres sont huit coniques tangentes d'une même courbe Σ.

100. Par un point a passent seize courbes Σ tangentes à deux courbes Σ_1, Σ_2 et doublement tangentes à Σ_m.

Observations générales sur les théorèmes précédents.

—

Nota I. — Dans le cas où deux des points doubles P_2, P_3 coïncident avec les points circulaires à l'infini, les coniques S se transforment en des cercles et les théorèmes précédents prennent une forme extrêmement simple. Le *Limaçon* de *Pascal*, la *Lemniscate* de *Bernoulli*, etc. etc., satisfont, comme on sait, à cette condition; les théorèmes précédents constituent donc autant de théorèmes nouveaux concernant ces courbes célèbres.

Nota II. — Il est bien entendu qu'il eût été facile d'énoncer une foule d'autres théorèmes intéressants; si nous nous sommes borné à la centaine, c'est que, grâce à ce nombre, nous avons pu passer en revue tous les *genres* de théorèmes susceptibles d'être immédiatement transformés; nous laissons aux élèves studieux la satisfaction d'en énumérer eux-mêmes un grand nombre d'autres: ils ne rencontreront pas la moindre difficulté, s'ils ont égard à des transformations semblables à celles qui précèdent.

Nota III. — Dans un mémoire sur la surface *Steiner* (*) (mémoire inédit), nous nous étions d'abord proposé de consacrer un chapitre préliminaire à l'étude développée de la courbe du quatrième ordre à trois points doubles, nous avons cru devoir le supprimer, vu la grande analogie que cette étude présente avec celle de la courbe du troisième ordre à point double, analogie qui est due à ce que ces deux courbes appartiennent à la hiérarchie des coniques.

(*) On sait que cette surface est telle que tout plan la coupe suivant une courbe du quatrième ordre à trois points doubles.

FIN.

ÉTUDE PSYCHOPHYSIQUE.

RECHERCHES THÉORIQUES ET EXPÉRIMENTALES

SUR LA MESURE DES SENSATIONS

ET SPÉCIALEMENT

DES SENSATIONS DE LUMIÈRE ET DE FATIGUE;

PAR

J. DELBOEUF,

Docteur en philosophie et lettres, docteur en sciences physiques et mathématiques,
professeur à l'Université de Liége.

« ... Sua cuique homini nullo sunt pondere membra, nec
» caput est oneri collo, nec denique totum corporis in
» pedibus pondus sentimus inesse : at quæcumque
» foris veniunt inpostaque nobis pondera sunt lædunt,
» per multo sæpe minora. »

LUCRÈCE, *De rerum natura*, V, 540 *sqq*.

(Présenté à la classe des sciences le 4 mai 1872.)

ÉTUDE PSYCHOPHYSIQUE.

RECHERCHES THÉORIQUES ET EXPÉRIMENTALES

SUR LA MESURE DES SENSATIONS

ET SPÉCIALEMENT

DES SENSATIONS DE LUMIÈRE ET DE FATIGUE.

INTRODUCTION.

L'un des problèmes les plus difficiles de la psychologie et de la physique est celui du rapport des faits externes aux faits internes. Nous entendons ici par faits internes les phénomènes qui ne peuvent être connus que du sujet chez qui ils se produisent. La parole peut seule en donner aux autres une connaissance bien pâle et bien incomplète. Grâce à ce signe admirable, nous pénétrons jusqu'à un certain point dans l'âme de nos semblables. A défaut de celui-là ou de signes artificiels calqués sur lui, nous n'aurions avec eux d'autres moyens de communication que le jeu de la physionomie et les mouvements du corps correspondant aux différents états de l'âme. Nous serions à leur égard ce que nous sommes vis-à-vis des animaux dont l'âme nous reste à peu près fermée, et dont nous ne pouvons deviner approximativement

les désirs, les joies et les douleurs qu'en vertu d'un raisonnement analogique bien imparfait.

Le fait externe, au contraire, est essentiellement communicable, en ce sens que tout le monde ou à peu près peut être appelé à le voir et à l'étudier. C'est ainsi qu'une lésion organique peut être mise sous les yeux de tous, mais le malade seul a conscience de l'existence, de l'intensité et de la qualité de sa douleur.

L'*incommunicabilité* du phénomène interne, du phénomène perçu immédiatement par le sens intime, c'est là un fait considérable, et il faut y chercher la source de toutes les difficultés qui entourent la science des rapports de l'âme et du corps.

On sait, par exemple, qu'il existe des personnes chez qui le sens des couleurs est plus ou moins obtus, qui confondent le rouge et le vert, le bleu et le violet. Si vous leur demandez le nom d'une couleur quelconque, du violet par exemple, elles vous répondront que c'est du bleu. Cette réponse vous surprend, et vous cherchez à corriger l'expression que vous croyez erronée. Elle ne l'est pourtant pas : ces personnes voient ce qu'elles voient; mais comme elles sont obligées de se servir d'une langue qui n'a pas été faite pour elles, d'une langue dont les mots qui servent à désigner les couleurs ont une signification qu'elles ne peuvent saisir, elles vous répondent par un mot qui éveille chez vous l'idée d'une sensation peut-être bien différente de la leur. Si l'hypothèse de Young sur la composition de la rétine est vraie, les daltoniens — ainsi s'appellent ces personnes — ne verraient aucune couleur comme le commun des mortels. Leurs sensations restent donc, en dépit de leur langage et des mots, « bleu, rouge, vert, » dont ils usent, dans le fond impénétrable de leur conscience.

Voilà, au point de vue qualitatif, une barrière qui parait infranchissable établie entre l'expérimentateur et le sujet sur lequel il voudrait expérimenter. Il en existe une autre, presque aussi considérable, au point de vue quantitatif. En effet, les phénomènes internes, sensation, douleur, fatigue, bien-être, peuvent avoir des intensités bien différentes; mais le sens intime ne parvient jamais à comparer ces intensités que d'une façon grossière, et son appréciation ne va pas au delà de l'égalité, de la supério-

rité ou de l'infériorité. — Ma douleur est forte, assez forte, légère, grande, moins grande, aussi grande que celle de la veille — voilà comment s'expriment tous les malades; ils ne peuvent faire usage d'aucun autre terme de mesure.

Or, pour trouver les rapports du physique et du moral, il faudrait pouvoir dresser une double échelle : d'un côté on inscrirait un phénomène physique se produisant avec diverses intensités, et de l'autre les intensités respectives du phénomène psychique provoqué. De la comparaison de ces deux séries de nombres, on pourrait tirer une loi, puis de là essayer de remonter à la cause. En dehors de ces conditions pas de comparaison possible.

Quelques exemples feront mieux saisir notre pensée.

Un homme gravit une montagne. Dans son ascension il effectue un certain travail qui s'évalue par le poids de son corps et la hauteur à laquelle il s'est élevé. Pour chaque mètre franchi, il y a une même quantité de force dépensée. L'épuisement du corps est ici le phénomène objectif, tout à fait assimilable à la dépense du combustible dans une locomotive. Mais à ce phénomène corporel correspond un phénomène subjectif, incommunicable, intraduisible par la parole, c'est la fatigue. La fatigue, elle aussi, croît avec la hauteur à laquelle on parvient, mais elle croît beaucoup plus vite que la dépense de force. Le millième mètre ne demande pas plus de travail que le premier, et cependant il produit plus de fatigue. D'après quelle loi croît-elle? Il y a sans doute une étroite relation entre l'épuisement du corps et la fatigue; mais quelle est cette relation? Pour la trouver, il n'y a qu'un seul moyen : c'est d'inscrire en face de l'échelle des hauteurs l'intensité respective de la fatigue aux différents points de la montagne. Pour cela il faudrait mesurer la fatigue, pouvoir la rapporter à une unité de fatigue et l'exprimer en nombres : fatigue = 1, fatigue = 2, fatigue = 3, etc. Or c'est là une très-grande difficulté. Et pourtant il faut la surmonter si l'on veut jeter du jour sur la question et rechercher la cause de la fatigue.

Prenons d'autres exemples. On sait par expérience aujourd'hui que ces grands concerts vocaux et instrumentaux où les exécu-

tants se comptent par centaines ne produisent pas à beaucoup près l'effet qu'on en attendait; c'est-à-dire qu'un nombre double de chanteurs ne produit pas sur notre oreille une sensation d'une intensité double. On sait aussi que, dans les éclipses de soleil, cet astre peut être offusqué dans une portion notable de son disque sans que la clarté du jour nous paraisse notablement diminuée. L'intensité de la sensation ne croît donc pas proportionnellement à l'intensité de la cause extérieure qui la provoque. Il en est de même de la chaleur. Et en général, quand l'action extérieure est trop intense, elle est perçue non plus dans sa qualité distinctive, mais comme douleur. La très-grande chaleur, ainsi que le très-grand froid, ne sont plus perçus comme chaleur ou comme froid, mais comme souffrance.

Ici encore, il serait nécessaire, pour trouver la loi d'accroissement du phénomène psychique de la sensation, de lui appliquer une mesure et de le traduire en nombres. Cette façon de procéder nous paraît la seule susceptible de nous éclairer sur la nature de la cause qui fait que nous sentons et comparons nos sensations. Il faut, en un mot, arriver à dire combien de fois une sensation en vaut une autre de la même qualité.

Cette question avait été comme entrevue par Euler, Herbart, Bernouilli, Laplace, Buffon, et certains travaux furent faits dans cette direction par Arago, Pogson, et surtout Masson (*) pour les sensations visuelles. Mais le premier qui élargit le cercle des investigations et prépara un travail d'ensemble fut Weber (**) qui formula une loi à laquelle Fechner a donné le nom de son inventeur. Enfin, c'est à Fechner lui-même que revient la gloire d'avoir coordonné tous les travaux de ses contemporains et de les avoir complétés par ses propres recherches. C'est dans ses *Éléments de Psychophysique* (Leipzig, 1860) que nous avons puisé les données qui nous étaient nécessaires pour exécuter notre travail.

Avant d'entrer directement dans la question, résumons-nous et précisons le sens que nous accordons aux termes dont nous nous servons. Tout agent extérieur produit en nous une modification

(*) *Annales de chimie et de physique*, t. XIV, p. 150; 1845.
(**) *Wagner's Handwörterbuch der Physiologie*, *Tastsinn*.

organique que nous nommons *impression*. La modification, l'impression constitue proprement le fait externe. On peut admettre que cette modification est proportionnelle à l'intensité de la cause extérieure agissante; nous pouvons donc, sans erreur sensible, substituer la mesure de celle-ci à la mesure de celle-là. Ainsi pour le cas qui nous occupe spécialement, nous pouvons admettre que les modifications subies par notre appareil visuel sous l'action de la lumière sont proportionnelles à l'intensité de cette lumière, et mesurer celle-ci au lieu de celle-là. Cette cause agissante, nous l'appelons *excitation*. Au fait externe de l'impression correspond presque toujours dans l'âme un fait interne qui nous est révélé par le sens intime, et est, par suite, incommunicable. Ce fait interne c'est une *sensation* ou un *sentiment*. Dans le langage philosophique on réserve proprement le mot *sensation* pour les faits internes correspondants aux modifications des organes des sens, et le mot *sentiment* pour les faits internes dont nous ne localisons pas dans un appareil spécial le fait externe corrélatif. On dit : une sensation lumineuse, auditive; un sentiment de fatigue, de douleur, de plaisir. Cependant, pour rendre notre langage plus uniforme, nous disons parfois : une sensation de fatigue. Dans le titre même de notre ouvrage nous avons déjà usé de cette licence.

Nous commencerons par exposer successivement les trois méthodes actuellement connues qui permettent de mesurer les sensations. A proprement parler, ces méthodes conduisent seulement à une loi formulant les rapports de l'excitation et de la sensation, et par suite elles ne pourraient fournir que la mesure *relative* des sensations. Mais, comme les inventeurs de cette loi prennent pour unité de sensation la sensation différentielle, c'est-à-dire la plus petite sensation perceptible, on peut dire de cette loi, et, par conséquent, de ces méthodes, qu'elles conduisent à la mesure des sensations.

La première peut être appelée la méthode des plus petits accroissements perceptibles; la seconde, celle des cas vrais et faux; la troisième celle des erreurs moyennes (*Methode der eben merklichen Unterschiede — der richtigen und falschen Fälle — der mittleren Fehler*).

Le principe de la première est bien simple. Soient, par exemple, A et B deux poids à soulever et à comparer. Si la différence de ces deux poids est très-faible, il peut arriver qu'on ne la perçoive pas et qu'on les juge égaux. Par contre, si cette différence est considérable, elle n'échappera pas à l'observation. Si donc on fait croître la différence *d* des poids A et B, il arrivera un moment où, d'imperceptible qu'elle était, elle devient appréciable. Il va de soi que la sensibilité du sujet pour juger de cette différence est d'autant plus grande que cette différence *d* est plus petite. En conséquence on pose que la sensibilité est, pour deux poids donnés, inversement proportionnelle à *d*, c'est-à-dire à leur plus petite différence perceptible.

Quand on use de cette méthode, il est bon de procéder alternativement de deux façons opposées. On fait d'abord croître la différence *d* jusqu'à ce qu'elle devienne perceptible; puis on la fait décroître jusqu'à ce qu'elle cesse de l'être.

La seconde méthode est, pour ainsi dire, une conséquence inévitable de la première. Lorsque la différence des poids est suffisamment petite, il y a erreur possible dans le jugement comparatif que l'on est appelé à porter. On désignera le poids le plus fort, tantôt comme le plus fort, tantôt aussi comme le plus faible. En un mot, pour chaque couple de poids à comparer, sur un nombre donné de jugements, il y en aura un certain nombre de vrais et un certain nombre de faux. Plus la différence des poids sera considérable, plus le nombre des jugements vrais croîtra aux dépens de celui des jugements faux; ou encore, plus la fraction ayant pour numérateur les jugements vrais et pour dénominateur le nombre total des jugements se rapprochera de l'unité. Soit *m* un rapport de cette nature obtenu dans la comparaison des deux poids A et B. On pourra chercher à déterminer le poids *b* qui, comparé avec un poids donné *a*, amène le même rapport *m* des cas vrais au nombre total des cas, et ainsi de suite. On pose que, pour un rapport donné, la sensibilité est inversement proportionnelle à la différence des poids.

Il est à noter que les cas où le jugement est indécis doivent s'ajouter par moitié aux jugements vrais et aux jugements faux.

La troisième méthode consiste, étant donné un poids fixe A, à déterminer par le sentiment un poids B, qui paraisse lui être égal. En général le poids B différera du poids A d'une quantité plus ou moins grande *e*. Plus cette erreur est considérable, plus on peut regarder la sensibilité comme obtuse. On répète donc cet essai un grand nombre de fois, on ajoute les erreurs négatives et les erreurs positives, abstraction faite des signes, et l'on divise le total par le nombre des essais. On obtient ainsi l'erreur moyenne. On pose encore une fois que la sensibilité est inversement proportionnelle à *e* l'erreur moyenne.

Ces méthodes sont applicables, on le voit sans peine, aux sensations de lumière, de son, de chaleur, etc.

La première fut employée par Delezenne pour déterminer avec quel degré de précision nous pouvons apprécier par la sensibilité les écarts de la pureté des intervalles musicaux. Masson s'en servit pour les sensations lumineuses; Weber pour les poids et pour les grandeurs évaluées à l'aide du toucher et de la vue; enfin, Fechner lui-même pour la lumière, la température et pour les grandeurs mesurées par l'œil.

Des trois méthodes c'est la plus simple, la plus directe et celle qui a le moins besoin du secours du calcul. Elle donne en gros des résultats satisfaisants. C'est assez dire que le manque de précision est son plus grand défaut. Où et quand une différence dans l'excitation extérieure cesse-t-elle d'être perceptible? On voit d'ici quel vaste champ il reste au doute. Nous n'en citerons qu'un exemple.

Supposons, pour fixer les idées, un secteur circulaire de dix degrés, découpé dans un carton blanc d'un décimètre de rayon. Imaginons que sur une étendue de cinq centimètres à partir du bord extérieur on enlève un degré, de sorte que la partie échancrée du secteur ne présente plus qu'un développement de neuf degrés. Si l'on fait tourner ce secteur rapidement sur un fond noir, on produira une zone grise entourant un cercle un peu plus blanc. En faisant abstraction de la lumière renvoyée par le fond noir, la zone et le cercle central ont des éclats qui sont entre eux comme 9 est à 10. Supposons maintenant que nous ajoutions encore à l'appareil un autre secteur circulaire dont l'angle croisse

d'une manière continue, soit, pour fixer les idées, depuis 60 jusqu'à 120 degrés (*) et qui commence par être recouvert partiellement du carton que nous venons de décrire. Les éclats respectifs de la zone et du cercle central seront d'abord entre eux comme 60 : 61; puis comme 61 : 62; puis comme 62 : 63, jusqu'à ce qu'ils deviennent comme 129 : 130. Naturellement cette différence d'éclat tend à disparaître. Or, une même personne jugera la différence nulle tantôt quand le rapport sera de 70 : 71; et tantôt quand il sera de 120 : 121. On voit par là combien il est difficile de déterminer le point d'apparition ou de disparition d'une différence dans les éclats, et comment on est vite conduit à employer la seconde méthode, celle des cas vrais et faux.

Celle-ci de son côté exige beaucoup de temps et de patience. Il faut, pour que les résultats qu'elle fournit aient une certaine valeur, qu'ils soient basés sur d'innombrables expériences; et des essais prolongés pendant des mois entiers suffisent à peine pour donner une série satisfaisante de chiffres.

On peut en dire autant de la méthode des erreurs moyennes. Mais celle-ci, ainsi que la précédente, présente cet avantage de s'appuyer sur les principes du calcul des probabilités et de fournir ainsi des séries dont on peut évaluer exactement la valeur.

Ces trois méthodes conduisent à des résultats sensiblement concordants. Si nous confondons sous le terme général d'excitation, la cause, quelle qu'elle soit, lumière, son, poids, etc., qui fait que nous éprouvons une sensation déterminée, il ressort des chiffres obtenus une loi remarquable, vraie dans certaines limites, à laquelle nous conservons le nom que Fechner lui donne, celui de *loi de Weber*. En voici la formule :

Tout accroissement constant de la sensation correspond à un accroissement d'excitation constamment proportionnel à cette même excitation.

Quelques chiffres nous mettront à même de saisir la signification de ce rapport.

(*) Ce résultat s'obtient au moyen de deux secteurs de 60 degrés glissant l'un derrière l'autre.

Ainsi, par exemple, la différence de deux poids n'est perceptible que si l'un surpasse l'autre de $^1/_{17}$. Si je pèse simultanément, 17 grammes et 17,5 grammes, cette différence d'un demi-gramme pourra passer inaperçue. Mais je saisirai à coup sûr (supposons-le) une différence d'un gramme. Si maintenant je compare 17 kilogrammes et 17,5 kilogrammes, cette nouvelle différence d'un demi-kilogramme pourra ne pas se faire sentir. Et pour que la différence des deux poids soit perceptible, il faudra qu'elle s'élève à un kilogramme. Pour produire un accroissement de sensation déterminé — c'est ici le plus petit accroissement perceptible — il faut donc que l'accroissement d'excitation croisse proportionnellement à celle-ci, qu'il soit d'un gramme sur 17 grammes, d'un kilogramme sur 17 kilogrammes, etc.

De même, supposons que sur mille jugements comparatifs portés sur les deux poids 17 grammes et 17,5 grammes, il y en ait 700 vrais et 300 faux; pour que deux poids comparés, dont l'un est 17 kilogrammes, fournissent sur mille jugements le même nombre de jugements vrais, il faut que l'autre poids soit de 17,5 kilogrammes.

Et enfin, par la troisième méthode, admettons que, essayant de déterminer par le sentiment un poids égal à 17 grammes, on commette une erreur moyenne de 8 décigrammes; la substitution d'un poids de 17 kilogrammes donnera une erreur moyenne de 8 hectogrammes.

Cette loi est d'ailleurs conforme à des faits d'expérience journalière. La lumière d'une bougie, brillante dans l'obscurité, a peu d'éclat pendant le jour, et devient nulle en plein soleil. Le rayonnement de cet astre éteint les étoiles; celui de la lune le fait également, mais dans de moindres proportions. Le tic tac de la pendule, si sonore dans le silence de la nuit, ne frappe pas notre oreille au milieu des bruits de la journée. On n'entend pas un voisin qui crie, quand on est avec lui en chemin de fer. On se trompera de quelques millimètres dans le jugement qu'on portera sur une ligne d'un décimètre ou deux. L'erreur sera de plusieurs mètres si la distance est plus grande, comme celle, par exemple, de deux arbres dans la plaine.

Voici d'ailleurs quelques chiffres déterminés pas l'expérience. Le rapport de l'accroissement d'excitation à l'excitation doit être :

Pour la pression . . . . $\frac{1}{3}$;
Pour la température. . . . . $\frac{1}{3}$;
Pour l'intensité du son . . . . $\frac{1}{3}$;
Pour la lumière . . . . $\frac{1}{100}$;
Pour les distances horizontales perpendiculaires à l'axe visuel . $\frac{1}{50}$ (*).

La loi de Weber peut s'exprimer sous une forme plus élégante et plus mathématique.

On voit, en effet, que pour faire croître la sensation d'une quantité constante qu'on appelle le plus petit accroissement perceptible, c'est-à-dire par conséquent, pour faire croître la sensation en progression arithmétique, il faut ajouter à l'excitation un accroissement qui soit toujours avec elle dans un rapport constant; en d'autres termes, qu'il faut faire croître l'excitation suivant une progression géométrique. De là cette formule que la sensation croît comme le logarithme de l'excitation.

C'est d'ailleurs ce qui résulte du calcul.

Soit ds un accroissement de sensation infiniment petit produit par un accroissement d'excitation $d\varepsilon$, ε étant l'excitation principale primitive, on a, d'après l'expérience :

$$ds = k \frac{d\varepsilon}{\varepsilon},$$

c'est-à-dire, pour que l'accroissement ds reste constant, il faut que le rapport $\frac{d\varepsilon}{\varepsilon}$ reste aussi constant.

De là, en intégrant, il vient :

$$S = k \log \varepsilon + c,$$

c étant une constante à déterminer.

Si l'on admet que, pour $S=0$, on a : $\varepsilon=\varepsilon_0$, il vient :

$$S = k \log \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \cdot$$

(*) Nous avons trouvé ces nombres dans WUNDT, *Vorlesungen über Menschen- und Thierseele*, Leipzig, 1863, p. 98.

Si l'on pose $\varepsilon_0 = 1$, c'est-à-dire, si l'on prend l'excitation ε_0 pour unité, la formule se simplifie, et l'on a :

$$S = k \log \varepsilon.$$

Ce qui signifie que la sensation est proportionnelle au logarithme de l'excitation.

Cette formule soulève bien des difficultés de différente nature, difficultés *mathématiques* et *physiques*.

Commençons par les premières.

Il résulte de la formule :

1° Que pour une excitation $\varepsilon = \varepsilon_0 = 1$, on a une sensation $S = 0$;

2° Que pour une excitation moindre que ε_0 ou l'unité, on a une sensation négative;

3° Enfin que pour une excitation $\varepsilon = 0$, la sensation devient égale à l'infini négatif.

Au premier abord ces résultats semblent contradictoires ou absurdes. Aussi a-t-on cherché à les expliquer. Il suffira de rappeler ces explications pour en mettre au jour le côté faible (*). Nous allons passer successivement ces trois points en revue.

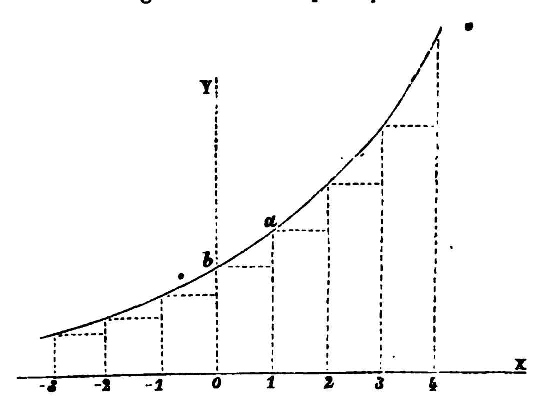
Quant à la première difficulté, celle d'une *sensation nulle*, correspondant à une excitation finie et positive, il ne faudrait pas croire qu'elle vient de l'hypothèse imaginée pour déterminer la constante *c*. Car si pour $S = 1$, nous admettons qu'on a : $\varepsilon = \varepsilon_1$, on obtient en dernière analyse :

$$S = k \log \frac{\varepsilon}{\varepsilon_1} + 1;$$

et si l'on cherche l'excitation ε_0 correspondant à la sensation $S = 0$, on trouve pour ε_0 une quantité éminemment positive, à savoir : $\varepsilon_0 = \varepsilon_1 \sqrt[k]{\frac{1}{e}}$, *e* étant égal à 2,718....... Il y a donc une excitation finie et positive correspondant à une sensation nulle.

(*) Notre critique suit ici à peu près pas à pas l'excellent exposé populaire que M. Wundt a fait des recherches sur la psychophysique dans la première partie de l'ouvrage cité plus haut.

On s'en assure du reste encore en construisant, d'après la loi de Weber, la courbe de l'excitation. On porte les sensations sur l'axe des abscisses, et les excitations sur celui-ci des ordonnées, comme cela a lieu dans la figure ci-contre qui représente la courbe des



sensations de pression. Celles-ci, comme on l'a vu, croissent d'un accroissement perceptible quand l'intensité des poids croît d'un tiers. Comme cette courbe est, de sa nature, infinie dans les deux sens, et qu'elle ne coupe jamais l'axe des X, il s'ensuit que, quel que soit le point où l'on place la sensation unité correspondant à une excitation marquée par l'ordonnée *a* 1, on est forcément amené à marquer une sensation $=0$, correspondant à une ordonnée toujours positive, à savoir *b* 0.

Cependant le sens commun conduit à mettre la sensation $=0$ en correspondance avec l'excitation $=0$, le repos de l'œil avec l'absence de lumière, le repos de l'ouïe dans le silence, etc. Voici comment on cherche à échapper à ce reproche.

De même, dit-on, qu'il y a des poids tellement faibles qu'aucune balance ne peut les signaler, de même il y a des excitations tellement faibles que les sensations qu'elles provoquent passent inaperçues. C'est ainsi que le son d'une cloche s'affaiblit à mesure que nous nous éloignons, et finit par ne plus être perçu bien que les ondes sonores qu'elle émet n'aient pas de point d'arrêt. On n'entend pas une fourmi marcher et l'on entend le bruit d'une

fourmilière. On a vu d'ailleurs qu'une différence de poids, de température, de lumière peut fort bien ne pas être perçue. Appelons donc sensation = 0, la première sensation qui se révèle à la conscience quand l'excitation a acquis un degré suffisant d'intentensité, soit, par exemple, le poids de $^1/_{50}$ de gramme, ou le bruit que produit à la distance de 9 centimètres (*) un milligramme de moelle de sureau tombant d'un millimètre de hauteur sur une plaque de verre, etc. Le zéro correspond donc au point où la sensation apparaît et disparaît. La sensation ne commence pas avec une quantité d'excitation nulle, mais avec une quantité d'excitation finie et supérieure à 0. C'est ainsi, du reste, que les logarithmes commencent non avec le zéro, mais à partir d'une quantité finie, à savoir l'unité, puisque le logarithme de l'unité est zéro (**).

Devons-nous insister sur l'impossibilité d'établir une comparaison entre des quantités concrètes comme la sensation et l'excitation, et des quantités abstraites comme les nombres et leurs logarithmes? Quand il s'agit de ces dernières, un simple changement analytique modifie la place ou la signification du zéro. Quelques mots mettront ce point en évidence.

Comment définit-on vulgairement le logarithme? Si, dit-on, on écrit en dessous l'une de l'autre deux progressions, l'une arithmétique commençant par 0, et l'autre géométrique commençant par 1, la somme des deux quelconques des termes de la première correspond pour le rang au produit des termes du même rang dans la seconde. Si donc la progression arithmétique contient la suite des nombres naturels, 0, 1, 2, 3.., on voit que l'on peut définir le logarithme d'un nombre la quantité qui indique son rang dans une progression géométrique commençant par l'unité. Sans doute, en adoptant cette définition on arrive à cette singulière anomalie que le premier terme de la progression géométrique a le rang 0, que le second terme a le rang pre-

(*) La distance exacte serait, paraît-il, de 91 millimètres. — Cf. Wundt, *op. cit.*, t. I, p. 120.

(**) Fechner, *Éléments de psychophysique*, t. II, p. 11.

mier, etc.; en un mot, que le rang d'un terme qui par essence est une quantité positive, peut être représenté par une quantité nulle. On en viendra ainsi à imaginer des rangs fractionnaires tels que les logarithmes de 2, de 3..., de 11, de 12, etc. De là ensuite, par analogie des rangs négatifs pour les fractions, autre anomalie.

Mais qui ne voit que ces anomalies, ne présentant d'ailleurs aucun inconvénient, disparaissent en partie, dès que l'on modifie tant soit peu la rédaction du principe en le rendant même plus général, par exemple, dès que l'on fait commencer les deux progressions non par 0 et l'unité, mais chacune par leur raison. Or si la raison de la progression arithmétique est l'unité, on a la suite des nombres naturels, et comme ils marquent le rang des termes de la progression géométrique, la définition donnée précédemment du logarithme reste vraie, rigoureuse et exempte d'anomalie : 1 est logarithme du premier terme de la progression géométrique, 2 celui du second terme, et ainsi de suite. Un simple changement analytique a produit cette correction, et les logarithmes nuls et négatifs n'ont plus qu'une signification purement analytique.

Est-ce le cas quand il s'agit de sensations et d'excitations? Peut-on confondre la signification analytique avec la signification réelle, quand cette dernière existe?

On a dit encore : la sensibilité se manifeste d'une manière ondulatoire. Une cloche lointaine ébranle les airs — on n'entend rien. — On s'approche, puis on entend quelque chose. Le bruit semble rester constant pendant quelques secondes, puis tout à coup encore on remarque qu'il a crû en intensité et ainsi de suite à mesure que l'on approche de la source du son. Il y a donc des espèces d'ondes sensibles, comme il y a des ondes sonores et des ondes lumineuses. La sensibilité, bien qu'au fond elle se développe d'une façon continue, semble pour l'œil de la conscience se développer par saccades, par sauts brusques, et a ses phases conscientes et ses phases inconscientes comme l'air dans les tuyaux sonores a ses phases de dilatation et de condensation (*).

(*) Voir Fechner, *op. cit.*, t. I, p. 238 ,*sqq.*, et t. II, pp. 12-15. Cette théorie des ondes sensibles, en germe dans Herbar t(*Œuv. compl.*, éd. Hartenstein,

En dépit de tout ce qu'il y a de vrai et d'ingénieux dans cette explication, il n'en est pas moins juste de dire que même la sensation = 0, telle que l'entend Fechner, n'est pas nulle, qu'elle est une sensation positive et déterminée, que la sensation = 0 est en deçà de cette première sensation perceptible.

Passons maintenant à la discussion de la notion de *sensation négative.*

Il semblerait résulter de ce qui précède que toutes les sensations autres que la sensation = 0 et les sensations positives qui la suivent, dussent être égalées à zéro. Mais c'est là une chose mathématiquement impossible. Car, d'après la formule, ces sensations non perceptibles deviennent des sensations négatives.

Nous pourrions *à priori* rejeter des sensations négatives, parce que les sensations sont nécessairement quelque chose, et que l'expression *sensation négative* est un non-sens. Disons cependant quelques mots de la manière dont Fechner interprète cette expression, tombant ainsi dans l'erreur des mathématiciens qui veulent, avant la discussion du problème, interpréter toute espèce de résultat.

D'après Fechner, une sensation négative est une sensation très-faible dont on n'a pas conscience. On ne peut pas dire que ce n'est pas une sensation, pas plus qu'on ne peut dire d'un poids très-petit que ce n'est pas un poids. D'ailleurs il ne faudrait pas croire, ajoute-t-il, qu'une excitation très-petite, pour ne pas produire de sensation perceptible, passe cependant tout à fait inaperçue. Sans doute, si l'on veut comparer deux poids l'un de mille grammes, l'autre de mille et un grammes, cette différence d'un gramme sera peu sensible. Pourtant, si l'on fait faire cette comparaison à mille personnes, il s'en trouvera probablement plus de cinq cents qui jugeront le second poids plus fort que le premier.

Mais alors si la sensation inconsciente est quelque chose, ce n'est qu'analytiquement qu'elle peut être représentée par une quantité négative. C'est ainsi que le zéro du thermomètre, de

t. V, p. 341) est très-développée dans Fechner. Elle dérive, en dernière analyse, de ce que la sensation unité n'est pas une sensation réellement différentielle, mais une sensation finie ; et par suite la différence entre deux sensations, si rapprochées qu'elles soient pour l'intensité, est encore finie.

même que le zéro marquant l'origine des abscisses et des ordonnées est tout arbitraire, et peut se transformer en une quantité positive ou négative par un simple changement d'origine. C'est là une affaire de pure convention. Le zéro du thermomètre n'a pas la prétention de représenter le zéro absolu de chaleur. Or il n'en est pas de même ici. Un simple changement d'origine peut sans doute transformer les sensations négatives en positives; mais, dans ce cas, il faut renoncer à la distinction si commode entre sensations conscientes et sensations inconscientes.

Il y a lieu de faire des observations semblables quand on se demande à quoi correspond une sensation réellement nulle, c'est-à-dire produite par une excitation nulle; cette sensation est représentée par l'infini négatif; et on la définit une sensation qui est plus inconsciente que toute autre. Mais la quantité qui est plus petite que toute quantité donnée étant le zéro, pourquoi la sensation nulle n'est-elle pas représentée par 0? Pour conserver le symbole $\frac{1}{0}$, il faudrait soutenir qu'il n'y a pas de sensation nulle. Il en existe pourtant, si toutefois on peut ainsi parler : est nulle, par exemple, la sensation de lumière qu'éprouvent les êtres privés d'yeux, comme certains mollusques, certains insectes, certains vertébrés (*). On en pourrait dire autant de chacun de nos sens. S'il existe des êtres qui sont en rapport avec le monde extérieur par d'autres sens que ceux qui nous sont connus, les sensations que ces êtres éprouvent par l'intermédiaire de ces sens sont nulles chez nous. Mon œil fermé peut sans doute avoir des sensations lumineuses; celui qui devient aveugle par accident peut éprouver encore de semblables sensations. L'aveugle de naissance ressent, probablement, mais sans s'en rendre compte, des sensations qu'on peut appeler, si l'on veut, lumineuses. On conçoit que ces faits donnent lieu à discussion; mais, à coup sûr, celui-là qui, par sa nature, n'a pas d'yeux ne sent rien de lumineux. Ma main ne voit pas, absolument pas. Il y a donc certainement des sensations nulles.

(*) Ceci étant encore sujet à certaines restrictions pour le cas où l'animal serait privé des organes de la vue par suite d'une dégénérescence.

Résumons et concluons. La formule : $S = k \log \varepsilon$, en supposant qu'elle soit exacte, ne peut avoir qu'une portée analytique et ne peut nous faire comprendre les phénomènes dans leur réalité. L'une des conditions, pour qu'une formule exprime le rapport de la sensation à l'excitation, c'est que la sensation y soit nulle pour une excitation nulle, et que la sensation ne puisse jamais devenir négative, pas plus que l'excitation, ces deux quantités étant essentiellement positives.

Passons en revue maintenant les difficultés physiques.

La formule : $S = k \log \varepsilon$ nous donne pour la différence de deux sensations S et S' l'équation :

$$S - S' = k \log \frac{\varepsilon}{\varepsilon'},$$

c'est-à-dire que la différence de deux sensations reste constante quand le rapport des excitations reste constant.

Appliquons cette formule à un exemple. L'effet qu'une gravure produit sur notre œil résulte des oppositions entre les teintes claires et les teintes foncées. Admettons que les teintes sombres renvoient à l'œil un vingtième de la lumière des teintes claires. Il résulte de la formule que peu importe la quantité de lumière qui éclaire la gravure, l'effet produit doit rester le même, puisqu'on aura toujours : $\frac{\varepsilon}{\varepsilon'} = 20$, ε représentant l'éclat des teintes claires, ε' celui des teintes sombres.

C'est ce que l'expérience nous montre avoir lieu *entre certaines limites* (*). Mais elle nous apprend aussi que, si le jour baisse considérablement, on finit par ne plus rien distinguer du tout. Réciproquement, si la lumière est très-vive, les teintes semblent

(*) Masson (*Annales de chimie et de physique*, t. XIV ; 1845) a fait une remarque analogue, et constaté que cette constance de notre sensibilité à juger des rapports lumineux, indépendamment de l'intensité de l'éclairement général, n'avait lieu que quand cet éclairement ne dépassait pas certaines limites. « En faisant, dit-il, varier l'intensité de l'éclairement, j'ai trouvé que, *quand il était suffisant pour qu'on pût facilement lire dans un in-octavo*, la sensibilité ne variait pas pour un même individu. Ainsi, comme Bouguer l'avait reconnu, la sensibilité de l'œil est indépendante de l'intensité de la lumière. »

tendre à l'uniformité. C'est ainsi que dans un paysage éclairé par la pleine lune l'opposition entre l'ombre et la lumière est plus marquée que pendant les quartiers ou la nouvelle lune, et plus marquée aussi qu'en plein soleil. Et l'on conçoit sans peine que, d'un côté, la nuit devienne assez sombre pour faire disparaître tous les détails, et que, d'un autre côté, l'éclairement soit assez grand pour que ces détails disparaissent dans un éblouissement général. Ainsi on éprouve autant de difficulté à lire à une trop grande clarté qu'à une trop faible lueur. C'est d'ailleurs ce qu'on peut mettre en évidence par une expérience bien simple.

Imaginons trois anneaux concentriques contigus de deux à trois centimètres de largeur et de teintes graduées; le centre et le fond sont noirs. L'anneau le plus rapproché du centre est clair, l'anneau extérieur est d'un gris sombre; et la teinte de l'anneau moyen a été choisie telle que, pour un éclairage donné, celui par exemple d'une bougie placée à la distance de 25 centimètres, elle paraisse exactement intermédiaire entre celle des deux anneaux qui l'avoisinent. Or, si j'éloigne la bougie, c'est-à-dire si je diminue l'éclairement, cette teinte intermédiaire s'assombrit sensiblement et tend à se confondre avec la teinte foncée. Si, au contraire, j'approche la bougie, l'anneau intermédiaire gagne *comparativement* beaucoup plus en éclat, et tend à se confondre avec la teinte claire de l'anneau intérieur. La lumière étant très-faible, on finit par ne plus voir que ce dernier anneau, et réciproquement, comme nous le démontrerons dans la suite, la lumière peut être assez forte pour que l'ensemble de la figure n'ait plus qu'une teinte uniforme éblouissante. C'est d'ailleurs ce qui se produit presque quand on expose les trois anneaux au soleil.

Helmholtz fait remarquer à ce sujet que, pendant la nuit, les objets clairs paraissent plus éclatants par rapport à leur entourage que pendant le jour, et il fait la critique de la loi de Weber en ces termes :

« Fechner explique le fait que cette loi ne se vérifie plus pour les éclairements très-faibles ou très-grands, par l'influence de circonstances perturbatrices. Quand l'éclairement est faible, l'influence de la lumière propre de l'œil doit être assez considé-

rable. A l'excitation produite par la lumière extérieure, vient toujours s'ajouter l'excitation produite par des influences internes et qu'on peut représenter par l'excitation que procurerait une lumière d'un éclat H_0. Alors on a plus exactement pour l'expression des plus petits degrés de la sensation :

$$dE = A \frac{dH}{H + H_0},$$

E représentant la sensation ; ou bien :

$$dH = \frac{1}{A} (H + H_0) dE.$$

» Il suit de là que l'accroissement de l'éclat doit être plus grand pour être perçu que si H_0 était nul, et cette différence est considérable quand H est petit. Fechner a là-dessus établi une méthode pour mesurer la force de cette lumière H_0, laquelle méthode, dans tous les cas, suppose que la loi ne souffre d'atteinte que par la présence de cette lumière subjective.

. . . .

» L'insuffisance de la loi aux limites supérieures, on pourrait l'attribuer avec Fechner à ce que l'organe commence à se blesser. Les changements intérieurs dans le nerf, qui doivent transmettre au cerveau l'impression, ne pourrait pas dépasser une mesure déterminée sans détruire l'organe, et par suite, à toute action excitante, est posée une limite supérieure à laquelle doit nécessairement correspondre le maximum de la sensation.

» Dans tous les cas il est à remarquer, et une observation minutieuse permet de le constater, que ces circonstances, quelles qu'elles soient, qui, aux limites extrêmes de l'éclairement, viennent infirmer la loi de Fechner, exercent aussi leur influence dans le cas d'éclairement moyen, ce qui n'empêche pas naturellement que cette loi ne soit un premier acheminement vers la vérité. Sans doute le plus grand nombre de peintures, dessins et photographies des objets qui s'offrent ordinairement à la reproduction, sont faciles à juger à des degrés d'éclairement bien divers. J'ai cependant trouvé dans des photographies des dégradations d'ombre qui ne ressortaient qu'à une lumière d'une intensité dé-

terminée, et étroitement circonscrite. Il faut notamment mentionner les photographies de paysages où des chaînes de montagnes sont figurées se perdant dans le brouillard; mais la chose se présenta à moi de la manière la plus frappante dans quelques photographies stéréoscopiques sur verre représentant des vues des Alpes, et où se montraient des parties de névés ou de sommets tout à fait recouverts de neige. Ces surfaces neigeuses, à la lumière d'une lampe ou d'un jour modéré, semblent des surfaces uniformément blanches, tandis que, tournées vers le ciel pur, elles laissaient voir des ombres légères qui indiquaient le modelé de la neige, et qui disparaissaient de nouveau dans une lumière plus forte. »

Helmholtz indique ensuite une expérience qui prouve que, suivant l'éclairement, on distingue des cercles gris sur fond blanc ayant $\frac{1}{133}$, ou $\frac{1}{150}$, ou $\frac{1}{167}$, ou $\frac{1}{117}$ de l'éclat de ce fond blanc. Il continue ensuite en ces termes :

» Il ressort de là qu'il existe une certaine intensité d'éclairement très-étroitement limitée qui permet à la sensibilité d'acquérir sa plus grande délicatesse. Nous ne pouvons donc pas, dans la formule précédente,

$$dE = A \frac{dH}{H},$$

considérer A comme tout à fait invariable, même dans les limites de l'éclairement ordinaire. A doit plutôt dépendre de H, bien qu'il reste à peu près constant pour des éclairements modérés; et par suite, la formule qu'on en déduit par intégration, à savoir :

$$E = A \log H + C,$$

approche de la vérité pour des valeurs moyennes de l'éclairement. On verra plus loin que cette formule est insuffisante quand il s'agira de la comparaison des degrés de sensibilité pour les différentes couleurs.

» Même en tenant compte de la lumière propre de l'œil, et en posant :

$$dE = A \frac{dH}{H + H_0},$$

$$E = A \log (H + H_0) + C,$$

la formule ne répond pas exactement aux faits, puisqu'il s'ensuit que la sensibilité devrait croître quand l'éclat augmente. Les faits mentionnés plus haut tendent plutôt à établir que, pour de très-grandes valeurs de H, la sensation atteint un maximum qu'elle ne peut dépasser, même quand H croît encore. Alors $\frac{dE}{dH}$ doit devenir nul. Par suite, nous devons, dans la dernière équation différentielle, considérer encore A comme une fonction de H, qui, pour des valeurs moyennes de H, est sensiblement constante, et qui, pour des valeurs infiniment grandes, devient nulle. La plus simple des fonctions de cette espèce est la suivante :

$$A = \frac{a}{b + H},$$

où b est supposé très-grand. Posons donc :

$$dE = \frac{a dH}{(b + H)(H + H_0)},$$

alors on obtient :

$$E = \frac{a}{b - H_0} \log \left[\frac{H_0 + H}{b + H} \right] + C.$$

» C'est par une semblable formule que nous pouvons seulement espérer de représenter complétement les phénomènes. C représenterait la sensation maximum provoquée par H égal à l'infini, et le maximum de la sensibilité aurait lieu pour $H = \sqrt{bH_0}$ (*). »

Il n'y a rien à ajouter à cette critique si délicate et si juste de la formule de Fechner, et les motifs que Helmholtz fait valoir avec Fechner pour expliquer l'insuffisance de la formule à la limite inférieure et à la limite supérieure sont, sans contredit, réels et inattaquables (**). Il y a cependant un reproche à faire à la formule de Helmholtz, c'est qu'elle est d'origine complexe, en partie empirique, en partie expérimentale, en partie ration-

(*) *Physiologische Optik*, dans l'Encyclopédie de physique de Karsten, t. IX, pp. 313 et suiv.

(**) Voir cependant la réponse de Fechner, *op. cit.*, t. II, pp. 564 *sqq.*

nelle, et que, par conséquent, on n'oserait s'appuyer sur elle pour remonter à la cause des phénomènes qu'elle a pour but d'expliquer.

Si nous entrons dans un autre domaine que celui de la vision, dans celui des sensations musculaires ou auditives, par exemple, la loi de Weber donne lieu à des objections de la même importance.

Nous avons vu que la différence des poids de deux corps, pour être perceptible, devrait, en moyenne, égaler en poids la dix-septième partie du plus petit. C'est encore là un résultat qui peut être vrai dans certaines limites, mais qui ne l'est plus quand on s'approche des extrêmes. Ainsi on ne s'apercevra pas de la différence entre un poids de $\frac{1}{50}$ de gramme et celui de $\frac{18}{17 \times 50}$ de gramme. La différence doit être considérable pour être perçue quand les poids sont si petits. D'un autre côté, si les poids sont très-grands, une très-faible différence est très-sensible. Ainsi celui qui soulève avec peine un poids de 50 kilogrammes, trouvera que celui de 51 kilogrammes est beaucoup plus lourd; et plus il s'approchera de la limite de ses forces, plus une légère différence lui semblera considérable. Il pourra soulever 100 kilogrammes, qu'il ne pourra pas soulever 100,5 kilogrammes. On peut lancer un caillou à 100 mètres de soi, qu'on ne parviendrait pas peut-être à le lancer à 101 mètres, même au prix du plus grand effort.

Il en est de même pour l'ouïe. Cent coups de fusil ne font pas moins d'impression que trois cents coups, et le grondement de mille pièces de canons dans une bataille ne produit pas à beaucoup près l'effet qu'on devrait en attendre quand on le compare à celui que cause un coup de pistolet au théâtre.

Il est encore d'autres considérations qui mettent en évidence l'insuffisance de la loi. C'est que nous mesurons avec une certaine précision l'intensité des causes extérieures en les rapportant à une unité interne, dont nous dirons quelques mots. Ainsi nous distinguons entre les différentes heures du jour, le matin, le midi, le crépuscule, le soir; le temps nous paraît clair, gris, sombre, noir. Je sais, par exemple, qu'au moment où j'écris, bien

qu'il soit près de onze heures du matin, et qu'il n'y ait pas à proprement parler de nuages au ciel, je sais, dis-je, que le jour est d'un gris clair. Pour reprendre l'exemple de la gravure, outre que je juge des rapports entre l'éclairement de ses diverses parties, je juge très-bien aussi de son degré total d'éclairement. Un bruit qui se fait entendre, je sais, en dehors de tout terme de comparaison extérieure, le rapporter aux bruits faibles, ou moyens, ou forts. Le tic tac de la pendule est pour moi un bruit faible, bien que je l'entende mieux dans le silence de la nuit; et un coup de tonnerre est très-fort, qu'il se fasse entendre isolément, ou au milieu des mugissements de la tempête et du crépitement de la grêle contre les vitres. Il en est de même pour les poids que je juge légers ou lourds d'une façon absolue, et non pas seulement par comparaison des uns avec les autres. On en peut dire autant de la chaleur que nous trouvons faible ou élevée, et du froid que nous trouvons vif ou modéré, en dehors aussi de tout terme de comparaison emprunté à la température extérieure. C'est ainsi encore que nous jugeons absolument du ton d'une note émise isolément, et que nous la rapportons plus ou moins exactement à un diapason interne.

Sans doute cette appréciation, dans ce qu'elle a d'absolu, est sujette à bien des erreurs. Descendez au fond d'une mine, promenez-vous-y plusieurs heures, puis remontez brusquement au jour, que le temps soit couvert ou serein, vous serez ébloui comme si le soleil le plus éclatant inondait de lumière un champ de neige. Qu'en pleine chaleur de midi, au milieu de l'été, vous entriez dans une caverne, aussitôt le froid vous saisit et vous glace. Mais, en dépit de ces erreurs passagères, et si faciles à expliquer (*), il n'en est pas moins vrai qu'outre le jugement relatif que nous portons sur le rapport d'intensité de deux causes extérieures agissant sur notre sensibilité, nous portons aussi sur elles un jugement qui a quelque chose d'absolu en ce que l'unité de comparaison est puisée dans la *nature même de notre sensibilité*. Cette unité subjective et à certains égards invariable, résulte, comme nous

(*) Voir pp. 27 et suivantes.

allons bientôt le faire voir, de la stabilité des conditions nécessaires à l'accomplissement normal de nos fonctions.

Dans ce qui va suivre nous nous proposons de soustraire la loi de Weber aux objections qu'elle autorise. Pour cela nous en modifierons la formule dans le sens que Helmholtz a indiqué; mais, de plus — et c'est en cela surtout que consiste l'originalité de notre travail — nous la combinerons avec une autre formule qui permettra de rendre compte de tous les phénomènes de la sensibilité. La première, nous l'appellerons *formule de la sensation,* la seconde *formule de l'épuisement.*

L'une et l'autre s'appuieront en partie sur des considérations théoriques, en partie sur l'observation. Nous les discuterons d'abord mathématiquement, et nous en déduirons les conséquences psychophysiques qu'elles renferment. Elles seront ensuite discutées expérimentalement; et ici, nous aurons une distinction capitale à faire. La formule de la sensibilité se prête jusqu'à un certain point à l'expérimentation, et par conséquent, les nombres obtenus par nous l'établiront, sinon avec une certitude absolue, au moins avec une probabilité très-grande, se rapprochant de la certitude scientifique. La seconde, au contraire, ne s'est soumise qu'imparfaitement au contrôle de l'expérience : pour des raisons que nous déduirons plus tard, l'expérimentation, telle que nous l'avons instituée, fournit des nombres difficilement comparables entre eux. On verra toutefois que, dans de certaines limites, les données expérimentales, si incomplètes qu'elles soient, tendent plutôt à la confirmer qu'à l'infirmer.

Peut-être un jour trouvera-t-on une méthode permettant de la contrôler complétement par l'expérience, et qui la fera adopter ou rejeter définitivement. Mais, quoi qu'il en doive être à cet égard, les considérations théoriques sur lesquelles elle est fondée n'en subsisteront pas moins, et toute nouvelle formule destinée à la remplacer devra en tenir compte.

PARTIE THÉORIQUE.

Toute la théorie que nous allons développer sur la sensibilité est fondée sur deux remarques capitales : la première, c'est que l'intensité de la sensation ne dépend pas uniquement de l'intensité de la cause excitante, mais encore de la masse de sensibilité ou de force que les organes intéressés possèdent à ce moment. Or l'excitation épuise cette provision de sensibilité; et, par suite, lors d'une excitation subséquente, égale ou inégale, l'être sensible est dans des conditions nouvelles qui modifient la sensation dans son intensité théorique; l'excitation frappe, pour ainsi dire, un autre individu.

Cette remarque fondamentale se vérifie de mille manières. Une lumière, éblouissante au premier moment, semble avoir perdu de son éclat quelques instants après. La sensation initiale de froid ou de chaud est toujours bien plus vive que la sensation ultérieure. On en peut dire autant de toutes les sensations, et l'on peut faire à ce sujet des expériences décisives. Nous aurons l'occasion de revenir sur ce point à propos de l'image des trois anneaux dont nous avons déjà parlé.

Le seconde remarque, c'est qu'il existe une quantité de force ou de sensibilité que l'excitation ne peut pas utiliser, ni la volonté épuiser. Ainsi je puis bien atteindre le maximum de fatigue sentie, l'anéantissement corporel; je puis, par exemple, marcher jusqu'à ce que je ne puisse plus faire un pas, et cependant il me reste encore de la vie, de la force. De même je puis souffrir le maximum de souffrance, et cependant il me reste encore de la sensibilité.

Il y a donc une quantité de force et de sensibilité non disponible, nécessaire à la vie et à la sensibilité générales de l'individu, ou spéciales d'un organe donné, et que l'on ne peut entamer sans les compromettre. La quantité disponible ou utilisable est égale à la quantité absolue diminuée de cette quantité indispensable.

La quantité absolue nous la représentons par M, la quantité indispensable à la vie par v, et la quantité indispensable à la sensibilité par c, la quantité réellement disponible est donc $M - v - c$.

On verra, dans nos calculs, que les quantités v et c figurent dans deux formules différentes, la première dans la formule de l'épuisement correspondant à la dépense de force, la seconde dans celle de la sensation.

Le rôle de la quantité c réclame quelques mots d'explication.

C'est non un organe en repos absolu que l'excitation extérieure vient impressionner, mais un organe où existe préalablement et naturellement une cause d'excitation propre qui y entretient la vie et la sensibilité; la modification imprimée de l'extérieur s'ajoute à la modification subjective. C'est ainsi que la chaleur extérieure vient s'ajouter à notre chaleur propre; que le poids que le bras soulève s'ajoute au poids du bras lui-même; que l'ébranlement produit par la lumière dans la rétine y rencontre un ébranlement physique et permanent provenant du mouvement du sang dans ses vaisseaux, de la circulation du liquide qui imprègne son parenchyme, de celui des humeurs de l'œil, et, nous ajouterons même, de tous les mouvements du corps. Les ondes sonores viennent agiter les fibres naturellement vibrantes de l'oreille; les corps sapides n'agissent sur la langue et le palais qu'en se mêlant aux liquides de la bouche, les corps odorants viennent se joindre aux mucosités des narines, etc. En un mot l'excitation extérieure vient s'ajouter à une excitation interne et subjective qui constitue la sensibilité propre de l'organe; elle ne vient pas tomber sur une *tabula rasa,* mais sur un fond vivant et sensible. Cette excitation interne, bien que pouvant provenir d'une cause éminemment différente de l'excitation externe, peut cependant être assimilée à celle-ci au point de vue de l'effet résultant, puisque cet effet résultant est une impression ou un état vibratoire particulier. Si donc nous appelons c cette excitation subjective, et δ l'excitation objective, l'état de l'organe est produit par la cause $c + \delta$, et c pourra s'exprimer en fonction de δ bien qu'il ne soit pas nécessairement de même nature que δ. C'est ainsi que des effets peuvent s'ajouter bien que provenant de sources différentes. Ainsi pour l'œil δ est

une cause généralement lumineuse, c une cause physiologique, mais, comme δ et c ont pour résultat d'imprimer aux fibres de la rétine un certain état vibratoire, je puis, en ne songeant qu'à cet effet, dire que cet état vibratoire a pour cause $c + \delta$, et, par suite, évaluer plus tard c en fonction de δ, c'est-à-dire l'égaler à une certaine somme de rayons lumineux. On pourra de même, par métaphore, parler de la lumière subjective de l'œil, et nous admettons même, à la rigueur, que l'on parle, toujours par métaphore, d'une sensation subjective lumineuse. C'est ainsi, nous l'avons vu, que s'expriment plusieurs auteurs. Mais il faut ici bien prendre garde à une équivoque.

Nous admettons que c produit un certain état de l'organe; mais, tant que cet état est normal, nous n'admettons pas qu'une sensation, consciente ou inconsciente, lui corresponde *effectivement*. La sensation commence du moment où à c vient s'ajouter un δ quelconque. La chaleur normale de la peau n'est sentie ni comme chaud ni comme froid, elle n'est sentie que comme bien-être, si nous pouvons ainsi nous exprimer; la sensation de chaleur ou de froid commence à l'instant où une chaleur nouvelle vient à être ajoutée ou soustraite à la chaleur normale du moment. Nous ne sentons pas le poids de nos membres, la tête ne pèse pas sur les épaules; et nous, qui pouvons juger à la main du poids d'une lettre de quelques grammes, nous ne pourrions évaluer d'une manière directe, même approximativement, le poids de notre bras. L'excitation normale de la rétine n'est pas perçue comme lumière, ni autrement; la sensation de lumière commence dès qu'au fluide nerveux de la rétine est imprimé un mouvement vibratoire différent de celui qui constitue son état d'équilibre. C'est ainsi qu'une balance ne chavire que si l'on ajoute ou retranche un poids au poids naturel d'un de ses bassins (*).

(*) C'est de cette manière que doivent s'expliquer les phénomènes subjectifs de lumière mentionnés par Fechner, *op. cit.*, t. I, p. 166. Si, après avoir considéré quelque temps un disque blanc sur fond noir, on ferme les yeux, on voit comme un disque noir entouré d'une faible lueur. Si l'on ouvre ensuite les yeux et qu'on les dirige sur un fond blanc, on voit comme une tache grise se dessiner sur ce fond. Cela prouve uniquement que nos organes de sens sont des instruments différentiels.

N'y a-t-il pas cependant des sensations provenant d'une excitation subjective? Sans doute; au besoin, les rêves en fourniraient la preuve. Un fiévreux éprouve des sensations de chaud et de froid; on peut avoir dans la bouche des impressions de goût, et des odeurs dans le nez; l'oreille peut bourdonner, et l'œil être sujet à des éblouissements. C'est que nos organes des sens ont chacun un excitant naturel, l'œil, la lumière, l'oreille, le son, etc. Dans la grande majorité des cas où ils sont tirés de leur état d'équilibre, la cause en est cet agent naturel; de là, l'habitude que nous prenons de rapporter leurs états anormaux à ce même agent naturel.

Ainsi, quand l'œil est pressé, il voit des phosphènes; un coup de poing lui fait voir, comme on dit vulgairement, des chandelles; un courant électrique, la section du nerf optique produisent de vives sensations de lumière. De là provient qu'un aveugle par accident éprouve encore des sensations lumineuses; qu'un sourd par accident éprouve des sensations sonores; c'est parce qu'ils attribuent par habitude à la cause lumière et à la cause son les changements dans l'état nerveux de leurs organes. Peut-on dire d'un aveugle de naissance qu'il a des sensations lumineuses? A cette question nous croyons pouvoir répondre : non. Admettons, pour éviter toute équivoque, que l'œil de cet aveugle soit normal, mais qu'un voile opaque ait jusqu'à présent fermé ses paupières. Sans doute, quand son œil sera irrité par un choc, par une pression, cet œil sera impressionné identiquement comme celui d'un clairvoyant; mais nous doutons, pour notre part, que l'aveugle éprouve une sensation lumineuse, c'est-à-dire une sensation aussi différenciée que l'est pour nous la sensation de lumière de la sensation de pression; nous pensons qu'il éprouvera sous le choc, la pression, etc., une sensation de choc, de pression, différenciée à peu près d'une manière analogue dont l'est une sensation de choc au coude d'une sensation de choc à l'occiput (*) —

(*) Ceci nous rappelle que le célèbre savant et physicien Saunderson qui était aveugle de naissance assimilait dans son imagination la couleur rouge au son de la trompette.

ceci étant dit pour qu'on ne se méprenne pas sur la portée des concessions que nous avons faites plus haut (p. 18).

Reprenons maintenant le fil de nos déductions. Cette excitation subjective c, en tant que s'ajoutant toujours aux excitations extérieures, en modifie les rapports, et de là vient que nous pouvons juger jusqu'à un certain point de l'intensité absolue des causes qui agissent sur nous. Ainsi, comme nous l'avons déjà dit, si je juge de l'éclairement général de la gravure, c'est que les rapports d'éclairement de ses diverses parties, qui sont, par supposition objectivement δ, δ', δ''..., et sont indépendants de la quantité absolue de lumière, sont perçus comme $\delta + c$, $\delta' + c$, $\delta'' + c$..... sous une lumière donnée, comme $a\delta + c$, $a\delta' + c$, $a\delta'' + c$..... sous une lumière a fois plus forte, et comme $\delta + ac$, $\delta' + ac$, $\delta'' + ac$..... sous une lumière a fois plus faible. Cette quantité c est donc une première unité subjective qui nous permet de mesurer l'excitation extérieure.

La quantité c, comme on le voit, est indépendante de l'excitation extérieure, et, comme telle, doit dans les calculs être traitée comme constante. Ce n'est pas qu'elle soit absolument constante, mais ses variations ne dépendent pas de l'extérieur, et sont renfermées entre certaines limites naturelles, qui ne peuvent être franchies sans que notre état normal d'équilibre soit compromis. Cette excitation subjective provient de l'entretien nécessaire à nos organes. Il se fait sans cesse en eux un mouvement d'usure et de réparation, même quand ils ne sont pas excités par l'extérieur, et ce mouvement naturel se ralentit ou s'accélère suivant les circonstances. Nos organes *s'accommodent* au milieu qui les baigne, et tendent à se mettre en équilibre avec l'extérieur. Ainsi la peau se met dans un certain état d'équilibre avec la température ambiante, et dès que cet état d'équilibre est atteint, la chaleur naturelle n'est plus perçue, ni sentie. L'œil se met dans un certain état d'équilibre avec la lumière extérieure; c est plus fort en plein jour que dans l'obscurité (*). C'est ainsi encore que

(*) Comparer à ce sujet les considérations extrêmement intéressantes exposées par Fechner, *op. cit.*, t. I, p. 323 et suivantes. Bien que nous ne soyons

la tension de nos muscles est en rapport avec le poids que nous soulevons, et que notre respiration s'accélère avec la rapidité de notre marche.

Une comparaison nous permettra de faire bien saisir ce que nous entendons par ce certain état d'équilibre ou d'accommodation avec l'extérieur. On sait que plus une balance est sensible, moins est grand le maximum de poids qu'elle peut peser. Une balance qui pèse des fractions de milligramme ne pèsera généralement pas des kilogrammes; et réciproquement celle qui pèse des quintaux ne sera pas sensible pour de certaines fractions de kilogramme. Or nos sens sont des balances qui savent se mettre en état de peser au besoin des quintaux et des milligrammes, qui se modifient de manière à s'accommoder à l'effort qu'elles doivent faire. L'œil, par exemple, s'habitue à l'obscurité relative et devient sensible à de faibles variations de lumière, et de même aussi se met en état de supporter la grande clarté. Mais on ne peut impunément dépasser certaines limites. Il faut que la réparation suffise à la dépense. De là, quand l'excitation s'approche des limites supérieures, un autre sentiment qui nous avertit que nous approchons de ces limites. Il y a donc en nous, outre cette première unité inférieure que nous avons appelée c, une unité supérieure que nous verrons avoir la forme $M' - v - c$, M' étant la quantité de force, puisée dans la masse commune M, et emmagasinée ou

pas d'accord avec lui sur ce qu'il appelle la sensation du noir, et que nous fassions jouer à la quantité c un rôle auquel il n'a pas songé, on y verra que ce rôle varie dans des limites très-étendues, non-seulement d'individu à individu, non-seulement suivant les circonstances où une même personne peut être placée (par exemple, si elle est confinée dans un cachot), mais même qu'il semble varier avec le progrès de la civilisation. Ainsi nous ne pouvons plus concevoir qu'on puisse travailler, lire et écrire, sans une extrême fatigue, à la lumière d'une lampe ou d'une chandelle comme on le faisait naguère encore. C'est encore cette circonstance de la variabilité de c qui fait que nous sommes éblouis quand nous passons brusquement de l'obscurité en plein jour, et que, réciproquement, au premier abord, nous ne voyons rien quand nous passons d'un lieu très-éclairé dans un autre qui l'est beaucoup moins. On pourrait étendre ces considérations à la théorie de la transformation des espèces. Voir plus haut, page 25.

répartie au fur et à mesure de leurs besoins dans chacun de nos organes pour leur permettre de résister à l'excitation extérieure.

Cela posé, il nous est facile de formuler hypothétiquement les deux équations dont nous avons besoin.

Appelons M la masse de force qui appartient à l'individu, et v la quantité indispensable à la vie (*). La quantité $M - v$ représentera la quantité disponible pour le travail que nous désignerons par m. Appelons δ une dépense de force quelconque que nous admettons être proportionnelle au travail effectué ou à l'excitation, c'est-à-dire à la cause physique extérieure qui agit sur nos organes, et soit f le sentiment d'épuisement ou la fatigue correspondant à cette dépense.

C'est un fait d'observation journalière, et qui n'a rien en soi que de très-rationnel, que le sentiment de l'épuisement ou la fatigue est d'autant plus grand que le travail effectué est plus considérable, et d'autant plus grand encore que la quantité de force qui nous reste est plus petite. On peut donc poser hypothétiquement que l'accroissement de fatigue df est proportionnel à l'accroissement de dépense $d\delta$ et inversement proportionnel à la quantité de force disponible $M - v - \delta$ ou $m - \delta$. De là :

$$df = k \frac{d\delta}{M - v - \delta} = k \frac{d\delta}{m - \delta}.$$

En intégrant, il vient :

$$f = k \log \frac{1}{m - \delta} + x.$$

Déterminons la constante x. Supposons que pour $\delta = 0$, on ait $f = 0$, auquel cas f représente l'épuisement non senti résultant du mouvement général et incessant de la vie. On trouve :

$$x = k \log (M - v) = k \log m.$$

(*) Nous venons de voir qu'il y a pour chaque organe de sens une certaine quantité M′ puisée dans la masse commune M, et jouant un rôle analogue. Cette quantité diffère dans l'œil, dans l'ouïe, dans les muscles, etc., et chacun des organes a une capacité différente pour faire écouler la masse M. Les raisonnements qui s'appliquent à M, s'appliquent identiquement à ces quantités M′. On peut en dire autant des quantités v et c.

De sorte que la formule définitive de la sensation d'épuisement, ou de la fatigue, est la suivante :

$$f = k \log \frac{M - v}{M - v - \delta} = k \log \frac{m}{m - \delta} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (A')$$

Pour déterminer la constante k il suffit de poser, par exemple, que pour $\delta = 1$, on a $f = 1$, auquel cas on trouve :

$$k = \frac{1}{\log \frac{m}{m-1}} .$$

La formule de la sensation s'obtient par un procédé analogue. Conservons à δ sa signification; appelons c la quantité de force nécessaire à la sensibilité en général (*); appelons s la sensation, musculaire ou autre, correspondant à la dépense δ produite par l'excitation, il n'y a non plus rien que de très-rationnel à admettre que la sensation est d'autant plus grande que δ est plus grand, et que la quantité $c + \delta$ est plus petite. Ainsi la voix d'un choriste fera sur moi un effet d'autant plus fort que cette voix est plus puissante et que moindre est le nombre des choristes qui chantent en même temps que lui; la lumière d'une bougie est d'autant plus éclatante qu'elle est elle-même plus brillante et que l'obscurité est plus profonde. On peut donc poser hypothétiquement que l'accroissement de sensation ds est proportionnel à l'accroissement d'excitation $d\delta$, et inversement proportionnel à l'excitation $c + \delta$. De là :

$$ds = k' \frac{d\delta}{c + \delta} .$$

En intégrant, il vient :

$$s = k' \log (c + \delta) + x'.$$

Déterminons la constante x'. Supposons que pour $\delta = 0$, on ait $s = 0$, auquel cas s représente l'état non senti résultant du mouvement général et incessant de la vie, on a :

$$x' = k' \log \frac{1}{c} .$$

(*) Chaque organe a une quantité c qui lui est propre.

De sorte que la formule définitive de la sensation est :

$$s = k' \log \frac{c+\delta}{c} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (B')$$

Pour déterminer la constante k', il suffit de poser, par exemple, que pour $\delta = 1$, on a $s = 1$, auquel cas on trouve :

$$k' = \frac{1}{\log \frac{c+1}{c}} .$$

Remarque. Les formules (A') et (B') peuvent revêtir une forme plus simple; il suffit pour cela de choisir dans chaque formule pour unité d'excitation la quantité qui rend $k = 1$. Or m et c sont de même nature que δ; on peut prendre pour unité d'excitation un certain nombre de m, ou un certain nombre de c, ou une certaine combinaison de nombres de m et de c. Si donc, dans la formule A', on prend pour unité d'excitation correspondant à l'unité de fatigue, l'excitation $m \frac{(e-1)}{e}$, elle devient :

$$f = \log \frac{m}{m-\delta} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (A)$$

De même si, dans la formule (B'), on prend pour unité d'excitation correspondant à l'unité de sensation, l'excitation $c(e-1)$, elle devient :

$$s = \log \frac{c+\delta}{c} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (B)$$

Cette simplification n'entraîne aucun inconvénient, et nous ne serons obligé de reprendre les formules (A') et (B') que pour le théorème III, et encore leur ferons-nous subir une modification analogue (*).

(*) Pour les lecteurs qui répugneraient à admettre que pour $\delta = 0$, on a $f = 0$, et $s = 0$, puisqu'il y a un épuisement et un état résultant de la vie, il suffirait de poser que pour $\delta = 0$, on a $f = \varphi$ et $s = \sigma$, ce qui transforme les formules A' et B' en les suivantes :

$$f = k \log \frac{m}{m-\delta} + \varphi, \quad \text{et} \quad s = k' \log \frac{c+\delta}{c} + \sigma.$$

Les quantités φ et σ disparaissent dans les calculs relatifs aux expériences.

Pour passer des formules (A′) et (B′) aux formules (A) et (B), il suffit d'y remplacer $\frac{f}{k}$ et $\frac{s}{k'}$ par f et s, et réciproquement.

Notons une fois pour toutes que nous représentons par e la base des logarithmes népériens qui est égale à 2,718.....

Passons à la discussion de ces deux formules.

Dans la formule (A), δ a pour maximum : $m = M - v$, auquel cas l'épuisement est infini et l'on perd toute sensibilité, car δ ne peut devenir $M - v$ qu'en absorbant c. Dans la formule (B), δ a pour maximum $M - c$, auquel cas la sensation reste finie, mais l'on perd la vie de l'organe, car δ ne peut devenir $M - c$ qu'en absorbant v.

En un mot c et v étant des quantités indispensables pour qu'il y ait sensibilité et vie, δ ne peut dépasser $M - v - c$ ou $m - c$ qu'en désorganisant l'individu par la destruction de v — paralysie, aveuglement, surdité, brûlure, etc. — ou par la destruction de c, c'est-à-dire en le faisant tomber en syncope ou en détruisant la sensibilité de l'organe.

Quand $\delta = M - v - c$, on a par les formules (A′) et (B′) :

$$f = k \log \frac{m}{c}; \quad \text{et} \quad s = k' \log \frac{m}{c}.$$

C'est la limite extrême. Si on la dépasse, l'épuisement l'emporte sur la sensation et tend à devenir infini, pendant que celle-ci reste finie ; la sensation de lumière, de chaleur, de son, de travail musculaire, se transforme en douleur et perd sa qualité. (Voir théorème III.)

La quantité $M - v - c$ est en quelque sorte au service de la volonté, en ce sens qu'on peut, dans une certaine mesure, la dépenser à son choix en travail musculaire ou nerveux, en efforts ou en sensations.

Les formules (A) et (B) ont ceci de particulier que f et s n'y deviennent nuls que pour $\delta = 0$, et que jamais il ne peuvent devenir négatifs.

De la formule (A) on tire :

$$\delta = m\left(\frac{e^f - 1}{e^f}\right) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (C)$$

quantité qui croît avec f jusqu'au maximum $m = M - v$ pour $f = \frac{1}{0}$.

De la formule (B) on tire :

$$\delta = c\,(e^{s} - 1) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad \text{(D)}$$

quantité qui croît aussi avec s, mais qui, à proprement parler, n'a pas de maximum.

Les formules (C) et (D) nous fournissent la valeur de δ en fonction de la fatigue ou de la sensation.

Théorème I. *Pour des accroissements de fatigue égaux, les accroissements de dépense décroissent en progression géométrique. La raison de cette progression est* e^{f}.

Démonstration. Supposons que f croisse depuis f jusque nf et soient δ jusque δ_n les dépenses correspondantes. On a, par la formule (C) :

$$\delta_n = m\,\frac{e^{nf} - 1}{e^{nf}};$$

$$\delta_{n-1} = m\,\frac{e^{(n-1)f} - 1}{e^{(n-1)f}} = m\,\frac{e^{nf} - e^{f}}{e^{nf}};$$

d'où par soustraction :

$$\delta_n - \delta_{n-1} = m\,\frac{e^{f} - 1}{e^{nf}} = \frac{\delta}{e^{(n-1)f}}.$$

Faisant passer n par toutes les valeurs depuis 2 jusque n, il vient :

$$\delta_2 - \delta_1 = \frac{\delta}{e^{f}};$$

$$\delta_3 - \delta_2 = \frac{\delta}{e^{2f}};$$

$$\delta_4 - \delta_3 = \frac{\delta}{e^{3f}};$$

$$. \; . \; . \; . \; . \; .$$

$$\delta_n - \delta_{n-1} = \frac{\delta}{e^{(n-1)f}}.$$

Donc, pour que la fatigue f devienne $2f$, $3f$,... nf, il faut que les accroissements de dépense $\delta_2 - \delta_1$, $\delta_3 - \delta_2$,... $\delta_n - \delta_{n-1}$, décroissent suivant une progression géométrique dont la raison est e^{f}.

C'est ce qui se voit plus clairement encore en divisant ces formules deux à deux l'une par l'autre. On obtient ainsi :

$$e^s = \frac{\delta_2 - \delta_1}{\delta_3 - \delta_2} = \frac{\delta_3 - \delta_2}{\delta_4 - \delta_3} = \ldots = \frac{\delta_{n-1} - \delta_{n-2}}{\delta_n - \delta_{n-1}} \quad . \quad . \quad . \quad \text{(E)}$$

Corollaire. Comme dans la formule

$$\delta_n - \delta_{n-1} = \frac{\delta}{e^{(n-1)s}},$$

le second membre est positif, on a nécessairement : $\delta_n > \delta_{n-1}$.

De plus, dans la formule (E), comme le premier membre est plus grand que l'unité on a :

$$\delta_n - \delta_{n-1} < \delta_{n-1} - \delta_{n-2},$$

c'est-à-dire que δ_{n-1} est plus grand que la moyenne arithmétique entre δ_n et δ_{n-2}.

Théorème II. *Pour des accroissements de sensation égaux, les accroissements d'excitation croissent en progression géométrique. La raison de cette progression est* e^s.

Démonstration. Supposons que s croisse depuis s jusque ns, et soient δ jusque δ_n les excitations correspondantes, on aura par la formule (D) :

$$\delta_n = c\,(e^{ns} - 1);$$

$$\delta_{n-1} = c\,(e^{\overline{n-1}\,s} - 1);$$

d'où par soustraction :

$$\delta_n - \delta_{n-1} = c\,(e^{ns} - e^{\overline{n-1}\,s}) = c\,(e^s - 1)\,e^{(n-1)s} = \delta e^{(n-1)s}.$$

Faisant passer n par toutes les valeurs depuis 2 jusque n, il vient.

$$\delta_2 - \delta_1 = \delta e^s$$

$$\delta_3 - \delta_2 = \delta e^{2s}$$

$$\delta_4 - \delta_3 = \delta e^{3s}$$

$$\ldots\ldots$$

$$\delta_n - \delta_{n-1} = \delta e^{(n-1)s}.$$

Donc, pour que la sensation s devienne $2s$, $3s$... ns, il faut que les accroissements d'excitation $\delta_2-\delta_1, \delta_3-\delta_2, \ldots \delta_n-\delta_{n-1}$ croissent suivant une progression géométrique dont la raison est e^s. En effet, en divisant ces formules deux à deux l'une par l'autre, il vient :

$$e^s=\frac{\delta_3-\delta_2}{\delta_2-\delta_1}=\frac{\delta_4-\delta_3}{\delta_3-\delta_2}=\cdots=\frac{\delta_n-\delta_{n-1}}{\delta_{n-1}-\delta_{n-2}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (F)$$

Corollaire. Dans la formule

$$\delta_n-\delta_{n-1}=\delta e^{(n-1)s},$$

le second membre est nécessairement positif; on a donc :

$$\delta_n>\delta_{n-1}.$$

De plus, comme dans la formule (F), le premier membre est plus grand que l'unité, on a :

$$\delta_n-\delta_{n-1}>\delta_{n-1}-\delta_{n-2},$$

c'est-à-dire que δ_{n-1} est plus petit que la moyenne arithmétique entre δ_n et δ_{n-2}.

Remarquons en passant que les formules (E) et (F) sont réciproques en ce sens que le dénominateur de l'une est le numérateur de l'autre, et inversement; mais que, malgré une notation semblable, les valeurs de δ_n et δ_{n-1} sont différentes et en sens opposés.

En attendant que l'expérience vienne confirmer ces formules, on peut reconnaître, à première vue, que les faits ne sont pas contraires à ces résultats. Pour produire des accroissements égaux de fatigue, ou pour augmenter la fatigue de quantités égales, il faut des accroissements de travail de plus en plus petits. De même, pour que le sensation s'augmente de quantités égales, il faut des accroissements d'excitation de plus en plus grands.

Les résultats que nous venons d'obtenir diffèrent notablement de ceux que fournit la loi de Weber. D'après celle-ci, pour que les sensations croissent en progression arithmétique, il faut que les excitations croissent en progression géométrique. Pour nous, au contraire, pour que les accroissements de sensation soient en

progression arithmétique, il faut que les accroissements d'excitation soient en progression géométrique.

Corollaire. Les formules (E) et (F) nous fournissent immédiatement la mesure de la fatigue et de la sensation, à savoir :

$$f = \log \frac{\delta_n - \delta_{n-1}}{\delta_{n+1} - \delta_n} \quad \text{(G)}$$

$$s = \log \frac{\delta_{n+1} - \delta_n}{\delta_n - \delta_{n-1}} \quad \text{(H)}$$

formules semblables dans leur notation, mais réciproques. Il est à noter seulement que dans toutes deux le numérateur est plus grand que le dénominateur.

Problème. Nous pouvons maintenant chercher à déterminer les quantités m et c, et par suite la quantité $M - v - c$ que nous avons dit être à la disposition volontaire de l'être sensible (*).

Appelons Δf un accroissement de fatigue produit par un accroissement de dépense p, et $2\Delta f$ un accroissement de fatigue double produit par un accroissement de dépense $p + q$; nous savons, par le corollaire du théorème I, que l'on a $p > q$.

Il vient par la formule (A) :

$$f = \log \frac{m}{m - \delta} \quad (1)$$

$$f + \Delta f = \log \frac{m}{m - (\delta + p)} \quad (2)$$

$$f + 2\Delta f = \log \frac{m}{m - (\delta + p + q)} \quad (3)$$

Retranchant (1) de (2); et (2) de (3) et égalant les résultats, il vient :

$$\frac{m - (\delta + p)}{m - \delta} = \frac{m - (\delta + p + q)}{m - (\delta + p)},$$

(*) Le lecteur peut se passer de lire la solution de ce problème qui n'a qu'une portée théorique; car la formule (L) sera remplacée plus tard par une formule L′ qui s'y ramène facilement, mais qui s'applique spécialement au procédé dont nous nous sommes servi.

d'où :

$$m = \mathrm{M} - v = \delta + \frac{p^2}{p-q} \text{. . . . .} \quad \text{(K)}$$

Remarque. La formule (G) nous apprend que $p = \frac{\delta}{e^f}$, et que $q = \frac{p}{e^f} = \frac{\delta}{e^{2f}}$; la formule (K) devient dès lors :

$$m = \delta + \frac{\frac{\delta^2}{e^{2f}}}{\frac{\delta}{e^f} - \frac{\delta}{e^{2f}}} = \delta\,\frac{e^f}{e^f - 1},$$

ce qui découle immédiatement de la formule (C).

Cherchons de la même manière la quantité c.

Appelons Δs un accroissement de sensation produit par un accroissement d'excitation p, et $2\Delta s$ un accroissement de sensation double produit par un accroissement d'excitation $p + q$; nous savons, par le corollaire du théorème II, que l'on a : $q > p$.

Il vient par la formule (B) :

$$s = \log \frac{c + \delta}{c} \text{. . . . .} \quad (1)$$

$$s + \Delta s = \log \frac{c + \delta + q}{c} \text{. . . . .} \quad (2)$$

$$s + 2\Delta s = \log \frac{c + \delta + p + q}{c} \text{. . . . .} \quad (3)$$

Retranchant (1) de (2), et (2) de (3) et égalant les résultats, il vient :

$$\frac{c + \delta}{c + \delta + p} = \frac{c + \delta + p}{c + \delta + p + q},$$

d'où :

$$c = \frac{p^2}{q - p} - \delta \text{. . . . .} \quad \text{(L)}$$

Remarque. La formule (H) nous apprend que $p = \delta e^s$, et que $q = pe^s = \delta e^{2s}$. De là :

$$c = \frac{\delta}{e^s - 1},$$

ce qui découle immédiatement de la formule (D).

Les formules (K) et (L) ne diffèrent que par le signe ; mais il ne faut pas oublier que le signe de la quantité $p - q$ est différent dans l'une et dans l'autre.

THÉORÈME III. *L'action normale de la sensibilité a lieu pour des valeurs de δ comprises entre $\delta = 0$ et $\delta = \mathrm{m} - \mathrm{c}$. L'action la plus vive de la sensibilité a lieu pour des valeurs de δ se rapprochant de la quantité* $\frac{\mathrm{k'm - rkc}}{\mathrm{rk + k'}}$*, ou plus simplement* $\frac{\mathrm{m - c}}{2}$. *En deçà ou au delà de cette valeur, le jugement commence à s'altérer, d'un côté à cause de la faiblesse de plus en plus grande de l'excitation, et de l'autre, à cause de l'accroissement de plus en plus considérable de l'épuisement.*

DÉMONSTRATION. Toute excitation δ produit un double effet ; elle est cause de sensation et cause d'épuisement, de fatigue ou de douleur. L'épuisement diminue la sensibilité, la fatigue diminue la sensation. Si l'on fixe, par exemple, pendant quelque temps du papier blanc, la sensation ne tarde pas à s'émousser, et le blanc finit par paraître gris. Une certaine quantité de fatigue détruit donc une certaine quantité de sensation ; en d'autres termes, la fatigue et la sensation sont des phénomènes de même nature et comparables. Il y a sensation tant que l'épuisement n'a pas détruit la sensibilité, c'est-à-dire tant que la quantité $s - f$ est positive ; et la sensation est à son maximum de pureté lorsque cette même quantité est un maximum. Les formules (A') et (B') donnent :

$$s - f = k' \log \frac{c + \delta}{c} - k \log \frac{m}{m - \delta}.$$

En déterminant le maximum du second membre d'après la méthode ordinaire, c'est-à-dire en égalant la dérivée à 0, il vient :

$$\frac{k'}{c + \delta} - \frac{k}{m - \delta} = 0,$$

équation d'où l'on tire la valeur de δ correspondant au maximum, à savoir :

$$\delta = \frac{k'm - kc}{k + k'} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (a)$$

Remarques. Cette formule n'est vraie que pour le cas spécial où l'unité de δ a été choisie de façon que l'unité de fatigue soit égale à l'unité de sensation, c'est-à-dire, détruise l'unité de sensation. Comme f et s croissent différemment en fonction de δ, on peut admettre en général que f_1 et s_1 qui correspondent à $\delta_1 = 1$ sont dans un certain rapport, et que l'on a par exemple $f_1 = rs_1$, c'est-à-dire que l'unité de fatigue détruit r unités de sensation. Dans ce cas l'équation (a) devient :

$$\delta = \frac{k'm - rkc}{rk + k'}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (b)$$

équation plus générale.

La formule (a) peut se mettre encore sous une forme plus simple et plus élégante. Il suffit pour cela de prendre pour l'unité d'excitation à laquelle correspondent les unités de fatigue et de sensation supposées égales, l'excitation $m - c$. En représentant par f_1 et s_1 les valeurs de f et de s qui correspondent à $\delta = m - c$, on a, par les formules (A') et (B') :

$$f_1 = \log k \frac{m}{c}; \quad f_1 = k' \log \frac{m}{c}.$$

Or, si nous supposons que pour $m - c = 1$, on a $s_1 = 1$, et $f_1 = 1$, on tire des formules précédentes :

$$k = k' = \frac{1}{\log \frac{m}{c}}.$$

La formule (a) prend dès lors la forme :

$$\delta = \frac{m - c}{2} = \frac{1}{2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (c)\,(*)$$

(*) Dans une première rédaction, j'avais tiré ce résultat remarquable $\delta = \frac{m-c}{2}$ de la comparaison directe des formules (A) et (B). Un scrupule m'est venu ensuite sur la rigueur de ma démonstration qui me paraissait laisser à désirer. J'ai eu, à ce sujet, de longues conférences avec mon savant ami F. Folie, à qui aucune des hautes conceptions philosophiques sur les mathématiques n'est étrangère. Je lui dois en grande partie les considérations qui précèdent, où les unités se plient, pour ainsi dire, à la volonté du mathématicien qui désire simplifier ses formules.

C'est ce qui se démontre directement en reprenant la condition :

$$s - f = \max.$$

qui devient :

$$s - f = \frac{1}{\log \frac{m}{c}} \left(\log \frac{c + \delta}{c} - \log \frac{m}{m - \delta} \right) = \frac{1}{\log \frac{m}{c}} \log \frac{(c + \delta)(m - \delta)}{cm} = \max.$$

ou plus simplement :

$$(c + \delta)(m - \delta) = \max.$$

Comme la somme de ces deux facteurs est constante, pour que le produit soit un maximum, il faut qu'ils soient égaux, et de là :

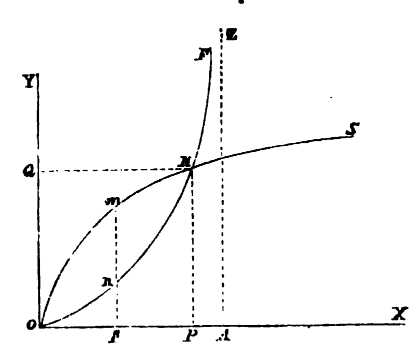
$$c + \delta = m - \delta ;$$

d'où :

$$\delta = \frac{m - c}{2}.$$

En deçà de cette valeur de δ, la sensation, d'abord nulle ainsi que la fatigue, l'emporte de plus en plus sur la fatigue à mesure que δ augmente. Au delà de cette même valeur de δ, la fatigue commence à croître plus rapidement que la sensation, lui devient égale, puis finit par l'emporter sur elle et détruire la source de la sensibilité même.

Les résultats de ce théorème sont éclaircis par la figure suivante :



Soient OX et OY les axes des coordonnées sur lesquels on prend

respectivement les excitations et les fatigues ou sensations correspondantes. Soit $OnMF$ la courbe représentée par l'équation

$$f = k \log \frac{m}{m - \delta},$$

ou la courbe de la fatigue, et $OmMS$ la courbe représentée par l'équation

$$s = k' \log \frac{c + \delta}{c},$$

ou la courbe des sensations. Comme m est plus grand que c, la première de ces courbes reste pendant quelque temps plus rapprochée que la seconde de l'axe des x. De plus, elle tourne sa convexité du côté de cet axe, et la seconde sa concavité, comme on peut s'en convaincre par le signe des dérivées secondes :

$$\frac{d^2 f}{d\delta^2} \quad \text{et} \quad \frac{d^2 s}{d\delta^2}.$$

Enfin, elles donnent toutes deux des valeurs infinies pour f et s, seulement la seconde pour une valeur infinie de δ, et la première pour la valeur finie de $\delta = m = OA$, de sorte qu'elle a pour asymptote la droite AZ. Ces deux courbes se coupent donc en un point M, qui, pour le cas spécial où $m - c$ est pris pour limite d'excitation correspondant à l'unité de fatigue et de sensation, est le sommet du carré OPMQ. En effet, dans ce cas, on a, par hypothèse :

$$OP = m - c = 1, \quad \text{et} \quad MP = f_1 = s_1 = 1.$$

La différence $s - f$ entre les coordonnées de ces deux courbes, d'abord nulle au point O, croît de plus en plus, jusqu'à ce qu'elle atteigne le maximum mn pour

$$\delta = Op = \frac{OP}{2} = \frac{m - c}{2} = \frac{1}{2};$$

puis elle décroît jusqu'à redevenir nulle au point M, pour

$$\delta = OP = m - c = 1,$$

et, enfin, elle se remet à croître rapidement, mais en sens contraire, de manière à devenir infinie pour $\delta = OA = m$.

L'action normale de la sensibilité a pour champ la portion de courbe OM, s'étendant entre l'axe des Y et l'ordonnée MP.

Nous avons terminé la partie purement théorique de notre travail. Nous allons passer à la partie expérimentale.

Cette partie expérimentale ne portera que sur le *sens de la vue* et sur la *fatigue*. Si nos formules ne sont pas en contradiction avec l'expérience, si, au contraire, elles expliquent des faits délicats constatés par l'observation, nous pourrons provisoirement leur donner une portée générale que l'expérience, appliquée à d'autres sens, devra confirmer.

Or, pour des valeurs moyennes de δ, la formule de la sensation coïncide sensiblement, comme on le verra, avec celle de Weber. Toutes les expériences de Weber et de Fechner lui sont donc acquises dans ces limites.

En dessous de ces valeurs moyennes, c'est la quantité c, déjà entrevue pour l'œil par Fechner et Helmholtz, qui joue un rôle considérable. Au-dessus de ces mêmes valeurs, c'est au tour de la quantité f de se mettre en avant et de dominer la scène.

La quantité c, nous en avons vu la signification; elle sert à représenter l'état de l'organe résultant de la vie.

Ainsi, pour l'œil, ce serait ce que l'on peut appeler par métaphore sa lumière propre. Car l'appareil visuel est excité physiquement et d'une manière permanente par les mouvements vitaux de l'être sensible à qui il appartient. L'excitation extérieure, pour produire une sensation distincte, doit se projeter d'une manière nette et marquée sur ce fond d'excitation naturel, et elle doit être d'autant plus vive pour un même effet que c est plus grand.

Quant à la quantité f, il est singulier qu'on n'y ait pas songé plus tôt.

Nous disposons, comme nous l'avons dit, d'une certaine quantité de force, laquelle a la faculté de se transporter d'un point à

un autre, de se transformer en effets de nature diverse. Cette force, épuisée, se renouvelle par le phénomène physiologique de la réparation; de sorte qu'à un moment donné, lorsque la masse M est diminuée d'une quantité δ, il peut se faire que la force restante soit plus grande que $M - \delta$, parce que la réparation est venue ajouter une nouvelle masse de force qui peut même être supérieure à δ. Cependant, nous pouvons faire abstraction de ce phénomène, c'est-à-dire ne pas en tenir compte quand on expérimente sur l'être vivant pendant un temps suffisamment court et convenablement choisi, par exemple, pendant l'état de veille bien caractérisé, et en dehors des moments où agissent la faim et les autres besoins, ainsi que ceux où se font d'une manière active la digestion et les autres opérations de la réparation. Dans cette circonscription de temps, on peut considérer la masse M comme sensiblement constante, c'est-à-dire, comme figurant avec la même valeur dans les quantités

$$M - \delta, \quad M - \delta - \delta', \quad M - \delta - \delta' - \delta'', \text{ etc.},$$

δ, δ', δ'', etc., étant des quantités successivement soustraites à la masse totale.

Mais, avons-nous dit, cette force a la faculté de se transporter d'un point à un autre de l'organisme, et de se mettre aux services d'organes différents. C'est ainsi que je puis la dépenser en effets musculaires, soit en me transportant d'un point à un autre, soit en soulevant des poids, ou en sensations visuelles, auditives, etc., ou en pensée. Tout le monde peut remarquer que, pendant un effort musculaire violent, marche rapide, saut, danse, exercices gymnastiques, la sensibilité auditive, visuelle, olfactive, tactile, de même que la pensée, l'attention, est émoussée et inerte. On remarque aussi que l'audition d'un long opéra fatigue, et que la fatigue est d'autant plus intense que la musique est plus bruyante. Les travaux microscopiques prolongés épuisent ceux qui s'y livrent, et l'attention vive et soutenue est une cause notable d'énervation.

Pendant un voyage en Suisse que nous faisions, sac au dos, avec quelques compagnons, il nous arriva un jour d'aller de Mey-

ringen au Faulhorn. Cette course était déjà longue et pénible par elle-même, mais l'étape devenait plus longue encore, parce que nous nous écartions à chaque instant de notre chemin, soit pour cueillir une plante, soit pour attraper un insecte, soit pour admirer un beau site. Arrivés bien tard près du Bachalpsée, nous étions exténués, et nous avions encore devant nous une lieue d'une montée laborieuse. L'un de nous, le moins fatigué de la troupe, se mit à faire résonner les échos d'alentour. Rien ne peut rendre l'impression désagréable que ces cris nous causaient; c'était pour nous une nouvelle source de fatigue. Nous lui demandâmes instamment de se taire. Lui, mis en gaieté par notre mauvaise humeur, inventa un nouveau genre de supplice; ce fut de chanter en criant et en détonnant le plus possible. Notre torture fut portée à son comble, et ce fut avec de véritables supplications que nous réclamâmes alors de lui le silence.

C'est que, au point où nous en étions, nous n'avions plus de force de reste pour entendre. La force que l'audition nous enlevait, on aurait pu l'évaluer en mètres de hauteur. Cela produisait sur nous le même effet que si l'on eût élevé encore le Faulhorn sur sa base, où qu'on nous eût fait redescendre une partie du chemin déjà parcouru.

C'est de là que vient la difficulté de bien voir et de bien entendre tout à la fois. L'œil intéressé empêche l'oreille d'entendre; et de même l'oreille distrait le sens du goût ou de l'odorat. En général, on ne peut faire bien qu'une chose à la fois.

Cela étant établi, on voit le rôle que vient jouer la force M dans la sensation. Si c'est, par exemple, notre œil qui travaille, cette force se transporte, pour ainsi dire, dans cet organe, et s'écoule par lui, remplaçant à chaque instant la force dépensée par une force nouvelle, et maintenant ainsi l'organe en état de fonctionner. Il en est de même si c'est l'oreille ou le sens musculaire, ou tout autre appareil qui fonctionne. On a donc affaire ici, non à une réparation *générale,* mais à une réparation *locale.* Or, tant que la dépense est modérée, et pour un temps suffisamment limité, toutes les circonstances étant d'ailleurs favorables, on peut admettre que la force de l'organe reste sensiblement la même, et

négliger la formule (B). Mais du moment que la dépense est plus considérable, il n'en est plus de même. On sait que l'organe, après un long repos, est bien plus sensible même à de petites excitations que lorsqu'il est déjà fatigué, et cette fatigue se produit même très-vite (par exemple, pour l'œil habitué à l'obscurité), et, au bout de peu de temps, la force revient d'une manière sensiblement constante au fur et à mesure qu'on la dépense. Et réciproquement, si la dépense est très-grande, si la lumière est éblouissante, la force ne revient pas assez vite, et la lumière vient frapper un œil en quelque sorte paralysé : elle a beau croître, l'effet, lui, ne croît plus, parce que, si l'on gagne du côté de l'excitation, on perd du coté de l'aptitude à la recevoir.

De plus, nous l'avons montré déjà, l'excitation peut aller jusqu'à détruire l'organe, à la façon d'une charge trop forte qui fait éclater un fusil. La force totale M est comme contenue dans un vaste réservoir, qui s'alimente d'une manière intermittente, et s'écoule incessamment par des ouvertures déterminées, dans un certain nombre de vases plus petits qui déversent leur trop plein au dehors. Ces ouvertures ne sont pas d'un diamètre constant; suivant les cas, elles s'agrandissent et se rétrécissent de manière que l'écoulement de la masse M se fait davantage tantôt par un point, tantôt par un autre. Mais on ne peut à cet égard dépasser une certaine limite. Il ne nous est pas loisible de diriger l'écoulement total vers chacun de ces vases indifféremment; les uns peuvent résister, les autres se brisent.

Nous partirons de ces principes pour expérimenter la formule de la sensation. Une série notable de nos expériences seront instituées pour des excitations moyennes qui sont censées laisser l'œil à peu près dans son état normal. Cependant, même alors, l'influence de la cause perturbatrice se fera sentir, et on l'élimine plus facilement par la pensée qu'en fait.

PARTIE EXPÉRIMENTALE.

—

EXPÉRIENCES RELATIVES A LA SENSATION (*).

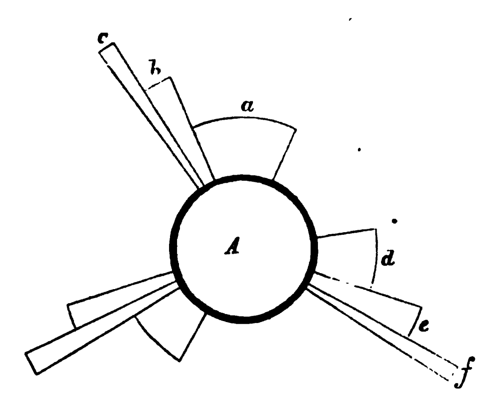
La méthode que nous avons employée nous a été suggérée par M. Plateau, le savant professeur de l'université de Gand.

Je lui parlais des travaux de Weber et de Fechner qui lui étaient restés inconnus, et je lui communiquais les doutes théoriques que j'avais concernant l'exactitude rigoureuse de leur formule, et l'intention où j'étais de refaire leurs expériences. Il m'apprit alors qu'il avait eu autrefois l'idée de mesurer les sensations lumineuses. C'était lorsqu'il s'occupait de ces admirables travaux sur les phénomènes subjectifs de la vision, travaux qui ont donné à son nom une célébrité européenne. Pour cela, ayant pris deux cartons, l'un

(*) Toutes ces expériences ont été faites à Gand dans le courant des années 1865 et 1866. A la fin de 1866, je fus appelé à l'université de Liége pour y occuper une chaire de philologie. Je dus ainsi dans les premiers temps abandonner complétement ce travail qui aurait pu, sans cette circonstance, voir le jour en 1867 ou 1868. J'aurais voulu compléter ou refaire certaines expériences que je signale, mais je me suis aperçu que mes anciens appareils, jaunis par le temps, ou de nouveaux appareils faits avec d'autre papier et découpés avec des différences inévitables ne me fournissaient plus des résultats comparables. C'est pourquoi je me suis, dans mon mémoire, borné aux expériences anciennes. J'ai repris depuis la question sous une autre face, et j'ai remarqué, entre autres, qu'il fallait tenir compte de l'effet dit de contraste, et que l'éclat d'un anneau augmente ou diminue suivant l'éclat du fond sur lequel il se détache. Cette remarque doit s'ajouter à celles qui sont consignées dans le présent travail, et peut servir à expliquer différentes anomalies.

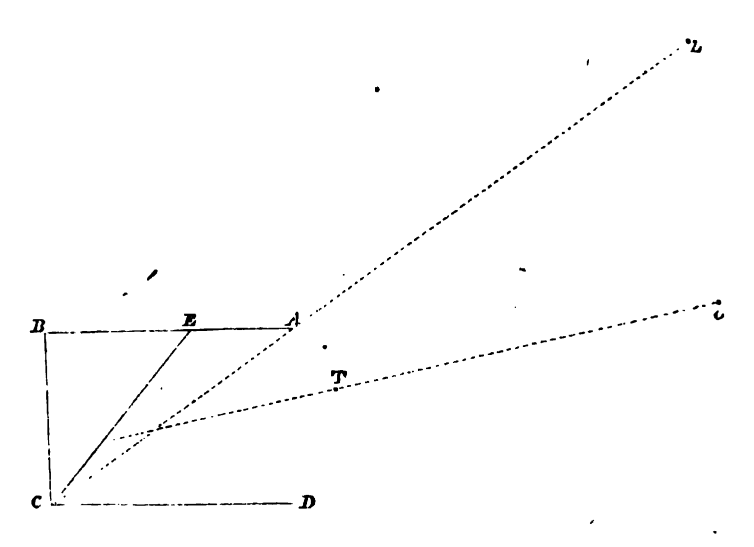
blanc, l'autre aussi noir que possible, il avait prié séparément plusieurs personnes compétentes d'en teinter un troisième de manière que la teinte en fût sensiblement intermédiaire entre celles des deux premiers. Ces teintes produites, il avait constaté qu'elles différaient fort peu entre elles. Ayant ensuite mesuré photométriquement celle qui paraissait moyenne entre toutes, il avait trouvé qu'elle émettait environ $^1/_8$ de la teinte blanche. Il en avait conclu provisoirement que la sensation pourrait bien être proportionnelle à la racine cubique de l'éclairement. Distrait par d'autres travaux, M. Plateau avait malheureusement abandonné ces expériences.

C'était là un procédé extrêmement heureux, comme on le verra par la suite, pour mesurer les sensations lumineuses. M. Plateau me conseilla également d'appliquer le principe connu des secteurs tournants à la détermination de la gradation des teintes. Seulement, comme il fallait étudier les rapports sentis d'un nombre considérable de teintes, j'ai imaginé de remplacer les cartons à teintes fixes par des cartons à teintes variables, c'est-à-dire dont on pouvait varier les teintes à volonté. L'appareil dont je me suis servi est très-simple. Il se compose essentiellement d'un cercle A, de cinq centimètres de rayon, en carton blanc, et pouvant au besoin se recouvrir d'un cercle de même étendue en velours noir. Derrière ce cercle il en est un autre d'égale dimension. Tous deux sont collés sur les deux faces d'un autre cercle ayant le même rayon, mais découpé en forme d'étoile. Par cette disposition, ces cercles réunis présentent sur leur tranche un certain nombre d'ouvertures dans lesquelles on peut introduire des portions de secteurs circulaires tels que *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*. Ces sec-



teurs appartiennent à trois cercles de rayons différents, croissant de 25 en 25 millimètres. Ces secteurs portent leur évaluation en degrés, et il en faut une série suffisante pour produire tous les arcs entre 1 et 360 degrés. On a soin que tout l'appareil soit d'une teinte blanche bien pure et bien uniforme. Nous nous sommes servi pour toutes nos expériences de carton bristol de première qualité recouvert de papier vélin.

Il est peut-être utile de dire que nous avions commencé, à l'exemple de M. Plateau, par vouloir obtenir des teintes intermédiaires entre le noir considéré comme absolu, c'est-à-dire d'un éclat = 0, et des teintes blanches quelconques. Mais nous dûmes, après bien des tâtonnements infructueux, abandonner ces expériences qui étaient d'une délicatesse excessive — ainsi qu'on pourra bientôt en juger — à cause de la présence de la quantité c, et des modifications considérables que subit le jugement à ces limites extrêmes, à la suite d'un faible changement de lumière.



Cet appareil était disposé de manière à se projeter sur un fond complétement noir. Voici au moyen de quelle disposition nous obtenions ce noir presque absolu. ABCD représente une caisse

d'environ 50 centimètres de côté, la dimension dans le sens de AB étant un peu plus grande (environ 65 centimètres). Cette caisse avait été entièrement teinte en noir mat. Au fond de la caisse, nous disposions obliquement dans la direction CE une planche recouverte de velours noir, et nous placions la caisse par rapport au jour naturel ou au jour artificiel d'un quinquet ou d'une bougie L, de manière que la lumière ne tombât pas directement sur le velours, ainsi que le montre la figure. On obtient de cette manière un fond presque absolument noir. L'appareil se plaçait en T et l'observateur en O.

De plus, lorsque l'on opérait le soir, pour éviter que les résultats ne fussent troublés par la lumière réfléchie des murs et des objets de l'appartement, la bougie était entourée, dans la plus grande partie de son pourtour, d'un cylindre fendu en carton parfaitement noirci ou blanchi à l'intérieur. De cette façon la lumière reçue par l'appareil provenait de la bougie seule dans l'un comme dans l'autre cas.

Or, si l'on fait tourner rapidement au moyen d'un mécanisme ordinaire le carton disposé comme dans la première figure, on obtient autour du cercle A qui est blanc ou noir trois anneaux d'éclat différent. La quantité de lumière qu'ils émettent est proportionnelle à la somme des degrés des secteurs respectifs qui les forment.

Première série d'expériences, ayant pour but de vérifier la formule : $s = \log \frac{c + \delta}{c}$.

On faisait varier l'éclat de l'anneau intérieur de manière que l'éclat de l'anneau moyen parût exactement intermédiaire entre ceux des anneaux intérieur et extérieur.

Le commentaire dont nous accompagnons ce tableau, le plus décisif que nous ayons à présenter, sera complet, et nous pourrons, dès lors, être plus bref dans les observations que nous aurons à faire à propos des autres.

PREMIER TABLEAU.

OBSERVATEUR *A*. — *Pendant des jours gris.*

N. B. L'éclat des anneaux est exprimé en degrés.

Numéro d'ordre.	ANNEAU EXTÉRIEUR.	ANNEAU MOYEN.	ANNEAU INTÉRIEUR, nombres théoriques calculés pour $c=0,5$;	$c=0,12$.	NOMBRES obtenus expérimentalement pour L'ANNEAU INTÉRIEUR.					MIN.	MAX.	MOYENNE entre le minimum et le maximum.	MOYENNE générale.
1	9	47	237	242.2	287	247	272	205	177	177	287	232	237.6
2	13	27	55.5	55.9	53	54	54	56	55	53	56	55.5	54.4
3	13	36	98.3	99.3	102	98	93	112	89	89	112	105	98.8
4	13	41	127	128.7	105	141	151	126	123	105	151	128	129.2
5	13	56	236	239.9	316	238	241	222	222	222	316	274	247.8
6	21	60	169.7	171	169	181	153	168	176	153	181	167	163.4
7	21	64	193	202	196	200	213	184	207	184	213	198.5	200
8	22	36	58 7	58.9	59	60	55	55	59	55	60	57.5	57.6
9	22	51	117.4	117.8	134	114	96	128	127	96	134	115	119.8
10	22	58	151.6	152.5	156	150	144	158	158	144	158	151	152.2
11	22	66	196	197.5	224	233	166	179	172	160	233	199.5	194.8
12	43	64	97.4	98.1	98	104	100	91	94	91	104	97.5	97.4
13	43	72	119.5	120.05	147	125	144	118	116	116	147	131.5	130
14	43	87	175.5	178.2	177	195	142	170	200	142	200	171	176.8

Les chiffres que nous présentons n'ont pas été obtenus dans l'intention de fonder notre formule, mais de vérifier celle de Fechner. Quand nous fûmes plus tard arrivé à la conviction que celle-ci était inexacte à la suite de l'expérience des trois anneaux dont nous avons parlé plus haut, nous nous sommes alors servi des mêmes chiffres pour vérifier la nôtre. Ainsi ce tableau et ceux qui vont suivre sont, pour ainsi dire, détournés de leur destination primitive, et c'est pourquoi les résultats qui y sont consignés ont une véritable valeur. Ils ont été recueillis un peu au hasard, au milieu de circonstances bien diverses et de causes perturbatrices dont on doit tenir compte d'après la formule nouvelle, tandis qu'on peut les négliger suivant Fechner; et, cependant, en

coordonnant ces résultats, on arrive à une confirmation de cette formule presque équivalente, dans certaines limites, à une démonstration.

Disons maintenant un mot des procédés que nous avons suivis.

Tout d'abord nous devons dire qu'avant d'acquérir ces résultats, nous avons procédé à un très-grand nombre d'expériences dont il était impossible de rien conclure. Ainsi, comme nous l'avons déjà dit, nous avons d'abord voulu obtenir des teintes intermédiaires entre le noir et le blanc, tentatives qui ne pouvaient aboutir que difficilement. Puis, partant d'une fausse idée reposant sur les formules et les données de Fechner, nous avons opéré à toutes sortes de lumières, et voulu prendre des moyennes entre des résultats disparates. Nous avons donc dû dans la suite écarter toutes les expériences qui n'avaient pas été faites dans des conditions à peu près semblables. Puis encore nous avions voulu prendre des moyennes entre des nombres donnés par des individus différents; ensuite entre les nombres fournis par le même individu, mais dans des expériences continues et par suite fatigantes : nous verrons que l'on n'obtient pas de cette façon des résultats comparables. Enfin, de nombreuses séries d'essais commencés n'ont pu aboutir à cause de circonstances fortuites. Tantôt un accident arrivait à l'appareil : par suite de la force centrifuge les arcs en carton s'échappaient des loges où ils étaient enchâssés; tantôt encore la clarté du ciel changeait brusquement, soit par l'apparition du soleil, soit par l'interposition d'un nuage, soit parce que les heures s'écoulaient; parfois enfin le temps de l'observateur étant limité, il fallait suspendre la séance avant que l'on eût obtenu une série complète. Bref, pour un nombre utilisé, il en est trois ou quatre qu'il a fallu rejeter.

Dans le principe aussi, nous donnions aux arcs formant les deux anneaux extérieurs, des valeurs quelconques, croyant que les séries que nous obtiendrions coïncideraient parfaitement. Nous n'avons pas tardé à nous apercevoir que des milliers d'expériences ne suffiraient pas pour constituer expérimentalement une série continue. Nous nous sommes alors arrêté aux anneaux dont les nombres sont inscrits dans les deux premières colonnes. Ces

nombres ont été choisis, parce que, dans la pratique, nous les produisions facilement au moyen de nos cartons. De plus ils présentent une grande variété de rapports, et amènent théoriquement et expérimentalement des nombres qui confirment la loi sous la plupart de ses aspects.

Ceci dit, voici quelle était la physionomie des expériences.

L'appareil étant disposé, comme nous l'avons dit, et mis en mouvement, l'observateur jugeait si l'éclat de l'anneau moyen était intermédiaire entre ceux des anneaux extérieur et intérieur, ou s'il était trop faible ou trop fort. Généralement ce jugement instantané s'impose en ce moment avec force à l'observateur, c'est-à-dire que celui-ci n'hésite pas dans son affirmation, et que la réflexion modifie rarement son jugement. Seulement, s'il contemple trop longtemps l'appareil, ou s'il se fatigue, la teinte la plus claire perd son éclat et a besoin d'être renforcée. Ceci est conforme à la théorie, et aussi à l'expérience, comme nous le verrons plus tard. L'observateur avait-il jugé l'éclat trop fort ou trop faible, nous renforcions ou diminuions celui de la zone intérieure pour rétablir l'équilibre. Si nous avions mis l'anneau intérieur à peu près au degré indiqué par la théorie, nous aurions presque toujours obtenu une réponse affirmative, et il nous eût été facile de présenter des nombres très-exacts, mais peu concluants. Nous nous attachions donc à commencer alternativement par des nombres beaucoup au-dessous ou beaucoup au-dessus, et à augmenter ou diminuer graduellement et lentement jusqu'à ce que l'observateur se montrât satisfait. De là, le temps considérable que prenait chaque expérience. Il fallait mettre l'appareil en mouvement, et inviter ensuite l'observateur à regarder. Celui-ci, n'étant pas satisfait, et ayant répondu soit *trop fort!* soit *trop faible!*, on arrêtait l'appareil, on modifiait l'anneau en conséquence, et l'on recommençait. On comprend qu'il arrivait parfois qu'un quart d'heure s'écoulât avant d'obtenir la réponse désirée.

Quelquefois après deux ou trois tâtonnements, l'observateur se déclarait satisfait. Mais il n'en était pas toujours ainsi. Il arrivait aussi que telle teinte, trouvée d'abord trop forte, était jugée, un instant après, trop faible. Cela provenait évidemment de la distrac-

tion ou de la fatigue, et les chiffres fournis devaient alors être considérés comme infidèles. Si l'on eût suspendu l'expérience pour la reprendre ensuite avec le même observateur, était-on sûr d'avoir, dans cette seconde épreuve, la même lumière, la même disposition? Avait-on la certitude que les mêmes inconvénients ne se reproduiraient pas? D'ailleurs il y a aussi des limites à la complaisance, même quand un intérêt scientifique est en jeu. C'est par là que nous avons été contraint de faire figurer dans nos tableaux des nombres obtenus dans des circonstances défavorables.

Mentionnons une circonstance propre à troubler la précision de nos expériences. Celles-ci prennent en elles-mêmes un temps assez long, quelquefois plusieurs heures, et en ce long laps de temps toutes les conditions de lumière ont changé. Le soleil a baissé; il a tourné et la lumière réfléchie a varié de position et de qualité; ou bien le temps s'éclaircit ou s'assombrit, et la fin de l'opération n'a pas lieu dans les mêmes conditions que le commencement.

Voilà pourquoi nous disions tantôt que ce premier tableau est le plus décisif que nous ayons à présenter. En effet, sauf des variations inévitables, ces cinq séries de quatorze expériences faites avec le même observateur, dans des conditions de lumière à peu près identiques, ont marché d'une façon sensiblement régulière, c'est-à-dire que l'observateur n'a pas accusé de fatigue et n'a pas émis de jugements contradictoires.

Nous avons expliqué le sens de la seconde et de la troisième colonne verticale. Les quatrième et cinquième colonnes donnent les valeurs de l'anneau intérieur, calculées pour $c = {}^1/_2$, valeur moyenne maximum déterminée expérimentalement, et $c = 0,12$, moyenne des valeurs minimum. Ces valeurs de c sont exprimées en fractions de degrés. Nous dirons plus loin quelles sont les expériences que nous avons faites pour déterminer cette valeur de c, que, d'abord, nous croyions être une constante, et que nous avons tout lieu de croire être une variable. Voici la formule qui nous a fourni les valeurs théoriques de δ''.

Si, comme dans tout le cours de ce travail, nous appelons δ

l'éclat exprimé en degrés de l'anneau extérieur, le plus sombre, δ' celui de l'anneau moyen, et δ'' celui de l'anneau intérieur, on trouve par la formule (B) :

$$s = \log \frac{c+\delta}{c}; \quad s' = \log \frac{c+\delta'}{c}; \quad s'' = \log \frac{c+\delta''}{c}.$$

Comme la sensation s' est par supposition intermédiaire entre les sensations s et s'', on a :

$$s' - s = s'' - s';$$

Soit :

$$\frac{c+\delta'}{c+\delta} = \frac{c+\delta''}{c+\delta'}.$$

De là :

$$c = \frac{\delta'^2 - \delta\delta''}{\delta + \delta'' - 2\delta'} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (L')$$

Nous avions déjà obtenu en (L) une formule analogue. La notation seule en est un peu différente, et la rend plus générale.

De la formule (L') on tire :

$$\delta'' = \frac{\delta'^2 - c\delta + 2c\delta'}{c+\delta} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (a)$$

Si l'on retranche de la même quantité $\frac{\delta'^2}{\delta}$ les deux membres de la formule (a), il vient encore :

$$\frac{\delta'^2}{\delta} - \delta'' = \frac{c\,(\delta' - \delta)^2}{\delta\,(\delta + c)} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (a')$$

formule qui, dans certains cas, permet aussi de calculer δ'' d'une façon plus simple.

Quand $c = {}^1/_2$, la formule (a) devient :

$$\delta'' = \frac{2\delta'(\delta' + 1) - \delta}{2\delta + 1} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (b)$$

Ce sont les deux formules (a) et (b) qui nous ont fourni respectivement les valeurs inscrites dans la cinquième et la quatrième colonne.

Les cinq colonnes suivantes contiennent les nombres obtenus

expérimentalement; la dernière colonne, le nombre moyen. Les trois colonnes qui précèdent celles-ci nous donnent les extrêmes et leurs moyennes. Les chiffres de la dernière colonne coïncident d'une façon remarquable avec les chiffres théoriques. Six d'entre eux sont même compris entre les deux nombres théoriques. Il y a deux exceptions notables à cette règle; ce sont la 5e et la 13e moyenne, le chiffre 247,8 au lieu de 236 à 239,9; et le chiffre 150 au lieu de 119,5 à 120,05.

Discutons la première exception.

L'avant-dernière colonne nous donne pour chiffre moyen entre le maximum et le minimum le nombre 274, qui s'écarte plus notablement encore du chiffre théorique. Ceci nous prouve que ce maximum 316 est dû à une circonstance exceptionnelle, soit fatigue, soit distraction, soit jugement précipité. Suivant les règles ordinaires, ce nombre doit être mis en dehors des calculs. Si nous l'écartons, nous trouvons pour moyenne le nombre 230,75, et pour moyenne entre le minimum 222 et le maximum 241, le nombre 232,5. Ces deux moyennes se rapprochent sensiblement de la moyenne théorique, surtout si l'on observe que nous avons écarté un nombre maximum. Car, si nous retranchons encore un nombre minimum, et si nous ne tenons compte que des trois expériences 241, 238, et 222, on obtient pour moyenne le nombre 233,7, qui se rapproche encore davantage de la moyenne théorique.

On voit par cet exemple à quoi sert l'avant-dernière colonne, la colonne des moyennes entre le maximum et le minimum. Elle nous permet de vérifier si l'une de nos expériences n'est pas à rejeter comme suspecte. Car, sitôt qu'un nombre s'écarte isolément et de beaucoup de cette moyenne, on doit attribuer ce résultat exceptionnel à des influences perturbatrices inconnues.

Ce n'est pas le cas pour l'expérience 13. La moyenne 131,5 ne s'écarte pas beaucoup de la moyenne 130. De plus, le maximum 147 est fortifié par le second maximum 144. Il est vrai que, si l'on retranchait ce maximum 147, on arriverait tout de suite au nombre 125,7, comme moyenne. Mais ici nous ne sommes pas en droit de le faire. Nous ferons remarquer cependant que des cinq nombres amenés trois se rapprochent beaucoup de la moyenne

théorique, l'un étant un peu au-dessus, et deux un peu au-dessous, et que leur moyenne est 119,7. Nous pouvons donc en conclure que ce résultat ne compromet pas non plus le principe.

Nous ferons une dernière remarque, et cela à propos de la première ligne horizontale. Si l'on en excepte la cinquième ligne horizontale d'où nous avions éliminé le maximum 316 remplacé par le maximum 241, cette première ligne est la seule qui présente un aussi grand écart entre le maximum et le minimum. Cela s'explique sans peine. C'est la première expérience de la série; l'œil en commençant est influencé par l'exercice auquel il a été soumis auparavant; le jugement n'est pas non plus si attentif, il est superficiel, si nous pouvons nous servir de cette expression. Nous verrons dans les expériences qui suivront cette même particularité du premier jugement s'accentuer presque partout.

DEUXIÈME TABLEAU.

OBSERVATEUR *B.* — *Pendant un jour gris.*

Numéro d'ordre.	ANNEAU extérieur.	ANNEAU moyen.	ANNEAU INTÉRIEUR, nombres théoriques : $c=0.5$	$c=0.12$	NOMBRES obtenus expérimentalement pour L'ANNEAU INTÉRIEUR.			MOYENNE entre le minim. et le maxim.	MOYENNE générale.
1	9	47	237	242.2	227	175	317	246	239.7
2	13	27	55 5	55.9	54	52	55	53.5	53.7
3	13	36	98.3	99.3	93	97	108	100.5	97.3
4	13	41	127	128.7	143	118	139	130.5	133.3
5	13	56.	236	239.9	275	237	212	233.5	238
6	21	60	169.7	171	185	158	211	184.5	184.7
7	21	64	193	202	207	207	208	207.5	207.3
8	22	36	58.7	58.9	55	55	74	64.5	61.3
9	22	51	117.4	117.8	100	126	123	113	116.3
10	22	58	151.6	152.5	133	166	178	155.5	159
11	22	66	196	197.5	156	180	186	171	174
12	43	64	97.4	98.1	88	93	97	92.5	92.7
13	43	72	119.5	120.05	136	116	130	126	127.3
14	43	87	175.5	178.2	142	215	212	178.5	189.7

Si nous portons un jugement définitif sur les résultats fournis par ce tableau, nous les trouverons d'abord en eux-mêmes suffisamment conformes à la théorie, surtout si l'on a égard aux difficultés et aux incertitudes de ces sortes de jugement; et d'autant plus concluants qu'en aucun cas les nombres fournis ne se trouvent du même côté de la moyenne, mais tantôt en deçà, tantôt au delà.

L'observateur A est une jeune dame, l'observateur B une dame âgée et qui a cultivé la peinture. Nous n'avons que trois séries d'expériences comparables. Il y a peu d'écart entre les deux espèces de moyennes, surtout si l'on réfléchit que l'on n'a que trois séries; ces moyennes elles-mêmes ne s'écartent pas non plus beaucoup des moyennes théoriques, et d'ailleurs sont tantôt au-dessous, tantôt au-dessus de ces moyennes, sans que l'on puisse découvrir la loi de ces oscillations. Quatre fois seulement les nombres de l'expérience sont tous les trois du même côté des nombres théoriques; ce sont les lignes horizontales 2, 7, 11 et 12. Mais, comme les différences sont peu notables, surtout pour les lignes 2 et 12, et que pour les lignes 7 et 11 la différence est une fois en plus et une fois en moins, on ne peut rien conclure de ce fait.

Faisons remarquer en passant une des nombreuses singularités de ces sortes d'expériences, et propre à faire voir combien il est difficile d'apprécier les causes perturbatrices momentanées. Elle nous est fournie par la comparaison des horizontales 6 et 7 dans la troisième série des nombres. Nous y trouvons les deux nombres 211 et 208 obtenus successivement lorsqu'on aurait dû évidemment obtenir, soit, pour commencer, un chiffre plus petit que 208, soit, au lieu de 208, un chiffre plus haut que 211, puisque l'anneau extérieur reste de 21 degrés, et que l'anneau intermédiaire croît de 60 à 64 degrés. C'est que, dans l'intervalle, la disposition, la sensibilité du sujet avait varié.

Enfin, cette même troisième série donne en gros des nombres plus élevés que les deux autres. Elle a été obtenue entre deux des séries du tableau suivant sur lesquelles nous allons appeler aussi l'attention relativement à ce point.

TROISIÈME TABLEAU.

OBSERVATEUR *A*. — *Le soir, la bougie étant entourée d'un réflecteur en papier blanc.*

Numéro d'ordre.	ANNEAU EXTÉRIEUR.	ANNEAU NOTÉ.	ANNEAU INTÉRIEUR, nombres théoriques : c=0.5	c=0.12	NOMBRES obten. expérimentalement pour L'ANNEAU INTÉRIEUR.					Autres NOMBRES pour le même ANNEAU.		MOYENNE générale	MOYENNE des cinq premières séries entre minim. et maxim.	générale
1	9	47	237	242.2	208	243	244	265	257	287	317	260.1	236.5	243.5
2	13	27	55.5	55.9	48	55	60	59	54	62	57	56.4	54	55.3
3	13	36	98.3	99.3	96	95	93	97	93	112	105	98.7	95	94.8
4	13	41	127	128.7	135	123	113	125	121	139	154	130	124	123.5
5	13	56	236	239.9	240	240	203	256	240	312	297	255	229.5	245.4
6	21	60	169.7	171	150	157	147	173	158	181	185	164.4	160	157
7	21	64	193	202	160	192	147	196	184	211	207	189.3	171.5	175.7
8	22	36	58.7	58.9	54	57	55	59	59	62	68	58.1	56.5	56.8
9	22	51	117.4	117.8	111	111	89	118	108	127	125	112.6	163.5	107.4
10	22	58	151.6	152.5	126	133	126	174	137	178	186	151.4	150	139.2
11	22	66	196	197.5	189	194	164	179	190	194	211	188	179	182.2
12	43	66	97.4	98.1	91	87	91	99	102	98	100	97.4	94.5	94
13	43	72	119.5	120.05	118	119	111	125	126	145	136	125.3	118.5	119.8
14	43	87	175.5	178.2	159	162	162	192	169	189	192	175	175.5	168.8

Ce tableau fournit des chiffres fort disparates. Il se compose de sept séries d'expériences, et tout d'abord une différence notable saute aux yeux entre les cinq premières et les deux dernières. Celles-ci ont amené des nombres partout supérieurs à ceux des cinq premières, non pas supérieurs relativement, mais absolument, sauf un léger écart dans les 12ᵉ et 14ᵉ lignes horizontales. Ces deux dernières séries ont été obtenues le même soir que la dernière série du tableau précédent. A quoi attribuer cette différence? Voici ce que nous pensons à ce sujet.

Nous avions d'abord institué nos expériences du soir à la lumière d'une lampe à pétrole ordinaire, munie d'un réflecteur qui renvoyait beaucoup de lumière sur l'appareil et préservait l'œil

de l'observateur. Mais nous ne tardâmes pas à nous apercevoir que les objets de l'appartement qui, à la lumière artificielle, présentaient des oppositions tranchées entre les parties lumineuses et les parties ombrées, distrayaient par ces oppositions mêmes, l'œil de l'observateur et troublaient son jugement. On obtenait trop souvent des résultats étranges parce que tel anneau, l'anneau extérieur, par exemple, blanchissait ou s'assombrissait suivant que l'œil de l'observateur se reposait, ou se fixait dans l'intervalle sur des points brillants. C'est alors que nous imaginâmes un réflecteur cylindrique en papier blanc qui concentrait toute la lumière d'une bougie sur l'appareil et laissait le reste de l'appartement dans l'obscurité.

Or, voici ce qui est arrivé. Cette lumière est nécessairement très-variable, et pour peu que la bougie soit placée un peu plus loin ou un peu plus près de l'appareil, la quantité de lumière envoyée à l'appareil peut changer notablement. Un effet analogue se produit pour peu que l'œil de l'observateur varie dans sa sensibilité. Enfin, la lumière de la bougie elle-même n'est pas probablement d'un éclat constamment uniforme. Comme nous le démontrerons plus tard, et comme nous l'avons déjà annoncé, pour une lumière moyenne variable entre des limites suffisamment rapprochées, l'éclat respectif des trois anneaux varie assez peu. Mais du moment que la lumière est assez faible, l'éclat de l'anneau blanc tend à l'emporter comparativement sur celui des autres anneaux. Réciproquement, si la lumière est forte, l'éclat de l'anneau intermédiaire et de l'anneau sombre augmente, et il faut augmenter considérablement celui de l'anneau blanc pour rétablir l'équilibre. Or, si nous supposons que pour les deux dernières séries d'expériences, la bougie éclarât un peu mieux que d'ordinaire, que l'œil de l'observateur fût plus sensible pour des raisons impossibles à déterminer, et enfin surtout que la bougie ait été placée à une distance moindre de l'appareil, ou que par suite d'un mouvement du cylindre réflecteur autour de son axe, la quantité de lumière réfléchie ait été supérieure, nous aurons énuméré toutes causes qui ont pu amener ces chiffres si remarquables par leur élévation insolite. Généralement la bougie était

placée à environ 25 centimètres de l'appareil. Dans les commencements notre attention n'était pas attiré sur ce point. Nous jugions à l'œil de la distance. Si donc ce soir-là, la bougie eût été placée à 20 centimètres de l'appareil, en vertu de la loi du carré des distances, on voit immédiatement que l'appareil a dû recevoir dans le second cas une lumière plus d'une demi-fois plus forte que dans le premier cas, le rapport étant 25 : 16.

Quoi qu'il en soit, si nous discutons ce tableau, nous pourrons faire des remarques analogues à celles qu'a suggérées le tableau précédent. Ces remarques s'appliquent surtout aux premières moyennes, aux moyennes des cinq premières séries. Ainsi, ces moyennes, quoique s'écartant davantage des moyennes théoriques, sont situées tantôt en deçà, tantôt au delà, plus souvent en deçà pour les premières moyennes, plus souvent au delà pour les dernières; ce qui tient probablement à la cause susmentionnée. Les nombres qui ont fourni les moyennes sont eux-mêmes situés en deçà et au delà de la moyenne théorique, avec une légère exception, en ce qui concerne les cinq premières séries pour la ligne horizontale H. Des observations tout à fait semblables porteront sur les moyennes prises entre les máximum et les minimum des cinq premières séries, moyennes qui viennent plusieurs fois corriger les moyennes absolues. En outre, comme presque toujours, la première observation est la plus sujette à l'erreur. Enfin, nous trouvons encore aux lignes horizontales 6 et 7, série 3, les deux nombres égaux 147 lorsque la théorie exige entre ces deux nombres une différence assez notable. Il ne faut pas s'étonner de ce résultat : au contraire, il y a lieu de s'étonner qu'il ne se présente pas plus souvent.

Le tableau suivant réunit les expériences utiles, auxquelles se sont prêtés tous les autres observateurs. L'observateur C est M. Vandermensbrugghe, répétiteur à l'Université de Gand; l'observateur D, un artiste-peintre, M. Sunaert, professeur à l'Académie; l'observateur E est myope, c'est M. Mansion, alors élève, aujourd'hui professeur à l'Université de Gand. Les observateurs F, G et H sont trois de mes élèves; le dernier est fortement myope.

QUATRIÈME TABLEAU.

Nombres obtenus pour l'anneau intérieur par les observateurs C, D, E, F, G et H.

Numéro d'ordre.	Nombres théoriques pour $c = 0.5$.	Observ. *C.* Jour gris.	Observ. *C.* Soir.	Observ. *D.* Jour gris.	Observ. *D.* Soir.	Ob. *E.* Jour gris.	Observateurs *F, G, H.* Jour clair.			Moyennes de jour.	Moyennes de soir.
1	237	200	252	220	201	212	237	197	267	222	226.5
2	55.5	57	64	46	50	78	54	46	50	48.5	57
3	98.3	92	115	113	112	102	96	112	127	107	113.5
4	127	131	124	133	140	136	131	109	124	127.3	132
5	236	213	182	238	267	211	236	244	214	226	224.5
6	169.7	176	149	181	180	180	150	158	158	167.1	164.5
7	193	190	165	200	188	188	186	177	186	186.1	176.5
8	58.7	60	58	61	60	61	65	63	63	63	59
9	117.4	130	103	129	112	104	127	119	131	123.3	107.5
10	151.6	162	158	150	133	178	130	183	183	164.6	145.5
11	196	200	173	230	164	201	213	198	188	205.5	168.5
12	97.4	108	105	103	87	98	94	96	96	97.5	96
13	119.5	131	136	102	117	121	119	104	127	117.3	126.5
14	175.5	185	177	147	183	207	177	166	222	184	181

Dans ce tableau on ne constate qu'une seule anomalie fournie par l'observateur H, horizontale 3 et 4; des deux nombres obtenus, le second devait être le plus grand. Les écarts les plus considérables sont donnés par C, deuxième série, cinquième nombre et par H, troisième et quatorzième nombre. La série F est la plus régulière; la série H la plus irrégulière. Nous avons pris les moyennes bien que ces séries soient peu comparables entre elles. Ces moyennes sont moins expressives que la physionomie générale de chacune de ces séries. A voir la manière dont les nombres sautent d'une valeur à une autre, on juge qu'ils ont la même signification que ceux des séries du premier tableau, et que, par conséquent, si chacun des observateurs avait fourni un nombre suffisant

de séries, on serait arrivé à des nombres se rapprochant de plus en plus des nombres théoriques. C'est ce qui ressort des chiffres des moyennes générales; c'est-à-dire des moyennes obtenues en réunissant en un seul tableau, tous les tableaux précédents :

239,6 — 55,2 — 102,3 — 129,6 — (241,5) — 169,5 — 191,7
— 59,9 — 117 — 155,7 — 190 — 96,1 — 126 — 180,1.

On voit que les différences tendent à s'annihiler, et que les nombres définitifs se rapprochent d'une manière frappante des résultats théoriques. Ne parlons pas du chiffre 241,5, qui deviendrait même 238,1 après la correction proposée au tableau I. Il reste les chiffres 190 et 126. Le premier donne un écart proportionnel peu considérable à mettre à peu près sur la même ligne que les nombres 59,9 et 155,7. Enfin parmi les moyennes des tableaux I à IV, s'il y en a quatre inférieures au chiffre théorique 196, 197,5, il y en a une supérieure 205,5. Il n'en est pas de même de la moyenne 126. Ici encore toutes les moyennes, sauf une, sont supérieures à la moyenne théorique 119,5 à 120,05, et d'une quantité assez notable. Pourtant nous croyons être en droit d'attribuer ce fait au hasard. En effet, si parmi les expériences dont nous n'avons pas pu nous servir pour différentes raisons, nous recueillons les chiffres relatifs aux anneaux 43,72, nous rencontrons les nombres 98 — 137 — 97 — 110 — 118 — 80 — 125, et si nous voulions en tenir compte, la moyenne totale descendrait à 122,1.

Nous avons terminé la discussion des premières expériences ayant pour résultat de vérifier directement la formule $s = log \frac{c+\delta}{c}$. Nous allons aborder celles qui ont trait à la quantité c.

Deuxième série d'expériences, ayant pour but de démontrer que la quantité c *existe et est positive de sa nature.*

Cette proposition pourrait, à première vue, se passer de démonstration spéciale, parce que les principes sur lesquels est établie la formule $s = log \frac{c+\delta}{c}$ répugne à ce que c soit nul ou

négatif. En effet, dans le premier cas, pour toute valeur finie de δ on aurait des valeurs de s infinies, et, dans le second cas, pour $\delta = c$ on aurait encore pour s une valeur infinie. Mais notre formule étant hypothétique, c'est l'expérience seule qui peut décider du signe et de la valeur de c. A la rigueur, les tableaux précédents établissent déjà d'une manière satisfaisante que c n'est pas nul et qu'il est positif; car les résultats d'où il ressort que δ' est plus petit que la moyenne arithmétique, et plus grand que la moyenne géométrique entre δ et δ'' — ce qui est, comme on va le voir, la condition fondamentale pour que c soit positif — l'emportent tellement par leur nombre sur les résultats contraires que le calcul des probabilités nous autoriserait à attribuer cette différence à une cause constante. Mais il est nécessaire de lever tous les doutes et de mettre expérimentalement ce point en évidence. Nous verrons que c varie entre certaines limites, mais reste toujours positif. C'est cette dernière proposition que nous allons démontrer.

Problème préliminaire. *Quelles sont les conditions pour que* c *soit nul ou infini, négatif ou positif?*

La formule (L') — voir page 56 — donne :

$$c = \frac{\delta'^2 - \delta\delta''}{\delta + \delta'' - 2\delta'}.$$

Pour $c = 0$, on a $\delta'^2 = \delta\delta''$, c'est-à-dire que δ' est moyenne géométrique entre δ et δ''. Pour $c = \frac{1}{0}$, on a $2\delta' = \delta + \delta''$, c'est-à-dire, que δ' est moyenne arithmétique entre δ et δ''. Les expériences précédentes repousseraient, au besoin, absolument de pareilles hypothèses. Les seules séries 8 et 12, c'est-à-dire les expériences ayant pour but de déterminer δ'' quand δ est respectivement 22 et 43, et δ' respectivement 36 ou 64, auraient pu le plus facilement amener une anomalie; or toujours δ'' est supérieur à $2 \times 36 - 22 = 50$, et à $2 \times 64 - 43 = 85$, non pas seulement en moyenne, mais encore isolément.

Pour $c < 0$, il faut que l'on ait, soit à la fois $\delta'^2 > \delta\delta''$ et $2\delta' > \delta + \delta''$, soit à la fois $\delta'^2 < \delta\delta''$ et $2\delta' < \delta + \delta''$. Dans le premier cas la seconde condition seule suffit, car la moyenne arith-

métique est toujours plus grande que la moyenne géométrique. Or cette inégalité est contraire à l'expérience, puisque δ' est toujours inférieur à la moyenne arithmétique; donc, si c est négatif, il faut que ce soit par le second cas. Or ici la première inégalité suffit pour la même raison que plus haut; donc *pour que* c *soit négatif, il faut que δ' soit plus petit que la moyenne géométrique de δ et δ''.*

Pour $c > 0$, il faut que l'on ait à la fois soit $\delta'^2 > \delta\delta''$ et $2\delta' < \delta + \delta''$, soit $\delta'^2 < \delta\delta''$ et $2\delta' > \delta + \delta''$. Le second cas est impossible théoriquement; reste le premier cas seul possible; les deux conditions qui y sont exprimées sont indépendantes l'une de l'autre; en d'autres termes, *pour que* c *soit positif, il faut que δ' soit compris entre la moyenne arithmétique et la moyenne géométrique de δ et δ''.*

Nous allons démontrer expérimentalement que cette dernière condition est toujours remplie.

Expérience. Si l'on produit trois zones concentriques, parfaitement graduées pour une lumière déterminée, la zone claire (ou intérieure) gagnera en éclat relatif si l'on diminue la lumière (si, par exemple, on éloigne la bougie); elle perdra en éclat relatif, si, au contraire, on augmente la lumière. En d'autres termes, si δ, δ' et δ'' sont les éclats relatifs des teintes graduées pour une distance déterminée $= 1$ du foyer lumineux, il faudra, pour conserver la gradation, diminuer δ'' si le foyer s'éloigne, l'augmenter, au contraire, si le foyer se rapproche.

Cette expérience est saisissante et concluante. Nous la discuterons plus loin. Les deux théorèmes suivants s'appuient sur ce résultat.

Théorème IV. *δ' est plus petit que la moyenne arithmétique entre δ et δ''.*

Démonstration. On a, par hypothèse, pour une lumière donnée :

$$s' - s = s'' - s';$$

d'où l'on tire en vertu de la formule $s = \log\frac{c+\delta}{c}$:

$$\frac{c+\delta'}{c+\delta} = \frac{c+\delta''}{c+\delta'},$$

ou encore :

$$\delta'^2 + 2c\delta' = (\delta + \delta'')c + \delta\delta'' \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

Or, quand la lumière diminue, δ, δ' et δ'' deviennent a fois plus petits, a étant une quantité positive plus grande que l'unité; et l'expérience nous apprend que l'égalité précédente devient alors l'inégalité suivante :

$$\delta'^2 + 2ac\delta' < (\delta + \delta'')\,ac + \delta\delta'' \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (2)$$

Retranchant (1) de (2) ce qui est permis puisque a est plus grand que 1, il vient :

$$2(a-1)\,c\delta' < (\delta + \delta'')(a-1)\,c;$$

d'où :

$$2\delta' < \delta + \delta''.$$

Ce qu'il fallait démontrer.

Théorème V. *δ' est plus grand que la moyenne géométrique entre δ et δ''.*

Démonstration. Écrivons les deux relations (1) et (2) sous la forme :

$$\frac{\delta'^2}{c} + 2\delta' = \delta + \delta'' + \frac{\delta\delta''}{c} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (3)$$

$$\frac{\delta'^2}{ac} + 2\delta' < \delta + \delta'' + \frac{\delta\delta''}{ac} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (4)$$

et retranchons (4) de (3), il vient :

$$\frac{\delta'^2}{c}\left(1 - \frac{1}{a}\right) > \frac{\delta\delta''}{c}\left(1 - \frac{1}{a}\right);$$

d'où

$$\delta'^2 > \delta\delta''.$$

Ce qu'il fallait démontrer.

Corollaire 1. En vertu du problème précédent, il résulte de ces deux théorèmes que c est positif. Mais il est facile d'en donner une courte démonstration.

On peut donc poser :

$$2\delta' = \delta + \delta'' - h^2; \text{ et } \delta'^2 = \delta\delta'' + k^2.$$

Substituant ces valeurs dans l'équation (1), on en tire :

$$k^2 - ch^2 = 0,$$

équation qui serait impossible si c était négatif.

Corollaire 2. Réciproquement il est facile de voir que du moment que c est positif, l'égalité $\frac{c+\delta'}{c+\delta} = \frac{c+\delta''}{c+\delta'}$, c'est-à-dire l'égalité des contrastes entre δ et δ' et δ' et δ'', ne peut subsister du moment que l'éclairement change. S'il devient a fois plus fort, il faut que δ'' augmente, et inversement. S'il devient a fois plus faible, il faut que δ'' diminue. C'est ce que l'expérience vient confirmer d'une façon éclatante.

Expériences. Ces expériences sont grossières et il ne faut pas de grands préparatifs ni de grandes précautions pour les réussir. Nous n'avons inscrit dans le tableau suivant que deux séries d'observations, la première fournie par l'observateur A, la seconde par l'observateur B. De plus, nous nous sommes contenté de mentionner les observations relatives aux trois anneaux 13, 41, 127 des tableaux précédents. De tout autres anneaux ont fourni des résultats semblables.

PREMIER TABLEAU.

$\delta = 13$; $\delta' = 41$; $\delta'' = 127.8$, *quand la bougie est à la distance de 25 centimètres.*

OBSERVATEURS.	*A.*					*B.*				
DISTANCES DE LA BOUGIE.	$0^m,50$.	1^m.	2^m.	3^m.	4^m.	$0^m,50$.	1^m.	2^m.	3^m.	4^m.
Nombres obtenus pour δ''.	101	110	97	88	87	109	102	88	88	100
	109	100	92	90	88	102	101	92	84	92
	98	79	92	93	90	102	79	90	86	93
	90	90	86	93	86	110	102	88	94	89
	90	94	90	85	90	98	98	95	98	83
	102	94	91	83	89	104	104	93	97	79
MOYENNES . . .	98.3	94 5	91.2	88.7	88.3	104.2	97.5	91	94.2	89.3

Comme on le voit par le tableau précédent, quand la bougie (bougie de 6 à la livre) est à 25 centimètres de l'appareil, l'observateur étant placé à environ un mètre, δ'' est en moyenne de 127, 8 degrés. La bougie étant placée respectivement à 50 centi-

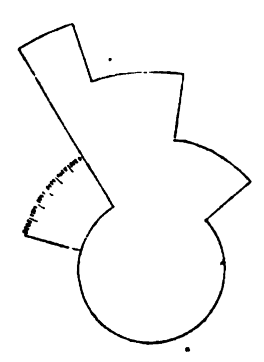
mètres, 1 mètre, 2^m, 3^m, 4 mètres, c'est-à-dire, la lumière diminuant dans la proportion de 4, 16, 64, 144, 256, les valeurs fournies pour δ'' par l'observateur A ont été : 98,3; 94,5; 91,2; 88,7; 88,3. Nous ne voudrions pas affirmer, tant s'en faut, que ces chiffres soient exacts, parce que nous n'avons pas, comme dans les expériences suivantes, pris la précaution d'obtenir les nombres d'abord en diminuant, puis en augmentant la zone claire. C'est en partie ce qui explique l'anomalie de la série fournie par l'observateur B, où l'on voit un relèvement entre 91 et 91,2, relèvement d'ailleurs insignifiant. On remarquera aussi la différence personnelle de cette série avec la précédente.

Bien que ces expériences présentent un côté excessivement intéressant, et que nous nous proposions de les reprendre un jour, nous ne les avons pas poursuivies d'une manière plus délicate, parce qu'elles nous ont semblé confirmer suffisamment les théorèmes précédents (*).

(*) Nous avons, en effet, voulu recommencer ces expériences avec beaucoup de soin, et nous n'avons pas encore abouti. Nous voulions vérifier si la décroissance des valeurs de δ'' correspondait exactement à notre formule, auquel cas c était évidemment, pendant toute l'expérience, constamment égal à lui-même, ou si la variation de ces mêmes valeurs pouvait donner une loi pour la variabilité de c en rapport avec la variabilité de la lumière. Or, nous avons remarqué deux choses : la première, dont nous avons déjà dit un mot page 50, c'est que l'éclat de l'anneau dépend en partie du fond sur lequel il se détache. Ainsi, soit un anneau blanc entourant un cercle, et entouré lui-même d'un cercle gris, on le jugera plus ou moins blanc, suivant qu'on le comparera au noir ou au gris, en d'autres termes, suivant que l'œil considérera un instant auparavant le noir ou le gris. Chaque anneau se trouve de la sorte divisé en deux zones d'éclat différent, l'une plus claire du côté extérieur, l'autre plus sombre du côté intérieur. Quand l'anneau est suffisamment large, s'il a, par exemple, deux à trois centimètres de largeur, la perturbation produite par cet effet est moins considérable. Or, comme l'anneau blanc se détache des deux côtés sur un fond plus sombre, il s'ensuit que le chiffre qu'on lui accorde est en général trop faible. Il est facile de remédier en partie à cet inconvénient, en découpant le carton de manière à donner au fond, tant intérieur qu'extérieur, le même éclat qu'à l'anneau moyen. Cet effet de contraste s'explique facilement, à notre avis, par la modification qu'éprouve la sensibilité de l'œil, représentée par c, suivant qu'il passe de la contemplation d'un anneau éclatant à

D'ailleurs, nous le répétons, un examen superficiel et grossier met ce fait hors de doute. A peine éloigne-t-on la bougie que les rapports des teintes changent. Les expériences suivantes ont rapport au même phénomène.

Nous avons mesuré avec beaucoup de soin cette fois-ci les effets des lumières ordinaires, mais variables cependant, sur le jugement qu'il s'agit de porter. Nous nous sommes servi pour ces expériences et celles qui ont pour objet de calculer c, d'un nouvel appareil plus commode et plus simple. C'est un petit carton de quatre à cinq centimètres de rayon, découpé de manière à former trois zones concentriques correspondant aux nombres 13, 41, et 100 degrés, le cercle central étant rendu complétement noir au moyen d'un cercle en velours de même dimension. Derrière l'arc qui formait la zone intérieure, glissait un autre arc d'égal rayon, gradué avec soin, de manière à donner au besoin le nombre 200 degrés quand il était complétement en vue.



Nous avons opéré d'abord le soir avec la bougie entourée d'un demi-cylindre noirci, placée à 25 centimètres de l'appareil; puis par un jour très-sombre du mois de mars, entre 4 et 5 heures de l'après-midi; puis par un jour gris du même mois à 3 heures; puis par un jour très-clair, le soleil brillant de tout son éclat, d'abord dans l'appartement, ensuite en plein air. Nous avons voulu faire des expériences en plaçant l'appareil en plein soleil; ces expériences n'ont pas réussi, car l'observateur était ébloui et approuvait toutes les valeurs données à δ'' du moment qu'elles dépassaient 100 ou 105 degrés, ou descendaient en dessous de 150 degrés.

celle d'un anneau sombre ou inversement. La seconde remarque est plus singulière et plus inattendue : c'est que l'éclat d'une image diminue, quand augmente la distance d'où on l'observe. Nous avons cherché la loi de ce phénomène, loi que nous soupçonnons être assez simple, mais jusqu'à présent nous n'avons pu la vérifier, faute d'une chambre noire suffisamment longue et convenablement installée (voir note, page 85).

DEUXIÈME TABLEAU.

Observateur *A*.

N. B. La première colonne de chiffres a été obtenue en diminuant la zone blanche faite d'abord trop forte; la seconde en l'augmentant, après l'avoir d'abord faite trop faible.

	SOIR : la bougie à 25 centimètres de l'appareil.		Jour sombre.		Jour gris.		Jour clair dans l'appartement.		Jour clair en plein air.	
	124	116	122	112	132	124	150	112	143	137
	136	119	130	119	130	120	143	114	142	140
	137	113	131	119	129	118	120	120	145	129
	(150)	120	128	122	127	121	140	120	143	131
	131	118	124	121	131	126	140	125	144	122
	140	128	123	114	133	121	133	122	143	126
Moyennes	(136.3) 133.6	119	126.3	117.8	130.3	121.7	137.7	118.8	143.3	130.8
	136	123	123	120	133	122	136	118	140	143
	139	125	126	116	130	122	143	118	144	124
	130	124	130	117	130	125	136	125	141	128
	130	123	130	116	131	121	131	127	143	140
	136	128	125	118	130	123	134	128	145	127
	130	128	126	124	130	123	148	122	142	125
Moyennes	133.5	125.1	126.6	118.5	130.7	122.7	138	123	142.5	131.2
Moyennes générales.	(134.9) 133.5	122	126.5	118.1	130.5	122.2	137.8	120.9	142.9	131
Moyennes définitives.	127.8		122.3		126.3		129.4		137	

Chacune de ces opérations se compose de 24 expériences divisées en deux groupes. Chacun de ces groupes comprend lui-même six expériences où l'on a diminué graduellement la zone intérieure, faite d'abord trop brillante, et de six expériences où, au

contraire, on l'a augmentée graduellement après avoir commencé par la faire trop faible. On conçoit que les six premières fournissent des chiffres supérieurs à ceux des six dernières, car le jugement reste douteux entre certaines limites plus ou moins rapprochées. Nous avons divisé ces 24 expériences en deux groupes pour juger de la constance des moyennes. Or ces moyennes sont sensiblement constantes; elles sont au nombre de dix; il en est tout au plus deux, 2ᵉ et 8ᵉ lignes verticales où les moyennes 119 et 125,1, ainsi que 118,8 et 123 s'éloignent un peu des moyennes générales 122 et 120,9. Dans la première ligne verticale nous serions assez disposé à ne pas tenir compte du chiffre 150 qui s'éloigne tellement de tous les autres obtenus tant le soir que le jour, qu'on doit l'attribuer à une cause perturbatrice inconnue. Le résultat serait d'ailleurs peu affecté par cette élimination; nous avons mis entre parenthèses les moyennes non corrigées, c'est-à-dire obtenues en conservant le chiffre 150, et indiqué sans parenthèses les moyennes corrigées. Les moyennes définitives viennent confirmer d'une manière éclatante les remarques précédentes. Le jour sombre et le jour gris donnent les chiffres 122,3 et 126,3, inférieurs à 127,8; le jour clair les chiffres 129,4 et 137, supérieurs à 127,8. On remarquera encore que déjà par un jour très-clair, dans un appartement largement éclairé, δ' est devenu légèrement inférieur à la moyenne géométrique entre δ et δ'', et lui est devenu notablement inférieur du moment qu'on a opéré en plein air. Ce dernier résultat s'explique par les considérations exposées à la page 32.

Il résulte aussi de là que l'éclairement produit par une bougie placée à 25 centimètres de distance de l'appareil l'éclaire à peu près pour notre œil comme le ferait un jour gris, puisque, à mesure que le jour, d'abord sombre, devient gris, puis clair, puis très-clair, δ'' doit varier et être tour à tour égal à 122,3; 126,3; 129,4 et 137, et que ce même δ'' est 127,8, nombre compris entre 126,3 et 129,4, lorsque l'on expérimente à la lueur de la bougie. C'est ce qui nous a permis dans le premier tableau, page 35, dont les expériences ont été faites par un jour gris, de mettre pour c les valeurs obtenues au moyen de la bougie.

Cela ne veut pas dire toutefois que la lueur projetée sur l'appareil par la bougie placée à la distance de 25 centimètres soit égale à celle d'un jour gris; cela veut dire seulement que notre œil juge dans le premier cas de l'importance des contrastes à peu près de la même manière que dans le second. Et, en effet, une expérience journalière nous montre que la lecture, par exemple, est tout aussi facile à la lumière d'une lampe à pétrole qu'en plein jour. Mais c'est que, dans le premier cas l'œil a une sensibilité plus délicate que dans le second et s'est accommodé à la quantité de lumière qu'il reçoit, compensant ainsi par l'augmentation de sa sensibilité la diminution de l'excitation.

Par parenthèse, et bien que ceci s'écarte de notre sujet, peut-être y a-t-il au fond de ces expériences et des suivantes un moyen d'obtenir enfin ce que l'on cherche depuis longtemps, l'unité de lumière. En effet, nous voyons que des anneaux choisis en conséquence ne paraissent gradués qu'à un degré constant de lumière. Les différences personnelles ne paraissent pas être bien considérables et, dans tous les cas, sont comparables entre elles. La variabilité d'aptitude d'un même individu semble être assez restreinte. On pourrait donc, tout au moins, en établissant une chaîne traditionnelle d'observateurs,obtenir un étalon sinon d'une fixité absolue, du moins d'une fixité relative, en ce sens que les écarts seraient tantôt d'un côté, tantôt de l'autre de l'unité.

Il semble, à première vue, paradoxal que, les trois teintes graduées étant données, une diminution de lumière, c'est-à-dire une diminution d'excitation, amène un contraste plus marqué entre les deux teintes extérieures. Mais, comme nous l'avons dit, cette augmentation du contraste n'est pas absolue, elle est simplement relative à celui des deux teintes extérieures. En somme les contrastes entre les deux teintes voisines diminuent d'une façon absolue; seulement, le contraste entre la teinte extérieure et la moyenne a diminué plus que celui entre la moyenne et l'intérieure; la teinte moyenne se rapproche de la plus obscure. C'est ce que nous allons faire voir.

Théorème VI. *Plus deux excitations deviennent petites, plus leur rapport doit grandir pour que la différence des sensations correspondantes reste constante.*

Démonstration. Soit $\delta'' > \delta'$, et $s'' - s' = \log \frac{c+\delta''}{c+\delta'} = \log k$; k étant plus grand que 1.

Supposons que δ' devienne $\delta' - x$, et que δ'' devienne $\delta'' - y$, et donnons-nous pour condition que k reste constant; il faut pour cela que l'on ait :

$$\frac{c+\delta''}{c+\delta'} = \frac{c+\delta''-y}{c+\delta'-x} = k \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (1)$$

Équations d'où l'on tire :

$$\frac{y}{x} = k; \quad \text{d'où} \quad y > x.$$

Les deux fractions de l'égalité (1) sont égales et plus grandes que l'unité.

Les termes de la première sont plus grands que ceux de la seconde; si donc on retranche une même quantité c des deux termes de chacune de ces fractions, la première deviendra plus petite que la seconde, et l'on aura :

$$\frac{\delta''-y}{\delta'-x} > \frac{\delta''}{\delta'} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (2)$$

c'est-à-dire que le rapport des excitations plus faibles doit être plus grand pour que la différence des sensations reste constante. C. q. f. d.

Corollaire I. Si nous posons $\delta'' - y = \delta'$; et $\delta' - x = \delta$, l'inégalité (2) devient :

$$\frac{\delta'}{\delta} > \frac{\delta''}{\delta'};$$

d'où l'on tire : $\delta'^2 > \delta\delta''$; inégalité déjà connue.

Corollaire II. Si de l'équation (1) on tire la valeur de c, et que l'on remplace δ'', δ', $\delta'' - y$, $\delta' - x$, par les signes δ''', δ'', δ' et δ, nous trouvons une nouvelle formule pour calculer c, formule que voici :

$$c = \frac{\delta'\delta'' - \delta\delta'''}{\delta + \delta''' - (\delta' + \delta'')} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (L'')$$

Si dans cette formule on remplace δ'' par δ' et δ''' par δ'' on retombe sur la formule connue :

$$c = \frac{\delta'^2 - \delta\delta''}{\delta + \delta'' - 2\delta'}.$$

Ce théorème nous montre pour quelle raison on ne peut plus rien distinguer quand la lumière est excessivement faible. Il nous fait voir aussi comment nous pouvons juger, jusqu'à un certain point, du degré absolu de lumière dans les limites inférieures, tandis que le théorème III explique la possibilité de ce jugement dans les limites supérieures.

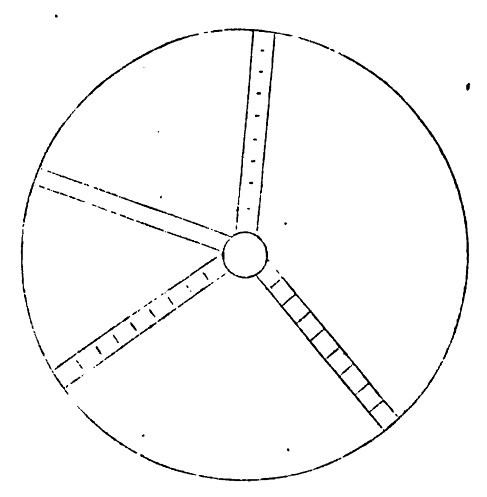
Enfin, combiné avec le théorème III, il nous fait voir pourquoi nous ne pouvons rien distinguer à une lumière trop forte. En effet, par le théorème III on voit que les parties claires du tableau ne gagnent plus en clarté, tandis que les parties sombres peuvent devenir de plus en plus lumineuses; les contrastes tendent donc, au delà de certaines limites, à s'effacer de plus en plus.

Cette dernière considération nous explique encore comment il peut se faire que δ' soit parfois en dessous de la moyenne géométrique entre δ et δ''. Il suffit pour cela que la lumière soit assez forte pour que la sensation due à δ'' éprouve plus de peine à s'accroître.

Expériences. Ces expériences aussi ont été faites assez grossièrement, mais elles mettent en évidence la proposition démontrée théoriquement et les conséquences que nous en avons déduites. Voici l'appareil dont nous nous sommes servi.

Supposons un disque blanc de dix centimètres de rayon. Et imaginons que le long d'un même rayon et à des distances du centre égales à 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 et 9 centimètres on ait tracé dans le sens de la circonférence un trait noir de 4 millimètres. Si ce disque se met à tourner, on aura une série de huit anneaux gris de plus en plus faibles en allant du centre vers la circonférence. Nous disons de plus en plus faibles. En effet, si nous représentons par a la circonférence d'un centimètre de rayon qui est de 62,832 millimètres, celles qui ont 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 et 9 centimètres de rayon sont respectivement de $2a$, $3a$, $4a$, $5a$, $6a$, $7a$, $8a$ et $9a$. Or, puisque, pour former les anneaux, on a enlevé à chacune de ces circonférences 4 millimètres, cela revient à dire

qu'il reste à la première $2a-4$, à la seconde $3a-4$, à la troisième $4a-4$ millimètres, et ainsi de suite, c'est-à-dire que les anneaux sombres tranchent de moins en moins sur le disque blanc.



Pour multiplier les épreuves, nous avons découpé trois bandes d'environ 6 millimètres de largeur; l'une est restée complétement blanche; quant aux deux autres, sur la première furent tracés des traits de deux millimètres de large, et sur la seconde des traits d'un millimètre de large; ces bandes s'adaptaient au disque précédent de manière à cacher ou découvrir au besoin les traits de 4 millimètres. Cette combinaison permettait de produire à volonté sur chaque circonférence de 2, 3,... 9 centimètres de rayon, des traits noirs ayant en développement à volonté, 1, 2, 3, 4, 5, 6 ou 7 millimètres de largeur.

Cela posé, voici comment nous avons procédé. La bougie pouvait courir entre 1 et 4 mètres. On ne laissait d'abord voir que la bande aux traits noirs d'un millimètre — puis celle de 2 millimètres — puis ces deux bandes à la fois, ce qui donnait des traits noirs de 3 millimètres — puis, la bande blanche cachant ces deux-ci, on laissait voir les traits de 4 millimètres tracés sur le disque — puis ceux-ci et les traits d'un millimètre — ensuite les mêmes et ceux de deux millimètres — enfin les traits réunis de 4, 2 et 1 millimètres. C'est ce qui est indiqué dans le tableau ci-contre par

les chiffres romains I, II, III, IV, V, VI, VII, qui représentent par conséquent le nombre de millimètres en noir qui produisent les anneaux. Après avoir fait dans cet ordre des expériences, qui ont fourni les chiffres de la première des deux lignes horizontales marquées des numéros, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 et 8, on procédait dans l'ordre inverse, c'est-à-dire qu'on commençait par VII pour finir par I : ces expériences ont fourni les chiffres des secondes lignes horizontales.

TABLEAU INDIQUANT LES DISTANCES DE LA BOUGIE LORS DE L'APPARITION ET DE LA DISPARITION DES ANNEAUX.

RANG des ANNEAUX.	RAYONS des ANNEAUX en centimèt.	I.	II.	III.		IV.		V.		VI.		VII.	
1	(2)	Néant	Néant	210 125	190 170	280 180	240 205	300 295	300 280	310 330	300 290	380 360	320 330
2	(3)			100 ...	120	195 125	180 160	230 220	225 210	225 210	255 235	280 280	240 270
3	(4)					125 95	130 120	165 150	155 180	170 160	190 198	215 220	205 195
4	(5)							121 105	120 131	125 130	140 165	155 175	170 170
5	(6)									100 105	115 125	130 122	135 140
6	(7)											110 100	110 115
7	(8)	Néant.											
8	(9)	Néant.											

Voici en quoi consistaient ces expériences. On avait, par exemple, réuni les traits noirs de 4 et de 1 millimètres, ce qui faisait 5 millimètres, et l'on mettait le disque en mouvement. La bougie étant éloignée de 4 mètres, on ne voyait rien, puis à mesure qu'elle se rapprochait, on voyait d'abord l'anneau intérieur, on notait la distance de la bougie, soit 300 centimètres, au moment de l'apparition. La bougie, continuant à se rapprocher, on voyait le second anneau quand elle était arrivée à la distance de 230 millimètres. Puis, à la distance de 165 centimètres apparaissait le troisième anneau — enfin à la distance de 121 centimètres apparaissait le quatrième anneau. — Puis, la bougie étant arrivée à la distance d'un mètre sans qu'un nouvel anneau apparût, on faisait revenir la bougie sur ses pas et l'on notait les distances aux moments de la disparition des anneaux. Ces distances sont notées dans la colonne verticale voisine. Naturellement le quatrième anneau disparaissait le premier, soit à la distance de 120 centimètres — puis le troisième à la distance de 155 centimètres; puis le second à la distance de 225, et enfin le premier à la distance de 300 centimètres. Tous ces résultats sont indiqués d'une façon synoptique dans le tableau précédent.

Notre appareil pouvait donc fournir $8 \times 7 = 56$ anneaux de valeurs pour la plupart différentes. Il nous faut déterminer ces valeurs. Or, rien n'est plus facile si l'on s'en rapporte à ce même tableau. En effet la valeur d'un anneau quelconque, ou, si l'on veut, le rapport du trait noir à la circonférence entière, est représenté par une fraction dont le numérateur est égal au chiffre romain, et le dénominateur au chiffre arabe placé entre parenthèses, le tout divisé par $a = 62{,}832$ millimètres. En effet le chiffre romain représente le nombre de millimètres du trait noir, le chiffre arabe, le rayon en centimètres, et a représente la circonférence du cercle d'un rayon d'un centimètre. Si nous sous-entendons la quantité a au dénominateur, les valeurs de nos 56 anneaux sont donc représentées par les fractions

$$\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4} \cdots\cdots \frac{1}{8}, \frac{1}{9};\ \frac{2}{2}, \frac{2}{3} \cdots\cdots \frac{2}{9};\ \frac{3}{2} \cdots\cdots \frac{3}{9};\ \frac{4}{2} \cdots\cdots \frac{4}{9};\ \frac{5}{2} \cdots \frac{5}{9};\ \frac{6}{2} \cdots\cdots \frac{6}{9};\ \frac{7}{2} \cdots \frac{7}{9}.$$

Or, si nous rangeons ces fractions par ordre de grandeur, en commençant par la plus petite, nous aurons :

$$\frac{1}{9}, \frac{1}{8}, \frac{1}{7}, \frac{1}{6}, \frac{1}{5}, \frac{2}{9}, \frac{1}{4} = \frac{2}{8}, \frac{2}{7}, \frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{3}{9}, \frac{3}{8}, \frac{2}{5}, \frac{3}{7}, \frac{4}{9}, \frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{4}{8}, \frac{5}{9},$$

$$\frac{4}{7}, \frac{3}{5}, \frac{5}{8}, \frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9}, \frac{6}{7}, \frac{3}{4} = \frac{6}{8}, \frac{7}{9}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}, \frac{6}{7}, \frac{7}{8}, \frac{2}{2} = \frac{3}{3} = \frac{4}{4} = \frac{5}{5} = \frac{6}{6} = \frac{7}{7},$$

$$\frac{7}{6}, \frac{6}{5}, \frac{5}{4}, \frac{4}{3}, \frac{7}{5}, \frac{3}{2} = \frac{6}{4}, \frac{5}{3}, \frac{7}{4}, \frac{4}{2} = \frac{6}{3}, \frac{7}{3}, \frac{5}{2}, \frac{6}{2} \text{ et } \frac{7}{2};$$

en tout, par conséquent, quarante anneaux de valeurs diverses. De ces 40 anneaux, aucun des 26 premiers ne s'est montré quand la bougie était à un mètre au moins de distance. Nous n'avons donc à compter qu'avec les 14 derniers représentés par les fractions

$$\frac{1}{1}, \frac{7}{6}, \frac{6}{5}, \frac{5}{4}, \frac{4}{3}, \frac{7}{5}, \frac{3}{2}, \frac{5}{3}, \frac{7}{4}, \frac{2}{1}, \frac{7}{3}, \frac{5}{2}, 3 \text{ et } \frac{7}{2},$$

fractions qui, réduites en degrés, deviennent 5°,07, 6°,65, etc.

Cela étant établi, il nous est facile de trouver les moyennes qui résultent du tableau précédent. Il suffit de prendre les moyennes des quatre nombres renfermés entre les lignes pleines horizontales et verticales, quand la valeur de l'anneau ne se présente qu'une fois, ce qui est le cas pour les anneaux

$$\frac{7}{6}, \frac{6}{5}, \frac{5}{4}, \frac{4}{3}, \frac{7}{5}, \frac{5}{3}, \frac{7}{4}, \frac{7}{3}, \frac{5}{2}, \frac{6}{2}, \frac{7}{2},$$

et de réunir ces quatre nombres à ceux des anneaux semblables lorsque l'occasion s'en présente, ce qui est le cas pour les anneaux

$$\frac{3}{3} = \frac{4}{4} = \frac{5}{5} = \frac{6}{6} = \frac{7}{7}, \quad \frac{3}{2} = \frac{6}{4} \text{ et } \frac{4}{2} = \frac{6}{3}.$$

On obtient de cette façon le tableau suivant : les fractions inscrites dans la troisième colonne représentent les rapports d'éclat du fond et de l'anneau; le dénominateur y est égal au numérateur diminué du nombre inscrit dans la deuxième colonne.

TABLEAU DES DISTANCES MOYENNES POUR L'INVISIBILITÉ DES ANNEAUX.

ANNEAUX rangés d'après leurs valeurs.	VALEURS des traits noirs en degrés.	CONTRASTES.	NOMBRES FOURNIS PAR LES EXPÉRIENCES.	MOYENNES.
$\frac{3}{3}=\frac{4}{4}=\frac{5}{5}=\frac{6}{6}=\frac{7}{7}$	5°,7	$\frac{360}{354.3}$	100,120;125,130;121,120;100,115;110,110. .... 95,120;105,131;105,125;100,115.	114
$\frac{7}{6}$	6°,65	$\frac{360}{353.35}$	130, 135. 122, 140.	132
$\frac{6}{5}$	6°,7	$\frac{360}{353.30}$	125. 140. 130, 165.	140
$\frac{5}{4}$	7°,12	$\frac{360}{352.88}$	165, 185. 150, 180.	163
$\frac{4}{3}$	7°,6	$\frac{360}{352.4}$	195, 180. 125, 160.	165
$\frac{7}{5}$	7°,98	$\frac{360}{352.02}$	155, 170. 175, 170.	168
$\frac{3}{2}=\frac{6}{4}$	8°,55	$\frac{360}{351.45}$	210, 190; 170, 190. 125, 170; 160, 198.	177
$\frac{5}{3}$	9°,5	$\frac{360}{350.5}$	230, 225. 220, 210.	221
$\frac{7}{4}$	9°,97	$\frac{360}{350.06}$	215, 205. 220, 195.	209
$\frac{4}{2}=\frac{6}{3}$	11°,14	$\frac{360}{348.86}$	280, 240; 225, 255. 180, 205; 210, 235.	230
$\frac{7}{3}$	13°,3	$\frac{360}{346.7}$	280, 240. 280, 270.	268
$\frac{5}{2}$	14°,25	$\frac{360}{345.75}$	300, 300. 295, 280.	294
$\frac{4}{1}$	17°,1	$\frac{360}{342.9}$	310, 300. 330, 290.	308
$\frac{7}{2}$	19°,95	$\frac{360}{340.05}$	380, 320. 360, 330.	348

Ces nombres ne présentent d'autre anomalie saillante que celle du nombre 221 qui est évidemment trop fort pour ceux qui l'avoisinent. Ils démontrent à la dernière évidence qu'un contraste donné, par exemple celui de $\frac{360}{354,3}$, qui est visible quand la bougie est à une distance de 114 centimètres, cesse de l'être quand la bougie s'éloigne, et a besoin d'être renforcé jusqu'à $\frac{360}{353,35}$, quand elle est à une distance approximative de 132 centimètres; et ainsi de suite. Ainsi, pour une distance de 348 centimètres, le contraste doit être de $\frac{360^{\circ}}{340,05}$.

Nous le répétons, ces chiffres ne sont qu'approximatifs. Nos traits noirs n'étaient pas et ne pouvaient être partout d'un noir uniforme; ils n'avaient pas des dimensions non plus rigoureusement exactes; de plus, leurs rapports même à la circonférence entière sont approximatifs, car, ayant une certaine épaisseur dans le sens du rayon, il aurait fallu, pour bien faire, leur donner une forme trapézoïdale. Quant à l'éclat de la bougie, il est nécessairement variable, et cette variabilité est même périodique, puisqu'elle est en rapport avec la fusion intermittente de la cire et la combustion intermittente aussi de la mèche. Enfin l'apparition et la disparition sont en elles-mêmes des phénomènes susceptibles d'une grande indétermination. Il ne faudrait donc pas chercher un rapport mathématique entre les fractions représentant les mesures des contrastes et les distances où ils apparaissent.

Troisième série d'expériences ayant pour but de déterminer la valeur de c.

Si l'on s'en rapporte aux expériences qui ont trait aux théorèmes IV et V, tableau, page 73, pour déterminer la valeur de c, et si l'on calcule cette quantité au moyen de la formule (L'), on trouve que $c = 0,53$, pour $\delta'' = 127,8$ (*); que $c = 1,7$, pour $\delta = 122,3$;

(*) C'est cette valeur de c, égale à peu près à $^1/_2$ que nous avons utilisée dans nos premiers tableaux.

que $c = 0{,}68$, pour $\delta'' = 126{,}3$; que $c = 0$, pour $\delta'' = 129{,}4$; enfin que $c = 0{,}75$, pour $\delta'' = 126$, moyenne entre 122,3, 126,3 et 129,4, c'est-à-dire entre les nombres fournis par les expériences de jour.

Ces résultats signifient que la quantité c est égale à l'éclat produit par un arc de 0,53 degré vu avec l'éclairement d'une bougie placée à la distance de 25 centimètres, ou d'un arc de 1°7 vu par un jour gris, etc. Quant au résultat $c = 0$, il prouve que la lumière était trop forte et que l'on avait dépassé la limite déterminée par le théorème III.

Mais cette méthode est elle-même trop peu susceptible de précision pour être convenablement appliquée à la recherche d'une quantité aussi petite que c. Nous avons donc eu recours à une méthode différente qui nous a fourni des résultats assez concordants pour pouvoir établir d'une manière certaine et positive l'existence de la quantité c et en calculer approximativement la valeur.

Bien que les expériences n'aient pas été conduites assez loin dans cette direction parce qu'elles ne se rattachaient qu'indirectement à notre but principal, il semble résulter de ces expériences trois points :

1° Que c varie d'un individu à un autre;

2° Que c ne reste pas constant pour un même individu pris à des moments différents.

3° Que c reste sensiblement constant pendant un intervalle de temps assez considérable pouvant s'élever à plusieurs heures, pourvu que cet intervalle soit convenablement choisi.

Ce dernier point ne nous paraît pas douteux. Les deux autres sont, sinon démontrés, du moins hautement vraisemblables (cf. p. 28 *sqq.*).

Les expériences suivantes, réparties en quatre tableaux, sont identiques sous le rapport des procédés. L'appareil pour les trois premiers tableaux est le carton que l'on a décrit plus haut, page 72, placé devant la caisse noire. Pour le quatrième, l'appareil est un petit carton aux zones 13, 41, 100 placé sur du velours noir de façon à permettre de supprimer la caisse.

L'œil de l'observateur était placé à une distance qui, en pratique et en théorie, nous paraît indifférente, mais que nous avons cependant notée par scrupule d'exactitude. La bougie, entourée presque complétement d'un cylindre noirci, courait le long d'une règle graduée en décimètres et s'étendant jusqu'à 6 mètres de distance de l'appareil (*). La bougie elle-même était fixée sur un pied qui donnait les centimètres. En vertu de la remarque faite précédemment, quel que soit l'éclat absolu des anneaux (**), il y a un degré de lumière déterminé qui leur donne des éclats relatifs parfaitement gradués. Les nombres des anneaux étant, par exemple, 13, 41, 100, il y a donc un degré de lumière qui doit faire paraître l'anneau moyen justement intermédiaire entre les anneaux extrêmes. C'est ce degré de lumière que nous allons chercher à déterminer. Pour cela on commence par éloigner la bougie de l'appareil, jusqu'à ce que l'observateur déclare que les anneaux sont gradués. Puis partant de l'autre extrémité de la règle, on rapproche la bougie dans le même but. Généralement, comme on peut s'y attendre, les nombres amenés de la seconde façon sont un peu plus forts que ceux amenés de la première. On arrive par là à déterminer une distance moyenne pour laquelle les teintes des anneaux sont exactement graduées.

(*) J'ai pu m'apercevoir, en recommençant, comme je l'ai dit plus haut (voir note, p. 71), ces mêmes expériences, que cette précaution d'entourer la bougie d'un cylindre noirci était insuffisante. Il est de toute nécessité d'opérer dans une chambre complétement noire, ce que je n'ai pu faire jusqu'à présent. Voici une preuve à l'appui de ce que j'avance. J'ai opéré dans un appartement ordinaire. La bougie (assez éclatante, longueur 30 centimètres, poids un hectogramme, usure deux centimètres à l'heure) était entourée d'un cylindre complétement noir, surmonté à une certaine hauteur d'un toit noirci pour intercepter la lumière qui se serait projetée au plafond. Dans ce cylindre, à la hauteur de la flamme était pratiquée une ouverture ovalaire dont le grand axe coïncidait avec la génératrice du cylindre, ouverture sur laquelle était attachée un autre cylindre horizontal également noirci, ayant pour but de conduire les rayons directement et uniquement sur l'appareil. Or, malgré ces précautions minutieuses, le reflet seul de l'appartement permettait à une bonne vue de distinguer, à une distance de plus d'un mètre, l'anneau gris produit sur fond noir par un arc d'un degré.

(**) Pourvu toutefois que l'éclat de l'anneau moyen soit plus petit que la moyenne arithmétique des deux autres.

Soit s cette distance moyenne. Les excitations qui, à la distance unité, sont δ, δ', δ'', deviennent respectivement :

$$\frac{\delta}{s^2},\ \frac{\delta'}{s^2},\ \frac{\delta''}{s^2},$$

et la formule $c=\frac{\delta'^2-\delta\delta''}{\delta+\delta''-2\delta'}$, devient :

$$c=\frac{1}{s^2}\left(\frac{\delta'^2-\delta\delta''}{\delta+\delta''-2\delta'}\right).$$

A la rigueur, s, s_1, ... s_n représentant toutes les distances trouvées, la valeur de c est moyenne entre les valeurs

$$\frac{1}{s^2}\left(\frac{\delta'^2-\delta\delta''}{\delta+\delta''-2\delta'}\right),\quad \frac{1}{s_1^2}\left(\frac{\delta'^2-\delta\delta''}{\delta+\delta''-2\delta'}\right),\ \ldots\ \frac{1}{s_n^2}\left(\frac{\delta'^2-\delta\delta''}{\delta+\delta''-2\delta'}\right),$$

Par conséquent on a rigoureusement :

$$c=\frac{1}{n+1}\cdot\frac{\delta'^2-\delta\delta''}{\delta+\delta''-2\delta'}\left(\frac{1}{s^2}+\frac{1}{s_1^2}+\cdots+\frac{1}{s_n^2}\right).$$

Mais on peut, sans erreur bien sensible, substituer à cette formule compliquée, la suivante :

$$c=\left(\frac{n+1}{s+s_1+\cdots+s_n}\right)^2\left(\frac{\delta'^2-\delta\delta''}{\delta+\delta''-2\delta'}\right).$$

En d'autres termes, bien qu'à la rigueur la moyenne doive être prise entre les quantités

$$\frac{1}{s^2},\ \frac{1}{s_1^2},\ \ldots\ \frac{1}{s_n^2},$$

on peut, sans inconvénient, prendre la moyenne arithmétique entre s, s_1, ... s_n, laquelle est

$$a=\frac{1}{n+1}(s+s_1+\cdots+s_n),$$

et former la fraction

$$\frac{1}{a^2}=\left(\frac{n+1}{s+s_1+\cdots+s_n}\right)^2.$$

C'est ce que nous allons démontrer brièvement.

Théorème. — *Soit* a *la moyenne arithmétique entre les nombres* s *et* t, *la différence*

$$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{s^2}+\frac{1}{t^2}\right)-\frac{1}{a^2}$$

est positive, mais tend à s'annuler à mesure que s *et* t *sont rapprochés.*

Démonstration. — Soit $s > t$; on peut poser : $s = a + b$; $t = a - b$.

De là :

$$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{s^2}+\frac{1}{t^2}\right)=\frac{1}{2}\left[\frac{1}{(a+b)^2}+\frac{1}{(a-b)^2}\right]=\frac{a^2+b^2}{(a^2-b^2)^2}.$$

Comparons cette fraction avec la fraction $\frac{1}{a^2}$, on a :

$$\frac{a^2+b^2}{(a^2-b^2)^2}-\frac{1}{a^2}=\frac{b^2(3a^2-b^2)}{a^2(a^2-b^2)},$$

fraction positive puisque b est nécessairement plus petit que a. Or plus s et t sont rapprochés, plus b est petit comparativement à a et cette fraction tend à devenir $\frac{3b^2}{a^2}$, quantité décroissant très-vite avec b.

Nous avons cependant, dans les quatre tableaux de cette troisième série de nos expériences, inscrit les moyennes réelles à côté des moyennes arithmétiques, pour que le lecteur puisse apprécier l'erreur commise.

Nous avons rapporté les valeurs de s à l'unité de 25 centimètres de distance, de manière que la formule (L′) devient par substitution des nombres 13, 41, 100 ou 102 à δ, δ' et δ'', et représentant par μ la moyenne des quantités $\frac{1}{s_n^2}$, moyenne exprimée en centimètres :

$$c=\mu\frac{1681-1300}{113-82}\cdot 25^2=\mu\frac{381\,.\,625}{31},$$

ou

$$c=\mu\frac{1681-1326}{115-82}\cdot 25^2=\mu\frac{355\,.\,625}{33}.$$

Passons maintenant à la discussion des tableaux.

TABLEAUX DES EXPÉRIENCES AYANT

N. B. *e* signifie : en éloignant la bougie; *r* signifie : en rapprochant la bougie.

TABLEAU I.
Observateur *M*. Carton, 13,41,100.
OEil à 50 cent. de l'appareil.
Trois groupes de dix-huit expériences après élimination de quatre nombres suspects.
$c = 0,04$.

e	418	(339)	431	354
r	358	429	(523)	421
e	457	421	381	414
r	477	(568)	498	490
e	493	411	402	401
r	433	408	385	419

TABLEAU II.
Observateur *A*. Carton, 13, 41, 100.
OEil à 40 cent. de l'appareil.
Trois groupes de vingt-huit expériences chacun.
$c = 0,05$.

e	345	333	390	347	375	360
r	410	390	433	400	455	423
e	375	362	357	375	370	355
r	400	400	395	400	375	415
e	374	398	370	370	408	400
r	390	380	375	380	380	400

TABLEAU III.
Observateur *A*. Carton, 13, 41, 102.
OEil à 30 cent. de l'appareil.
Trois groupes de vingt-huit expériences chacun.
$c = 0,137$.

e	205	205	199	198	210	193
r	263	242	227	260	230	240
e	207	205	215	207	245	195
r	241	219	235	229	235	217
e	230	224	220	218	245	225
r	275	260	233	210	233	229

TABLEAU IV.
Observateur *A*. Carton, 13, 41, 100.
OEil à 40 cent. de l'appareil.
Trois groupes de vingt-huit expériences chacun.
$c = 0,159$.

e	181	180	228	226	187	210
r	221	214	218	213	205	230
e	245	242	212	233	223	234
r	240	210	213	227	218	208
c	222	243	226	245	213	206
r	221	241	235	247	218	223

POUR BUT DE DÉTERMINER *C*.

es nombres inscrits dans les tableaux indiquent les distances de la bougie.

						MOYENNES particulières.		MOYENNES GÉNÉRALES arithm.	MOYENNES GÉNÉRALES réelles.
385	437	456	420	468	358	414	425		
473	447	508	438	390	481	438			
468	444	485	508	354	(332)	437	441	427	•423
378	429	451	438	360	481	447			
372	413	420	405	391	»	412	415		
394	435	453	451	390	»	419			

399	391	342	374	380	350	379	327	361	384		
486	370	390	407	376	411	365	368	407			
363	374	340	327	350	346	352	370	358	376	380	377
385	400	408	413	405	361	371	391	394			
350	352	355	380	389	378	380	378	377	380		
410	390	360	380	366	395	373	380	382			
180	179	200	205	223	219	210	219	203	220		
245	225	227	247	226	236	225	215	236			
208	204	217	202	206	217	215	223	212	224	225	222.5
239	271	273	224	247	202	237	233	236			
202	194	210	298	215	222	230	228	226	232		
245	244	235	225	227	223	216	262	238			

221	209	229	203	219	230	230	235	213	217		
228	229	228	231	218	217	221	224	221			
212	228	220	219	233	245	235	220	227	223	222	220
198	211	212	227	212	224	227	248	219			
196	213	221	229	223	232	209	218	221	226		
210	228	226	219	261	243	236	232	231			

Ces tableaux frappent tout d'abord par la concordance des expériences dont ils se composent. Ils comprennent chacun trois groupes d'expériences, fournissant chacun une moyenne qui ne diffère de la moyenne générale que de quelques centimètres. On peut conclure de là que pendant la durée de l'expérience les conditions physiologiques de l'observateur sont restées sensiblement constantes. Les nombres du premier tableau ont été fournis par moi; ils donnent pour c la valeur 0,04, c'est-à-dire que c est égal pour l'effet à l'éclat produit par $^1/_{25}$ de degré éclairé par une bougie placée à 25 centimètres de distance. Nous avons cru devoir éliminer quatre nombres qui nous ont paru s'écarter par trop de la moyenne des autres. Le résultat général n'aurait pas d'ailleurs été différent si on les avait conservés.

Les expériences des trois tableaux suivants sont dus à l'observateur A; celles du premier d'entre eux ont eu lieu le même jour que les précédentes. Elles ont fourni pour c la valeur 0,05, soit $^1/_{20}$.

Ces mêmes expériences répétées quelques jours plus tard et consignées dans le quatrième tableau, ont fourni pour c la valeur 0,1587, soit environ $^1/_6$. Le même jour furent faites les expériences consignées dans le troisième tableau qui ont fourni pour c la valeur 0,1372, soit environ $^1/_7$. Les deux résultats sont sensiblement concordants. On peut donc en conclure que, ce jour-là, la valeur de c pour l'observateur A était d'environ 0,1479, moyenne entre 0,1587 et 0,1372. Enfin, si l'on prend la moyenne entre les trois valeurs de c fournies par l'observateur A, on trouve à peu près 0,12; c'est cette valeur que nous avons utilisée dans nos premiers tableaux.

Quant à la différence des valeurs de c fournies par le deuxième et le troisième tableau, on doit l'attribuer à la variabilité de c pour le même individu à des intervalles un peu éloignés, mais peut-être en partie aussi à une différence d'éclat dans les bougies qui ont servi aux expériences.

Dans ce cas la différence entre le c du premier tableau et celui des deux derniers pourrait tenir en partie à la même cause, et aussi en partie, selon toute probabilité, à une différence personnelle.

Quoi qu'il en soit, on voit que *c* est assez petit, mais possède pourtant une valeur parfaitement appréciable et mesurable, et nullement à négliger dans les calculs. On voit aussi que *c* varie entre des limites très-étendues, puisqu'il peut devenir deux, trois et peut-être même dix fois plus grand que sa valeur minimum (*).

On trouve dans Fechner que la lumière propre à l'œil est égale à l'éclairement d'un écran de velours noir produit par une bougie placée à environ 9 pieds de distance. On part de cette expérience que l'ombre d'un corps opaque, projetée sur le même écran, disparaît lorsque la bougie est à environ 87 pieds d'éloignement, ce qui revient à dire qu'à ce moment l'œil ne perçoit plus la lumière renvoyée par l'écran. Comme d'après la loi de Weber un accroissement d'excitation, pour être perçu, doit être de $^1/_{100}$ de l'excitation totale, il s'ensuit que la lumière renvoyée par l'écran, au moment où elle cesse d'être perçue, serait un centième de la lumière propre de l'œil. Celle-ci, étant 100 fois plus grande, serait donc égale à l'éclairement de l'écran de velours obtenu par une bougie dix fois plus rapprochée, c'est-à-dire, placée à la distance de 8,7 pieds (**). Nous ferons remarquer, entre autres doutes sérieux que l'on peut émettre sur la portée de cette expérience, que cette quantité devrait être beaucoup trop forte, car, nous venons de le voir, plus les excitations sont faibles, plus leur différence doit être grande pour être aperçue.

Confirmation générale de la formule de la sensation et construction d'une échelle des sensations.

Nous savons, par ce qui précède, que l'on peut produire des anneaux concentriques qui paraissent à l'œil avoir des teintes parfaitement graduées. Étant données deux limites, l'une déterminée par une première circonférence autour du centre de rotation,

(*) Cf. p. 22 sqq.
(**) Fechner, *op. cit.*, t. I, p. 167.

l'autre par une circonférence plus éloignée, et toutes deux d'une teinte déterminée, l'intérieure plus claire, l'extérieure plus obscure, on peut se proposer d'y insérer un nombre donné d'anneaux d'égale épaisseur, parfaitement gradués entre eux, ainsi que par rapport aux limites.

Un cas particulier du problème, c'est de donner à la circonférence intérieure un éclat correspondant à 360° et à l'extérieure un éclat nul.

Le problème sera plus général encore, si l'on se propose d'insérer, entre ces deux limites 360° et 0, un nombre infini d'anneaux égaux parfaitement gradués, ce qui revient à obtenir une figure lumineuse où la lumière va en se dégradant d'une manière continue et uniforme.

Le problème sera tout à fait général si les deux limites sont zéro et l'infini.

Si nous imaginons un rayon partant du centre et se prolongeant jusqu'à la limite extérieure, on pourra diviser ce rayon, depuis la limite intérieure jusqu'à la limite extérieure, en parties égales numérotées et compter sur lui les sensations à partir du cercle extérieur. Ce rayon nous le nommons *échelle des sensations*. Si maintenant on compte les degrés de l'arc lumineux qui produit une sensation déterminée, on aura l'excitation correspondante. Et si l'on trace les arcs des excitations à partir du rayon et toujours du même côté, la série continue de leurs extrémités forme une courbe que nous appelons *courbe des excitations*.

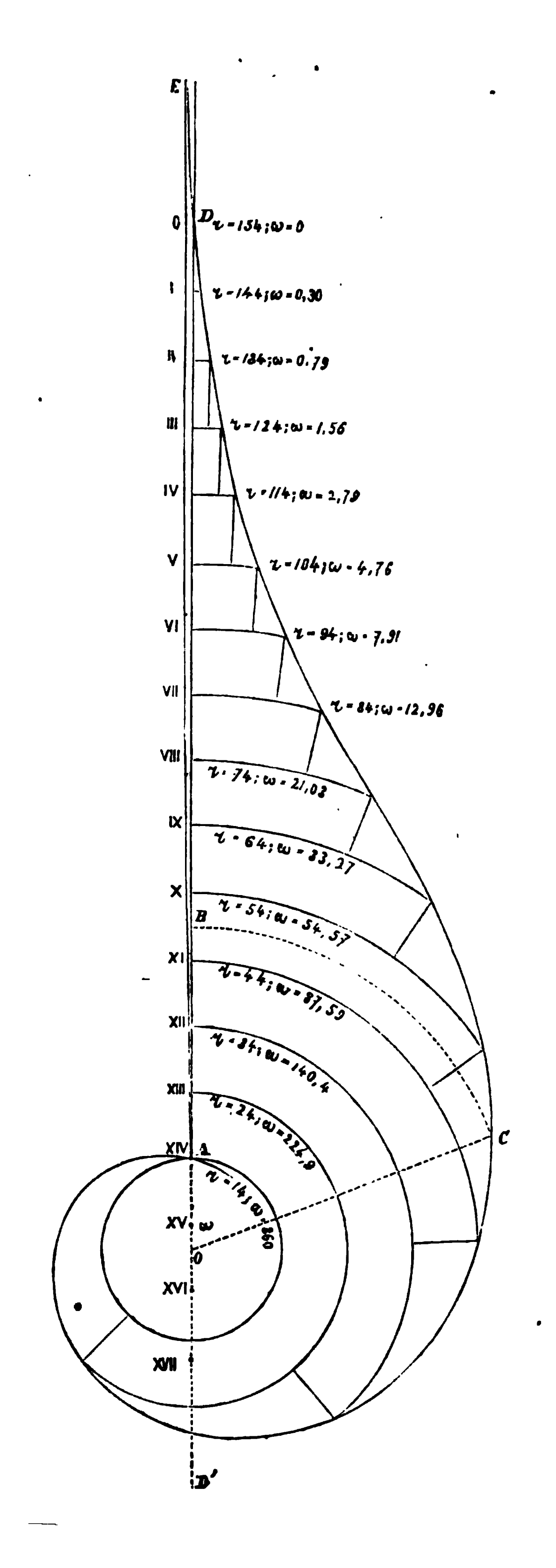
Proposons-nous de chercher l'équation de cette courbe.

Nous avons

$$s = \log \frac{c + \delta}{c} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \text{(B)}$$

Mais s est maintenant une fonction de r, c'est-à-dire du rayon partant de O et s'arrêtant à un point quelconque B de la droite OD. De plus, à mesure que r croît, s décroît, et l'accroissement de l'un comme le décroissement de l'autre a lieu en progression arithmétique, puisque nous demandons que la sensation décroisse d'une manière uniforme le long de ce rayon. On peut donc poser :

$$s = f(r) = k' - mr.$$


E
0
D r = 154; ω = 0
I
r = 144; ω = 0,30
II
r = 134; ω = 0,79
III
r = 124; ω = 1,56
IV
r = 114; ω = 2,79
V
r = 104; ω = 4,76
VI
r = 94; ω = 7,91
VII
r = 84; ω = 12,96
VIII
r = 74; ω = 21,08
IX
r = 64; ω = 33,27
X
r = 54; ω = 54,57
B
XI
r = 44; ω = 87,59
XII
r = 34; ω = 140,4
XIII
r = 24; ω = 224,9
XIV
A
r = 14; ω = 360
C
XV
ω
0
XVI
XVII
D'

Dans le second membre de l'équation (B) il faut remplacer maintenant δ par ω, ω étant l'angle que fait avec la droite OD le rayon partant de O et aboutissant à l'extrémité C de l'arc d'excitation BC (il ne faut pas oublier que cet arc est toujours évalué en degrés). L'équation (B) devient donc :

$$k' - mr = \log \frac{c + \omega}{c} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (1)$$

Cette équation contient deux constantes à déterminer : k' et m. Ces deux constantes sont arbitraires et dépendent du rayon OA de la limite intérieure, et du rayon OD de la limite extérieure, limites que l'on peut fixer à volonté.

L'équation (1) passe par les transformations suivantes :

$$e^{k'} . e^{-mr} = 1 + \frac{\omega}{c} ;$$

$$\frac{\omega}{c} = e^{k'} . e^{-mr} - 1 ;$$

$$\omega = ce^{k'} e^{-mr} - c.$$

Posons $ce^{k'} = k$; l'équation précédente devient :

$$\omega = ke^{-mr} - c \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (B')$$

Pour $r = 0$, on a : $\omega = k - c$;

pour $r = \frac{1}{0}$, on a : $\omega = -c$;

pour $\omega = 0$, on a : $r = \frac{1}{m} \log \frac{k}{c}$.

Nous avons construit une semblable figure en carton pour les expériences qui vont suivre (*). Nous nous sommes donné : $c = \frac{1}{2}$; $\omega = 360°$ pour $r = 14$ millimètres; $\omega = 0$ pour $r = 154$ millimètres. Mettant ces valeurs dans l'équation (B') il vient :

$$360° = ke^{-14m} - \frac{1}{2};$$

$$0° = ke^{-154m} - \frac{1}{2};$$

(*) La gravure représente ce carton avec une réduction d'environ $^1/_{10}$.

ou bien :

$$\frac{721}{2} = ke^{-14m};$$

$$\frac{1}{2} = ke^{-154m}.$$

Divisant ces deux équations l'une par l'autre pour éliminer k, on a :

$$721 = e^{140m};\ 140\,m = \log 721.$$

Dans cette dernière équation les logarithmes sont népériens; il faut donc multiplier les logarithmes décimaux par le logarithme népérien de 10, qui est 2,30259. Il vient de cette façon :

$$140\,m = 2.30259 \times 2.85794; \quad \text{d'où} \quad m = 0,47.$$

Remplaçant m par cette valeur dans l'une des équations précédentes, on aura celle de k. On trouve de cette façon :

$$\frac{721}{2} = ke^{-0.658};\ k = \frac{721}{2}e^{0.658} = 695,7$$

Donc l'équation de notre courbe est la suivante :

$$\omega = 695,7\,e^{-0,047\,r} - \frac{1}{2},$$

équation où ω est un nombre de degrés, et r un nombre de millimètres.

Si donc nous comptons les sensations à partir de $r = 154^{mm}$, $\omega = 0$, et si nous les numérotons, 0, I, II, III, etc., de centimètres en centimètres nous formerons l'échelle suivante :

ORDRE des sensations.	VALEURS de r en millimètres.	VALEURS de ω en degrés et centièmes.
0	154	0
I	144	0,50
II	134	0,79
III	124	1,56
IV	114	2,79
V	104	4,76
VI	94	7,91
VII	84	12,96
VIII	74	21,03

ORDRE des sensations.	VALEURS de r en millimètres.	VALEURS de ω en degrés et centièmes.
IX	64	33,97
X	54	54,57
XI	44	87,59
XII	34	140,4
XIII	24	224,9
XIV	14	360
XV	4	576,1
XVI	—6	921,7
XVII.	—16...	1474,6.....

Les rayons négatifs se comptent dans la direction OD′. Les résultats précédents montrent que la courbe, à partir du moment où elle a atteint le point A, prend une figure spiriforme de plus en plus marquée, et que les tours de spire deviennent de plus en plus nombreux dans un espace donné, d'un centimètre de large par exemple. Ainsi il y en a un dans l'espace compris entre $r = 4$ et $r = -6$; deux dans l'espace compris entre $r = -6$ et $r = -16$, et ainsi de suite. La courbe se rapproche du centre O qu'elle atteint quand $r = 0$, et que par conséquent $\omega = 695,5$ degrés, correspondant à la sensation XV et 4 dixièmes; et elle s'en éloigne ensuite à l'infini pour $r = -\frac{1}{0}$. Enfin du côté de D, pour des valeurs imaginaires de δ ou de ω négatives, elle peut se poursuivre théoriquement au delà du point D, couper la ligne OD, et avoir pour asymptote la droite OE, qui fait un angle $\omega = c = \frac{1}{2}$ avec la droite OD.

On a vu par le théorème II que, pour des accroissements de sensation égaux, les accroissements d'excitation suivent une progression géométrique. Ici la raison de cette progression, quand les sensations se comptent de centimètres en centimètres sur l'échelle des sensations, est de 1,60 ou plus exactement 1,5995. Si, au contraire, on compte les sensations par 5 millimètres, la raison est 1,265. Enfin, si on les compte par millimètres, la raison est 1,057.

C'est pour des considérations tirées de l'emploi de l'appareil dont nous nous servions que nous avons fixé l'excitation 360° à une distance de 14 millimètres du centre (*). Il eût été plus ration-

(*) Comme on va le voir, le cercle intérieur servait au bouton d'attache.

nel, du moment qu'on voulait dresser une échelle proprement dite, de mettre au centre l'excitation $\omega = 360°$, et à une limite déterminée en centimètres l'excitation 0. Si, par exemple, on fixe la sensation 0 pour $r = 150$ millimètres, il vient la série suivante:

$r = 150$,	$\omega = 0$;	$r = 80$,	$\omega = 10,58$;	$r = 10$,	$\omega = 232,06$;
$r = 140$,	$\omega = 0,27$;	$r = 70$,	$\omega = 16,52$;	$r = 0$,	$\omega = 360$;
$r = 130$,	$\omega = 0,70$;	$r = 60$,	$\omega = 25,92$;	$r = -10$,	$\omega = 558,54$;
$r = 120$,	$\omega = 1,36$;	$r = 50$,	$\omega = 39,70$;	$r = -20$,	$\omega = 866,40$;
$r = 110$,	$\omega = 2,39$;	$r = 40$,	$\omega = 61,84$;	$r = -30$,	$\omega = 1343,58$;
$r = 100$,	$\omega = 3,98$;	$r = 30$,	$\omega = 96,18$;	$r = -40$,	$\omega = 2087,1$;
$r = 90$,	$\omega = 6,45$;	$r = 20$,	$\omega = 149,42$;	etc.	

Les raisons des accroissements dans cette série sont, par centimètres, 1,554; par 5 millimètres, 1,217; par millimètres, 1,045.

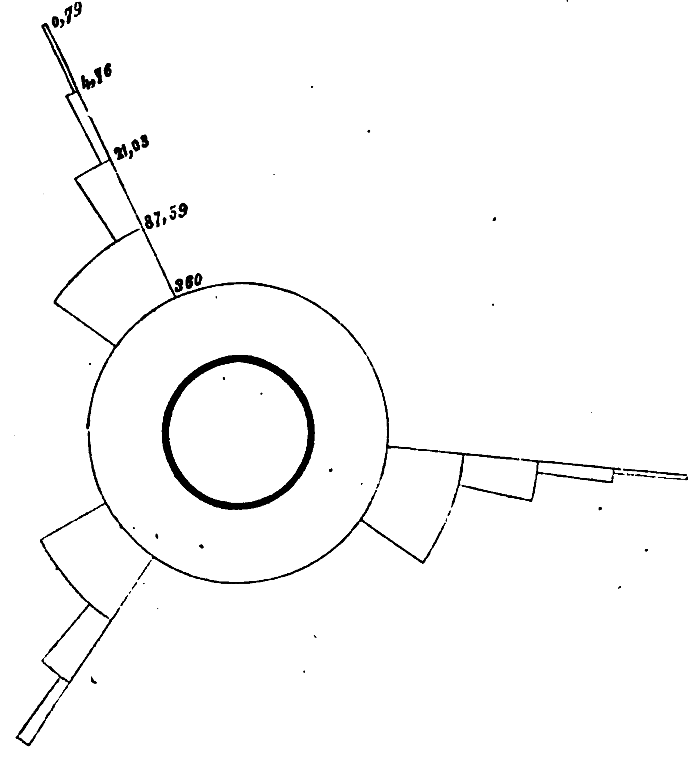
Une dernière remarque. Quand r est en dessous de la valeur OA, ω est supérieur à 360° et atteint rapidement des valeurs de plusieurs circonférences entières. Pour réaliser expérimentalement ces conditions, à première vue impraticables, il suffirait d'augmenter la lumière dans de certaines proportions et de modifier la courbe en conséquence. Un arc de 400° éclairé par une lumière déterminée, est égal en éclat à un arc de 200° éclairé par une lumière double, ou à un arc de 100° éclairé par une lumière quadruple.

Expériences. Si l'on découpe un carton d'après la formule précédente, et qu'on l'attache à l'appareil tournant, après avoir caché le cercle central par un cercle en velours noir, quand on le fait tourner devant la caisse noire, on obtient une belle figure lumineuse dont les teintes vont en s'affaiblissant d'une manière insensible du centre noir vers la circonférence. Si la lumière devient très-forte, la partie extérieure de cette figure s'éclaire proportionnellement plus que la partie centrale. L'inverse a lieu quand la lumière s'affaiblit.

Au lieu d'une figure de dégradation continue, on peut, en taillant les bords du carton, soit de millimètres en millimètres, soit de centimètres en centimètres, comme le marque la figure, soit d'après toute autre proportion, obtenir une série d'anneaux con-

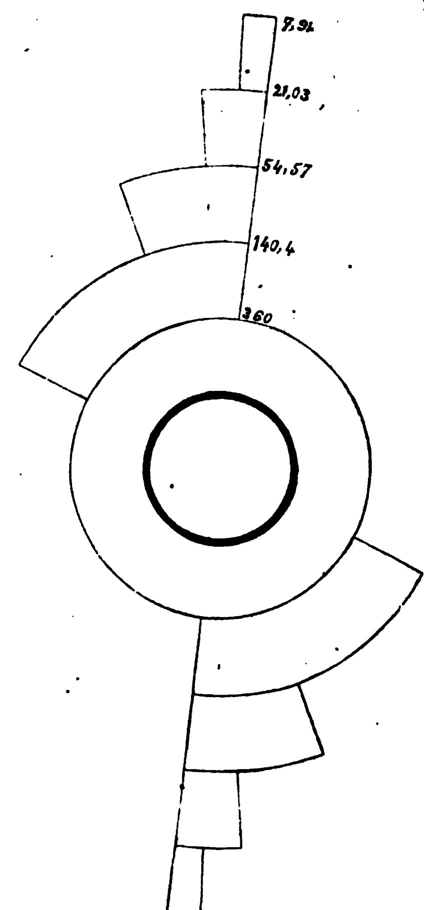
centriques plus ou moins nombreux, qui vont en s'assombrissant uniformément.

Mais ce n'est pas là la manière la plus commode de vérifier la propriété de la figure. En effet, il faut, pour produire des anneaux d'une lumière bien pure et bien égale, donner à l'appareil un mouvement de rotation extrêmement rapide, et qui est presque toujours insuffisant pour l'extrémité. Il est plus commode alors de répartir les nombres fournis par la figure sur des espèces d'étoiles à plusieurs bras, taillés eux-mêmes en échelons, de manière que



la somme des arcs respectifs d'un même anneau corresponde exactement à l'arc de l'échelle. Nous donnons au recto et au verso de cette page deux modèles de ces sortes de figures.

Nous devons ici mentionner un fait remarquable et qui confirme la loi exprimée dans l'échelle. Nous avions découpé un carton à sept anneaux, correspondant aux nombres 360°; 140,4; 54,6; 21; 7,9; 2,8 et 0,8. Or, par une erreur de tracé, nous avions mis un degré en moins à l'anneau 7,9. Tout le monde, d'un avis unanime trouvait cet anneau trop sombre, et nous en étions consterné. Nous reprenions nos chiffres et nos calculs, et nous les trouvions exacts. Ce n'est qu'en remesurant notre tracé que nous avons découvert l'erreur. Une fois cette erreur corrigée, le jugement de tous se montra de nouveau satisfait.



Ceci nous a conduit à une expérience de vérification concluante. Après avoir découpé de minces secteurs circulaires d'un tiers de degré, d'un demi-degré, d'un degré, nous les fixions en même temps que notre figure à l'appareil tournant. L'harmonie des teintes était aussitôt détruite plus ou moins gravement, surtout vers la périphérie. Un seul degré affectait déjà plus de la moitié des anneaux — et une surcharge de trois degrés troublait complétement l'harmonie des anneaux du centre.

On peut se demander aussi quel effet produit une figure construite d'après une autre formule. Nous avons découpé un carton où les excitations décroissaient d'une manière continue proportionnellement à l'accroissement du rayon. Ce carton, mis en rotation, se décomposait à la vue en deux ou trois zones indécises, l'intérieure très-grande, d'un éclat uniforme, une autre excessivement étroite vers le bord et très-obscure, et la troisième, intermédiaire, un peu moins étroite, et se fondant dans ses deux voisines. Nous avons encore découpé un carton où les excitations décroissaient à partir du centre d'une manière discontinue et régulière, mais non conformément à la formule; un phénomène analogue se produisait : plusieurs anneaux paraissaient avoir des teintes à peu près égales; puis à ceux-ci succédaient une série d'anneaux qui, à peu près égaux entre eux pour la teinte, différaient notablement des premiers, et ainsi de suite. C'est là une confirmation négative de la formule.

Il est maintenant facile de reproduire au moyen de notre figure toutes les expériences précédentes. Car pour trouver trois anneaux gradués, étant pris arbitrairement l'anneau moyen, les anneaux intérieur et extérieur sont situés sur la figure à la même distance du premier. Soit, par exemple, donné l'anneau moyen 87°,50, correspondant au rayon de 44^{mm} et à la sensation XI, si partant du point marqué de ce chiffre on porte la même ouverture arbitraire de compas de part et d'autre sur la droite OD, on détermine deux anneaux d'un éclat tel que l'éclat du premier leur est intermédiaire. Or, si l'on produit au moyen de notre appareil primitif aux cartons mobiles les anneaux correspondant aux nombres de degrés ainsi déterminés, et si on les donne à comparer, tout le monde, presque sans exception, les jugera parfaitement gradués.

Telle est la vérification *à posteriori* de la formule $s = \log \frac{c+\delta}{c}$.

Avant de passer à un autre sujet, rappelons ce que nous disions dans les premières pages de ce mémoire. Pour fonder une physique des phénomènes internes, il faut arriver à leur appliquer

une mesure ; il faut arriver à pouvoir dire, par exemple, que telle sensation est double, triple, la moitié d'une autre. Cette question est maintenant résolue, sauf erreur, au moins pour les phénomènes de sensation de lumière blanche. Ainsi, si nous nous reportons à notre échelle, la sensation VI est double de la sensation III, triple de la sensation II, sextuple de la sensation I, la moitié de la sensation XII, etc.

Un premier pas serait donc fait qui permettrait de remonter à la cause de cette sorte de sensation, et peut-être de la sensation en général. Notre but n'est pas pour le moment d'aller plus loin. Nous ferons seulement observer que la loi $s = \log \frac{c+\delta}{c}$ ne permet pas de considérer δ ou l'excitation, censée proportionnelle à la modification organique, comme la cause directe et immédiate de la sensation. Cette loi se rapproche par sa formule et sa portée de la loi de Newton sur le refroidissement. De part et d'autre il faut placer la cause du phénomène dans une rupture d'équilibre.

Ajoutons une dernière remarque. Cette loi, dont on est redevable à Weber, avait cependant été implicitement découverte avant lui, et, pour ainsi dire, dès l'antiquité, pour des phénomènes du même ordre. En effet la science acoustique nous apprend que la hauteur d'un son, que le ton est proportionnel au logarithme du nombre des vibrations imprimées à l'air dans un temps donné (*). Cette coïncidence est extrêmement curieuse en ce que précisément le son est un phénomène senti comme l'intensité de lumière. De plus, la qualité du ton n'est percevable qu'entre certaines limites, et le jugement sur les différences de tonalité n'est délicat que dans une région moyenne renfermée entre ces

(*) Comparer FECHNER, *Op. cit.* t. II, p. 163 *sqq.* On n'exprime pas ordinairement cette loi d'acoustique de cette façon. On se contente de faire remarquer que le ton croît d'une octave quand le nombre de vibrations est double, de deux octaves, quand ce nombre est quadruple, etc. Voir une Note publiée par nous dans les *Bulletins* de l'Académie (tome XXI) *Sur la détermination rationnelle des nombres de la gamme chromatique.* Nous cherchons à y démontrer que ces nombres constituent une progression géométrique altérée de manière à fournir des rapports rationnels, les uns entiers, les autres fractionnaires, entre ses termes.

limites. Enfin de même que la lumière doit avoir une certaine intensité pour se détacher sur le fond à certains égards lumineux de l'œil, et être perçue, de même il faut que le son ait une certaine hauteur pour se détacher sur le fond sonore et grave de l'oreille (*).

Nous ne pousserons pas plus loin la comparaison; il nous suffit d'en avoir mis la portée en relief.

Nous allons aborder maintenant la seconde partie de notre travail, la partie la plus courte, et en même temps la plus faible, celle où nous chercherons à confirmer expérimentalement la loi de l'épuisement.

EXPÉRIENCES RELATIVES A L'ÉPUISEMENT.

Comme nous l'avons dit plus haut, la formule de l'épuisement nous a paru rétive à l'expérimentation.

Nous savons en gros que le sentiment de l'épuisement est dans un certain rapport avec le travail produit, lequel est censé proportionnel à la force dépensée. Pour trouver la relation qui unit ces deux quantités, il est nécessaire de dresser une double échelle. Il y a deux façons de l'établir. D'abord on peut faire croître en progression arithmétique le travail effectué, et noter en regard la fatigue correspondante; ou bien, on peut se proposer de faire croître la fatigue en progression arithmétique, et écrire en face le travail correspondant.

La première méthode nous a paru impraticable. Sans doute, il n'est pas difficile de faire croître le travail en progression arithmétique, il suffit pour cela d'élever régulièrement un poids donné à une hauteur donnée. Mais ce qui est difficile, c'est d'évaluer la

(*) Sur ce point nous ne sommes pas d'accord avec Fechner. Cf. *Op. cit.* t. II, pp. 271, 7, et aussi t. I, p. 165. Voir plus haut, p. 28 *sqq*.

fatigue correspondante. Le sens intime constate en gros que la fatigue croît rapidement, mais il ne va pas au delà de cette observation imparfaite.

La deuxième méthode nous a paru, au contraire, justiciable de l'expérimentation. Si nous ne pouvons pas comparer d'une façon précise deux fatigues inégales, ni dire si l'une est double ou triple de l'autre, nous pouvons jusqu'à un certain point comparer des fatigues ou efforts égaux. Ainsi celui qui lancerait deux cailloux de volumes différents à la même distance, dirait parfaitement qu'il lui a fallu faire plus d'effort pour l'un que pour l'autre, mais ne pourrait évaluer en nombres le résultat de la comparaison ; tandis que le même individu pourrait faire à la rigueur approximativement le même effort pour lancer l'un et l'autre caillou.

Cette égalité d'effort, nous avons pensé qu'on l'obtient le plus approximativement possible chaque fois que l'on fait le maximum d'effort. Ainsi, pour reprendre l'exemple cité plus haut, c'est un fait d'expérience que celui qui lance le même caillou le plus loin possible, le lance, en général, toutes circonstances égales d'ailleurs, à peu près à la même limite.

C'est là notre hypothèse fondamentale.

Soit donc un ressort à déformer — nous nous sommes servi pour nos expériences d'un dynamomètre Regnier — et chargeons la personne soumise à l'expérimentation de déformer le ressort le plus possible, et plusieurs fois de suite; il est évident *à priori* que les chiffres amenés auront une tendance marquée à décroître. Cette personne amènera, par exemple, d'abord le chiffre 100, puis le chiffre 90, puis le chiffre 81, et ainsi de suite. La fatigue, par hypothèse, aura crû de quantités toujours égales; le travail, au contraire, aura crû de quantités de plus en plus petites. On aura ainsi une double série de nombres qui permettra de vérifier la loi. Mais combien la pratique vient apporter de trouble dans les prévisions de la théorie, et bouleverser cette décroissance *à priori* si rationnelle!

Nous avons fait des milliers d'expériences inutiles, parce que nous avions négligé des précautions reconnues ensuite comme essentielles.

C'est ainsi d'abord que nous nous sommes convaincu qu'il était indispensable de rhythmer aussi régulièrement que possible tous les mouvements des bras et des mains, pour que l'effort se reproduise dans des conditions et positions identiques.

Il faut ensuite que l'expérimentateur soit exercé à la manœuvre. En effet chez les uns les mains se blessent, et cette circonstance fait descendre rapidement la série; ou, quand ils modifient la position des mains, la série change brusquement de caractère. D'autres acquièrent plus ou moins promptement l'habitude de l'instrument, et la série, au lieu de décroître, croît pendant un certain temps.

Enfin il faut procéder avec une certaine rapidité sans quoi les résultats sont viciés par deux causes perturbatrices opposées. D'un côté le corps se fatigue à la suite d'une station prolongée et d'une immobilité relative; de l'autre intervient le phénomène de la réparation des forces, par lequel l'organisme entier délivre aux bras de nouvelles forces puisées dans le réservoir commun. Cette dernière cause perturbatrice ne peut, on le conçoit, s'éliminer complétement. Quelle que soit la rapidité avec laquelle on procède, il y a nécessairement, entre les deux épreuves, un intervalle, si court qu'il soit, pendant lequel on se repose et l'on reprend des forces. Cette cause se fait surtout sentir quand, pour une raison ou pour une autre, on a amené un chiffre trop faible; on se relève alors tout d'un coup et l'on remonte presque au chiffre du point de départ.

Ces précautions générales prises, on n'en a pas fini avec toutes les difficultés.

D'abord qu'est-ce que l'effort maximum? Il y a sans doute une limite que l'effort ne peut dépasser, mais on s'arrête toujours forcément en deçà de cette limite, de sorte qu'on s'en approche tantôt plus, tantôt moins. Tantôt, quand on pourrait amener 100, on n'amène que 95; et une autre fois, on amène 99. De là une série telle que celle-ci, par exemple : 100, 94, 90, se transforme en la suivante : 95, 93, 85. Il en résulte que la série, au lieu de décroître d'une façon continue et régulière, présente des ralentissements, des arrêts, et parfois des rebroussements.

Puis il faut tenir compte de l'énergie morale. La volonté peut mollir ou s'exalter : parfois elle rassemble toutes les forces de l'organisme en un suprême effort; et après s'être traîné longtemps dans les 30 et les 20, on remonte aux 50 et aux 60.

Il y a à cet égard des différences personnelles remarquables. Nous inscrivons ici sous la rubrique *Expérimentateur A* trois des séries (d'ailleurs toutes du même caractère) fournies par notre servante. C'est une Ardennaise, laborieuse, active, très-forte et infatigable; seulement ne lui demandez pas une rapidité ou un effort exceptionnels; elle ne pourrait vous les donner. Elle va d'un pas mesuré et uniforme, mais indéfiniment. En un mot elle est habituée à régler sa dépense de force sur la faculté réparatrice, et peut ainsi dépenser uniformément pendant une très-longue période de temps. Aussi voyez quelles séries elle nous a données!

EXPÉRIMENTATEUR A.

I.					II.									III.		
50	55	55	50	50	53	50	49	43	37	50	47	43	35	64	58	48
50	47	55	49	45	46	47	47	45	38	45	47	44	42	62	55	47
49	52	53	46	44	51	47	38	47	36	43	49	43	45	60	54	48
51	53	55	53	49	49	48	45	44	42	47	45	42	47	55	52	50
53	52	53	42	46	50	45	37	59	44	47	44	45	47	58	54	47
56	53	55	39	47	55	46	44	40	41	47	39	42	47	58	45	50
59	52	52	58	47	53	44	46	47	41	52	45	45	45	62	53	50
55	55	53	50	47	54	52	47	44	44	49	48	50	47	61	53	51
56	50	52	50	51	53	51	46	40	46	49	47	43	47	61	47	
57	53	51	53	46	51	51	44	39	37	50	47	38	40	60	47	
60	54	53	50	43	51	51	41	42	45	45	47	46		60	52	
54	55	53	47	55	52	49	45	37	41	46	49	41		60	47	
51	51	55	47	41	52	45	46	36	43	49	46	42		59	48	
53	55	53	47	51	55	49	43	34	43	42	44	39		57	46	
54	53	53	50	49	55	47	42	30	44	48	49	37		60	49	
52	50	48	45	48	53	46	49	29	45	45	42	42		57	50	
50	55	48	49	58	54	44	41	35	44	50	46	38		58	45	
49	53	49	44		51	45	39	30	50	47	49	45		55	54	
50	53	45	49		50	49	49	39	44	50	49	39		57	46	

La seconde se compose de 162 nombres, et c'est à peine si l'on y constate de la défaillance. La moyenne des cinq premiers est 49, 8, et celle des cinq derniers, 45, 2. Cette longue épreuve ne

l'avait donc pas épuisée. Nous ne doutons pas que beaucoup d'ouvriers, principalement de ceux qui sont astreints à un travail corporel pénible et continu, les terrassiers, les paveurs, les messagers, etc, ne fournissent des séries analogues.

Combien différentes sont les deux seules séries obtenues par l'expérimentateur B, personne très-âgée. Elles décroissent rapidement et l'on observe qu'elle arrive en peu de temps à un état voisin de l'anéantissement. Il en est de même de la série de C, malgré ses soubresauts qui manifestent trois périodes, une d'énergie très-grande, mais gauche, une de mollesse relative, une troisième et dernière d'énergie. Des observations semblables pourraient être faites à l'occasion de la série de D.

La série de E, de son côté, révèle un caractère intermédiaire entre les séries de A et celle de B, c'est-à-dire, la décroissance est manifeste, mais moins rapide.

Ce peu de mots suffit pour faire voir que chaque série revêt une physionomie particulière qui reflète les dispositions momentanées ou permanentes de l'observateur.

EXPÉRIMENTATEURS B, C, D, E.

B.		C.	D.		E.	
I.	II.	72	79	39	69	43
		77	67	35	69	47
26	30	77	67	37	65	49
25	29	57	61	34	63	44
20	24	67	61	32	61	50
18	21	56	49	29	58	35
15	18	53	44	28	50	45
15	15	60	41	33	56	46
12	13	58	45	28	60	44
10	11	55	45	25	58	45
8	8	54	38	29	54	37
5	9	52	42	29	50	34
	4	50	36	22		
		45	29			
		43				

En étudiant de cette façon et séparément la physionomie de chaque série, nous avons été conduit à une remarque capitale:

c'est que, au delà d'une certaine limite, l'épuisement devient sensiblement uniforme et constant ; et l'on fournit des fins de séries en tout semblables aux séries de A.

Parmi les séries nombreuses que nous avons obtenues de beaucoup d'expérimentateurs, que nous ne pouvons assez remercier pour leur complaisance, nous en notons trois de D dont la dernière comprend près de 550 chiffres et une de F. Elles suffisent pour confirmer cette remarque que l'on peut faire à propos de toutes les séries de quelque étendue.

Expérimentateurs D et F.

D.																F.
I.	II.			III.												
79	63	36	23	85	68	52	45	52	36	59	54	52	44	47	34	30
67	60	35	23	86	66	57	43	52	57	47	42	49	46	50	39	29
67	61	31	23	80	67	48	46	50	55	43	46	52	56	51	38	25
61	55	31	22	82	64	57	52	49	51	46	47	49	55	42	46	24
61	55	35	20	80	58	52	46	53	49	48	44	48	53	36	47	22
49	53	35	17	79	61	49	46	53	57	44	44	46	45	43	47	21
44	52	37	22	71	55	51	43	52	51	47	46	39	48	47	47	18
41	50	32	20	82	60	51	48	50	56	42	47	45	55	41	41	18
45	49	30	14	82	61	50	48	51	54	48	45	48	53	42	40	18
45	50	32	20	65	57	50	45	48	50	49	54	47	49	46	41	15
38	48	29	22	72	60	50	47	49	46	49	48	39	44	45	38	14
42	46	27	18	65	56	54	52	53	49	51	44	47	53	41	43	14
36	51	32	22	71	62	46	52	47	46	55	47	41	52	42	43	13
29	45	27	20	62	60	47	54	53	48	52	47	44	48	40	42	15
39	44	27	22	72	55	53	51	45	51	41	47	47	44	45	35	12
35	44	28	19	65	62	52	49	44	50	47	48	47	40	45	46	11
37	38	28	21	68	65	47	54	51	43	44	50	51	45	44	45	12
34	46	31	22	65	62	50	53	47	49	50	43	51	47	38	47	13
32	42	29	20	66	58	43	51	50	51	48	48	51	46	49	49	11
24	42	28	18	68	57	51	52	50	54	48	47	54	51	43	49	11
28	42	29	19	69	55	51	57	44	52	43	46	58	47	43	39	11
33	46	31	18	64	52	55	54	45	49	53	40	56	45	45	41	12
28	40	28	21	64	52	52	53	45	47	53	48	54	43	38	37	10
25	34	27	23	64	57	44	50	47	46	43	47	48	46	42	37	10
29	40	26	21	66	54	51	54	46	46	46	47	34	50	39	37	8
29	40	28	21	64	56	45	48	39	42	47	46	52	44	40	44	9
22	34	28	15	64	51	44	50	45	51	45	48	50	48	44	42	9
	34	29	18	60	51	46	45	44	47	45	41	50	42	42		

Il semble donc que la nature, quand elle s'aperçoit que les forces s'épuisent, impose rigoureusement l'économie; et, sans recourir à des métaphores spécieuses, comme c'est à la volonté qu'on fait appel pour produire l'effort musculaire maximum, on conçoit sans peine que, la force diminuant, la volonté elle-même manque de force pour donner des ordres vigoureux. Elle est comme un moribond qui cède à toutes les exigences parce qu'il n'a plus l'énergie nécessaire pour y résister; il le désirerait, mais ne peut plus le vouloir. Voilà pourquoi, dans la suite, pour démontrer définitivement la formule, nous nous sommes contenté de séries de cinq nombres.

Là ne s'arrêtent pas les difficultés de la méthode. On croirait peut-être qu'avec un grand nombre de séries de toute nature on pourrait construire des moyennes. Illusion! Nous avions inscrit dans une colonne verticale tous les nombres amenés depuis 90 jusqu'à 4, et sur une ligne horizontale, en face de chacun d'eux, nous avions indiqué tous les nombres qui l'avaient suivi dans les différentes séries. Par exemple, le nombre 40 avait été suivi des nombres 36, 41, 42, 41, 38, 34, 36, 30, 37, 38, 38, 40, 41, 33, 35, 40, 35, 40, 34, 40, 35 — moyenne 38.3. Il semble, à première vue, que ce procédé puisse être suivi. Cependant le nombre 44 se trouvait, par exemple, suivi des nombres 35, 48, 47, 42, 40, 47, 47, 44, 40, 44, 41, 46, 53, 43, 40, 37 — moyenne 43.4; résultat peu en harmonie avec le précédent. C'est que, pour rencontrer une fois un nombre donné, il faut compulser un grand nombre de séries. Or, chez tel expérimentateur, ce nombre est en tête de la série et suivi de nombres beaucoup plus bas; chez d'autres, ce nombre tombe dans la période de mollesse et est suivi de nombres relativement élevés. Tel nombre ne se trouve jamais que dans les périodes de mollesse; tel autre dans les périodes d'énergie. Pour arriver, par cette méthode, à des moyennes probables, il faudrait qu'un même expérimentateur, opérant toujours dans les mêmes conditions, c'est-à-dire commençant à peu près par les mêmes nombres, se livrât à cet exercice plusieurs heures tous les jours, pour fournir un nombre très-considérable de séries comparables; il faudrait que chaque

nombre eût été amené au moins une cinquantaine de fois dans des circonstances à peu près semblables.

De cette façon même oserait-on se servir de ces moyennes? C'est douteux. Comment oser comparer, par exemple, les trois séries schématiques et régulières suivantes qui renferment toutes trois les nombres 100 et 80?

100,	80,	64,	50.					
100,	90,	80,	72,	66,	60,	55		
100,	95,	91,	87,	83,	80,	77,	75.	

Jusqu'à quel point pourrait-on dire que la moyenne après 100 est $\frac{1}{3}(80 + 90 + 95) = 88, 3$; et que la moyenne après 80 est $\frac{1}{3}(64 + 72 + 77) = 71$? Nous ne savons si le calcul dés probabilités pourrait aborder une question aussi délicate.

Mais combien la question est plus épineuse encore quand on accepte les chiffres réels, lorsque les nombres sont, par exemple, les suivants pris dans des séries, pourtant presque régulières, provenant de la même personne :

86;	85;	84;	82;	80,5;	79,5;	74,5.
50;	54;	49;	45;	44;	42;	40.
64;	60;	58,	58;	56;	55;	53.
63;	60;	61;	55;	55;	53;	52.
79;	67;	67;	61;	61;	49;	44.

Ces séries, obtenues à différents intervalles, appartiennent, pour ainsi dire, à des personnes différentes.

C'est pourquoi nous avons eu recours à une méthode qui nous semble écarter une partie de cette difficulté.

D'abord nous avons cru devoir opérer nous-même. Nous pouvions de cette façon apprécier à l'avance l'énergie que nous mettions à faire le maximum d'effort; nous constations intérieurement les moments de défaillance, et nous rejetions à l'avance toute série dont un des nombres nous paraissait vicié. Comme nous l'avons dit plus haut, nous nous contentions de cinq nombres. Il devenait dès lors évident qu'un nombre trop faible troublait trois des quatre rapports que ces cinq nombres fournissaient. En effet, soient a, b, c, d, e, ces cinq nombres, et supposons

que *c* soit trop faible; les rapports *b* : *c*, et *c* : *d* ne seront plus exacts; d'un autre côté, comme nous l'avons fait voir, *d* a gagné en force ce que *c* avait eu en moins, de sorte que les rapports *c* : *d* et *d* : *e* sont eux-mêmes altérés pour cette cause.

Ensuite nous rejetions encore *à posteriori* toute série qui présentait des anomalies trop sérieuses, bien qué nous ne nous fussions pas aperçu d'une défaillance. Ainsi était écartée toute série où un nombre quelconque était plus fort que le précédent.

De plus nous essayions d'obtenir le même jour, et de préférence le matin, plusieurs séries. Nous avions remarqué en effet qu'après les repas et suivant leur nature, les nombres avaient un tout autre caractère qu'avant; et que toute série un peu longue changeait de physionomie suivant les progrès de la digestion.

Les séries obtenues de la nouvelle manière étaient comparables. Nous mettions un intervalle d'une dizaine de minutes après la production de chaque série. Généralement de cette façon nous obtenions des séries de même figure.

Enfin, si cependant une série s'écartait pour le caractère des séries sœurs, nous la rejetions aussi de ce groupe, et nous la réservions pour un groupe à part.

C'est ainsi que nous avons formé les groupes A, B, C, D, E et F, chacun de trois séries. Quant au groupe G, il se compose de deux séries qui appartenaient primitivement au groupe F, et de deux séries isolées que nous lui avons jointes parce qu'elles présentaient un caractère analogue. Ce groupe est nécessairement suspect, comme nous allons le voir.

D'après le théorème I, page 37, les nombres de ces séries doivent être en progression géométrique. En effet, d'après l'énoncé de ce théorème, pour des accroissements de fatigue égaux, les accroissements de dépense ou de travail suivent une progression géométrique. La fatigue a passé par les phases 0, 1, 2, 3, 4, 5, et le travail produit a été respectivement chaque fois *a*, *b*, *c*, *d*, *e*. Ces derniers nombres doivent donc être en progression géométrique, c'est-à-dire que leurs logarithmes doivent être en progression arithmétique, c'est-à-dire encore, que la différence de ces logarithmes doit être constante.

TABLEAU DES VINGT-DEUX SÉRIES D'EXPÉRIENC

	NOMBRES amenés.	Logarithmes.	Différence des logarithmes.	Différence moyenne	Logarithmes théoriques.	Nombres théoriques.	NOMBRES amenés.	Logarithmes.	Différence des logarithmes.	Différence moyenne	Logarithmes théoriques.	Nombres théoriques.
A	915 840 770 760 720	96142 92428 88649 88081 85731	3714 3779 568 2328	2602	96142 93540 90937 88334 85731	915 862 812 747 720	915 870 800 750 710	96142 93952 90309 87506 85126	2190 3643 2803 2380	2754	96142 93388 90634 87880 85126	915 859 806 765 710
B	970 880 786 740 690	98677 94448 89209 86923 83885	4229 5239 2286 3038	3698	98677 94979 91281 87583 83885	970 891 818 751 690	950 880 803 745 685	97772 94448 90472 87216 83569	3324 3976 3256 3647	3551	97772 94221 90671 87120 83569	950 875 807 743 685
C	885 830 780 740 720	94694 91980 89209 86923 85733	2786 2699 2286 1190	2240	94694 92454 90213 87973 85733	885 840 798 758 720	879 781 735 658 600	94399 89265 86629 81823 77815	5134 2636 4806 4088	4146	94399 90253 86107 81961 77815	879 799 726 660 600
D	885 788 640 505 435	94694 89653 80618 70329 63849	5041 9035 10289 3480	7711	94694 86983 79271 71560 63849	885 741 620 520 435	860 715 630 557 470	93450 85431 79934 74586 67210	8019 5497 5348 7376	6560	93450 86890 80330 73770 67210	860 739 636 547 470
E	840 755 650 595 540	92428 87795 81294 77452 73239	4633 6504 3839 4213	4797	92428 87631 82833 78036 73239	840 752 673 603 540	815 790 675 580 540	91116 89763 82930 76343 73239	2353 6833 6487 3104	4469	91116 86647 82177 77708 73239	815 735 663 599 540
F	740 680 630 615 570	86923 83251 79934 78888 75587	3672 3317 1046 3301	2834	86923 84089 81255 78421 75587	740 693 649 608 570	770 740 645 615 585	88649 86923 80956 78888 76716	1726 5967 2068 2172	2983	88649 85666 82684 79701 76716	770 719 671 627 585
G	825 732 652 608 560	91645 86451 81425 78390 74819	5198 5026 3035 3571	4206.5	91645 87439 83232 79025 74819	825 749 680 617 560	790 650 520 450 410	89763 81291 71600 65321 61278	8472 9694 6279 4043	7121	89763 82642 75520 68399 61278	790 671 569 483 410

AYANT POUR BUT DE VÉRIFIER LA FORMULE $f = \frac{m}{m-\delta}$.

NOMBRES amenés.	Logarithmes.	Différence des logarithmes.	Différence moyenne	Logarithmes théoriques.	Nombres théoriques.	SOMMES DES SÉRIES A, B, C, D, E, F.					
905 895 880 780 720	95655 95124 92428 89209 85733	531 2696 3219 3476	2481	95655 93174 90694 88213 85733	905 855 807 761 720	2735 2605 2390 2270 2150	43696 41581 37840 35603 33244	2115 3741 2237 2359	2613	43696 41083 38470 35857 33244	2735 2575 2425 2283 2150
950 790 730 690 600	97772 89763 86332 82607 77815	8009 3431 3725 4892	4989	97772 92783 87793 82804 77815	950 847 755 673 600	2870 2550 2313 2175 1975	45788 40654 35468 33746 29557	5134 5186 1722 4189	4058	45788 41730 37673 33615 29557	2870 2614 2381 2169 1975
860 823 792 700 625	93450 91540 89878 84510 79588	1810 1667 5363 4922	3465.5	93450 89985 86519 83054 79588	860 794 733 677 625	2604 2434 2307 2098 1945	41564 38632 36305 32181 28892	2932 2337 4124 3289	3168	41564 38396 35228 32660 28892	2604 2421 2250 2092 1945
830 680 590 485 380	91908 83251 77085 68574 57978	8657 6166 8511 10596	8483	91908 83425 74943 66460 57978	830 683 562 462 380	2575 2173 1860 1547 1285	41095 33706 26951 18949 10890	7389 6755 8002 8059	7551	41095 33544 25992 18441 10890	2575 2165 1819 1529 1285
705 617 565 490 425	84819 79029 75205 69020 62839	5790 3824 6185 6181	5495	84819 79324 73829 68334 62839	705 621 547 482 425	2360 2062 1890 1665 1505	37291 31486 27646 22141 17754	5805 3840 5505 4387	4884	37291 32407 27522 22638 17754	2360 2109 1885 1646 1505
790 745 720 690 665	89763 87216 85763 83885 82882	2557 1483 1848 1603	1870	89763 87893 86024 84154 82283	790 757 725 694 665	2300 2165 1995 1920 1820	36173 33546 29994 28330 26007	2627 3552 1664 2323	2541.5	36173 33631 31090 28548 26007	2300 2169 2046 1930 1820
655 526 405 321 298	81624 72099 60746 50651 47422	9525 12353 10195 3229	8551	81624 73073 64523 55972 47422	655 538 442 363 298	570 515 440 400 380	75587 71181 64345 60206 58771	4406 6836 4139 1535	4204	75587 71383 67179 62975 58771	570 517 470 426 380

Les trois premières colonnes verticales de chaque série dans le tableau précédent contiennent les nombres, leurs logarithmes moins la caractérisque, et leurs différences.

Les trois colonnes suivantes contiennent la différence moyenne, les logarithmes théoriques et le nombre théorique, la comparaison est donc facile.

Les séries étant par hypothèse en progression géométrique plus ou moins déguisée, on n'a pas le droit de les additionner. Cependant nous avons cru pouvoir ajouter les nombres qui composaient chacun de six premiers groupes, pour que le lecteur puisse juger des modifications que cette opération amène. Ces séries résultantes sont à la droite du tableau.

Si l'on examine ce tableau, quelques séries frappent par leur régularité, par exemple la seconde du second groupe par excellence(*), et les séries suivantes : la seconde du premier groupe; la première du troisième groupe, la seconde idem, la seconde du quatrième groupe; la première du cinquième groupe, la troisième idem; la première et la troisième de sixième groupe. D'autres, au contraire, frappent par leur irrégularité, surtout la première du premier groupe, la troisième idem, la troisième du troisième groupe, la première du quatrième groupe et toutes celles du groupe G suspect. Cependant toutes ces irrégularités sont inconstantes et affectent tantôt l'une, tantôt l'autre place, tantôt plusieurs places. En un mot, elles semblent se contre-balancer. On peut en donner la preuve.

(*) Si l'on veut, au moyen de la formule (K), page 41, calculer la quantité m ou la force mise à la disposition volontaire de l'être sensible, on peut utiliser cette série, en y substituant aux nombres réels les nombres théoriques 95.0, 87.5, 80.7, 74.3, 68.5. On remplace alors dans la formule : δ par 95.0, p par 87.5, et q par 80.7; ou bien encore: δ par 95.0 + 87.5, p par 80.7 et q par 74.3; ou bien enfin : δ par 95.0 + 87.5 + 80.7, p par 74.3 et q par 68.5. Les trois résultats sont à peu près identiques et donnent pour m la valeur de 1200 kilogrammes. Nous signalons cette conséquence sous toute réserve, car, suivant la série choisie pour base, on trouve pour la même quantité 1600 et 600 kilogrammes. Ces énormes différences n'ont pourtant, à première vue, rien en soi d'absolument inadmissible.

Puisque ces logarithmes sont en progression arithmétique, et que leurs différences sont hypothétiquement égales, on peut ajouter celles-ci rang par rang, les quatres sommes doivent être égales. Or, si l'on fait les sommes des différences des dix-huit premières séries, on obtient les nombres 74175, 77392, 73934 et 71987, dont la moyenne est 74372, et qui, réduits en millièmes, la moyenne étant 1000, deviennent 0,997; 1,040; 0,994 et 0,968. La plus grande différence est celle du second et du quatrième nombre, nombres qui sont dans le rapport de 100 : 93, rapport bien rapproché de l'unité.

Nous avons dû, pour arriver à ce résultat, écarter les quatre séries suspectes qui donnent les sommes 27597, 34906, 23648 et 12387, qui viendraient singulièrement modifier les résultats. Mais ces nombres peuvent être à bon droit soupçonnés d'irrégularité. Ces quatre séries ont un caractère commun : elles décroissent très-rapidement. Cela montre que les efforts ont été chaque fois bien près du maximum. Or, après deux ou trois efforts semblables, l'énergie s'épuise, l'on mollit, et l'on approche, comme nous l'avons déjà dit, de l'uniformité.

Nous ne disconviendrons pas cependant que la discussion à laquelle nous venons de nous livrer est subtile et sujette à caution. Nous nous sommes largement permis d'écarter ce qui nous gêne et de garder ce qui nous convient. Néanmoins, à tout prendre, les résultats que nous avons fait connaître confirment plutôt qu'ils n'infirment la formule. Or, nous ne pouvons ni ne voulons aller au delà. De plus, il est certain que nous n'avons pas entrepris la vérification de cette formule dans les limites inférieures. Nous avons cru toutefois devoir faire connaître le problème important que nous avons abordé, les procédés que nous avons employés pour lui trouver une solution, et les résultats, quelle qu'en soit la valeur, auxquels nous sommes arrivé (*). Nous

(*) Pendant que mon travail était soumis au jugement de l'Académie, paraissait dans les *Arbeiten aus der physiologischen Anstalt zu Leipzig*, Leipzig 1872, une étude de H. Kronecker sur l'épuisement et la réparation des muscles striés (*Ueber die Ermüdung und Erholung der quergestreiften Muskeln*). Cette étude que M. Schwann signalait, dans son rapport, comme comblant en partie le vœu que je viens d'exprimer, traite, en dépit de son

avons pensé que cette première tentative, tout imparfaite qu'elle est, pourrait avoir pour effet d'engager quelques savants à étudier

titre, une question totalement différente de celle dont je me suis occupé. H. Kronecker et moi nous avons cherché la loi du rapport entre la force dépensée et la fatigue; mais l'auteur allemand entend par fatigue (*Ermüdung*), la diminution de force musculaire, tandis que, pour moi, la fatigue est la sensation que l'on éprouve à la suite d'un effort ou d'une soustraction de force.

Le mémoire de Kronecker a cependant, ce me semble, une certaine corrélation avec le mien, en ce qu'il y démontre ce qui chez moi est à l'état d'hypothèse. La sensation, en effet, que ce soit une sensation de fatigue ou d'une autre nature, est en rapport direct avec la modification éprouvée par l'organe, et celle-ci, à son tour, est en rapport avec la cause extérieure qui le modifie. Or, j'ai supposé, *à priori*, que la modification organique était proportionnelle à l'excitation extérieure ou à la force dépensée (voir page 7 et *passim*), et que, par suite, on pouvait substituer une mesure à l'autre. Cette substitution est même, pour ainsi dire, commandée; car c'est la cause ou l'effet extérieur seul que l'on peut mesurer et non la modification intérieure. Les recherches de Kronecker viennent combler en partie cette lacune et justifier cette hypothèse. Elles établissent, en effet, que l'épuisement du muscle suit pas à pas le travail qu'on lui fait produire. C'est ce qui résulte de sa première loi qu'il énonce comme suit : « La courbe de fatigue d'un muscle surchargé et irrité à intervalles égaux par des secousses d'égale intensité (*maxima*), effectuées par un appareil d'induction, est une ligne droite. » Pour comprendre cette loi, il faut imaginer que le muscle, en se contractant, trace au moyen d'un myographe des ordonnées perpendiculaires à une ligne des abscisses; ces ordonnées vont en diminuant uniformément de longueur.

Je dis, dans mon travail, que le phénomène de la réparation des forces vient troubler à chaque instant les résultats théoriques. Kronecker a étudié aussi avec soin l'action de cette influence, et il a remarqué — c'est sa seconde loi — que la droite qui relie les extrémités des ordonnées, s'incline de moins en moins sur la ligne des abscisses et tend à lui devenir parallèle, quand augmentent en durée les intervalles de temps que l'on met entre les secousses électriques. C'est que, à chaque nouvelle secousse, on opère, non sur le muscle tel que l'avait laissé la secousse antérieure, mais sur ce muscle ayant dans l'intervalle réparé en partie ses forces, et que cette réparation est d'autant plus considérable que cet intervalle est plus long.

Kronecker a découvert encore d'autres lois extrêmement intéressantes. Je ne crois pas néanmoins devoir en reproduire la formule, attendu qu'elles ne se rattachent pas d'une manière aussi directe au sujet de mon étude.

la même question sous d'autres aspects; ils imagineront peut-être des méthodes plus ingénieuses et plus rigoureuses et arriveront ainsi à une solution moins problématique que la nôtre. Or celui qui le premier saisira dans toute sa vérité et dans toute sa virtualité la formule des rapports de la fatigue et du travail, aura fait faire à la physique de l'âme un pas considérable, et ouvert la voie vers un monde de phénomènes que la science jusqu'ici n'a qu'à peine effleurés.

FIN.

TABLE DES MATIÈRES.

FIN DE LA TABLE.

SUPPLÉMENTS

AUX

NOTES SUR LES TREMBLEMENTS DE TERRE

RESSENTIS DE 1843 A 1868;

PAR

M. ALEXIS PERREY,

PROFESSEUR HONORAIRE A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE DIJON.

(Présentés à la classe des sciences le 12 octobre 1872.)

SUPPLÉMENTS

AUX

NOTES SUR LES TREMBLEMENTS DE TERRE

RESSENTIS DE 1843 A 1868.

En commençant mon dernier relevé séismique, j'exprimais un doute pénible; je craignais de ne pouvoir rétablir mes correspondances, forcément interrompues par les malheurs de la guerre. Mais, grâce au zèle, à l'obligeance, et peut-être un peu, j'aime à le penser, à l'affection de mes bienveillants correspondants, mes craintes se sont dissipées. L'appel que je leur ai adressé a été entendu; presque tous y ont répondu.

Le nouveau travail que j'ai l'honneur de soumettre à l'Académie royale de Belgique n'est guère moins riche en faits que les précédents. J'espère que l'illustre Société voudra bien me continuer l'actif concours dont elle m'honore depuis si longtemps, et pour lequel je ne puis que lui renouveler l'assurance de mon inaltérable gratitude. Soutenu par elle, j'espère, malgré mon âge et l'isolement scientifique de ma résidence actuelle, pouvoir continuer mes recherches et peut-être les étendre encore.

Je croirais manquer à l'un de mes devoirs, en ne renouvelant pas mes vifs et sincères remercîments à M. Adolphe Quetelet,

secrétaire perpétuel de l'Académie; à MM. Antoine d'Abbadie et Ch. Sainte-Claire Deville, de l'Institut de France; à M. Ch. Ritter, ingénieur français à Constantinople; à M. James D. Dana, de New-Haven; à M. Rouaud y Paz Soldan, de Lima; à M. le Dr A. Rojas, de Caracas; à Mme Caterina Scarpellini, de Rome; à M. Mariano Grassi, d'Acireale; à M. le Dr Conti, de Cosenza, et à M. le Dr A. Boué, de Vienne.

Je suis heureux d'ajouter à cette liste de noms, déjà mentionnés depuis longtemps dans mes relevés précédents, celui de M. Albert Lancaster, jeune, actif et plein de zèle. Sa position au secrétariat de l'Académie royale de Belgique lui permet de voir et de parcourir de nombreux recueils scientifiques que je ne puis compulser à Lorient. Ses deux premiers envois ne contenaient pas moins de cinquante pages chacun. Aussi ai-je eu à le citer un grand nombre de fois dans le présent travail. Je signalerai ici sa traduction du relevé des tremblements de terre dans l'archipel indien, en 1868, par M. Bergsma, ainsi que deux notes de MM. Riedel et Meyer, sur les secousses ressenties à Gorontalo, en 1870 et 1871. Je lui dois aussi un exemplaire du Mémoire de M. Noeggerath, sur les tremblements de terre dans les provinces rhénanes, de 1868 à 1870, auquel j'ai fait de nombreux emprunts.

De plus j'ai reçu, depuis la publication de mon dernier relevé :

De M. I. Domeyko, les deux premiers Annuaires météorologiques du Chili, années 1869 et 1870. Grâce à l'active initiative de ce savant recteur de l'Université de Santiago, les tremblements de terre sont maintenant observés et notés dans toutes les stations météorologiques de la République. Le premier de ces Annuaires contient, outre le relevé de 1869, des faits antérieurs à cette année, parmi lesquels je citerai ici une liste des secousses ressenties à Valparaiso, du 18 octobre 1857 au 15 mars 1869. Ce relevé, dû à M. R. Budge, est malheureusement incomplet, l'auteur n'ayant noté que les tremblements dont la durée a été d'au moins dix secondes et que, pour cette raison, il n'a pas considérés comme purement locaux.

De M. Rudolf Wolf, directeur de l'Observatoire de Zurich, la

suite des observations météorologiques faites en Suisse, de septembre 1868 à juillet 1871, sauf une lacune (de juin 1869 à mai 1870), qui sera bientôt comblée. J'y ai trouvé les faits séismiques recommandés aux soins des observateurs.

De M. Fradesso da Silveira, directeur de l'Observatoire de l'Infant D. Luis, les observations météorologiques faites à Lisbonne et aux Açores, de 1865 à 1870, 6 vol. in-fol. Je n'y ai trouvé mentionnés que deux tremblements de terre à Lisbonne, et l'éruption du mois de juin 1867, aux Açores. Les phénomènes séismiques ne sont pourtant pas rares dans cet archipel.

De M. Jelinek, directeur de l'Institut météorologique de Vienne, la continuation du *Bulletin* de la Société météorologique, où j'ai trouvé quelques faits, et les *Annales* de la même Société, année 1869. Ce volume ne m'a fourni qu'un seul tremblement, celui du 10 août, à Agram. Et pourtant, il renferme le résumé des observations de cent soixante-trois stations, dans lesquelles les phénomènes séismiques doivent être notés avec les mêmes soins que tous les autres.

De M. Foetterle, président de l'Institut géologique de Vienne, le Mémoire du Dr E. Stur, sur les tremblements de terre de Klana, en 1870.

De M. Vesselofski, secrétaire de l'Académie Impériale de St-Pétersbourg, deux numéros du *Bulletin,* contenant les Mémoires de M. Wagner et de M. Argelander sur de faibles mouvements séismiques, manifestés par des oscillations de niveau, pendant des observations astronomiques à Pulkowa et à Bonn.

De M. Brigham, son Mémoire sur les tremblements de terre dans la Nouvelle-Angleterre.

De M. Paul Le Riche, de Naples, la conférence de M. Palmieri sur la dernière éruption du Vésuve.

De M. Martin, ministre du royaume Hawaïen à Paris, de nombreux extraits de la *Gazette Hawaïenne* et la suite du Journal des secousses tenu à Hilo par Mrs Lyman, du 4 août 1866 au 2 janvier 1872. J'en avais reçu antérieurement le commencement qui remonte à 1833, et publié les faits de 1843, année de mon premier relevé, à 1866.

De MM. Conti et Grassi, les secousses qu'ils ont notées, en 1871, l'un à Cosenza, l'autre à Acireale.

De M. Santulli, ingénieur à Monteleone (Calabre), une lettre dans laquelle il me promet le résultat de ses observations séismiques depuis le commencement de 1870.

Enfin, de M. le Dr Savatier, médecin principal de la marine française, une lettre par laquelle il m'annonce qu'il a continué à noter les tremblements de terre à Yokoska (Japon), depuis son dernier envoi en septembre 1870, et qu'il m'en enverra le relevé.

Le *Bulletin* de la Société de géographie (de Paris, mai 1872) rend compte d'un ouvrage intitulé : *At Home with the Patagonians*, by George Chaworth Musters. London, 1871; in-8°.

En avril 1869, l'auteur a traversé le sud de la Patagonie, du détroit de Magellan à Santa-Cruz sur l'océan Atlantique, par 50° environ de lat. S. « Le pays, dit le compte rendu, à partir de Punta-Arenas, près de Port-Famine, dans le détroit de Magellan, se compose d'abord d'une série de Pampas, bientôt traversées par une chaîne d'immenses collines *volcaniques*. Au dire des guides, il existe encore dans le même système un volcan en activité. »

En décembre suivant, le voyageur se joignit à une caravane partant de Santa-Cruz et suivit le Rio-Chico jusqu'au lac Viedma, d'où sort cette rivière, au pied des Andes. De là, se dirigeant au Nord, il longea les contre-forts de la Cordillère, à l'Est, jusqu'à Las-Manzanas (pays des Pommes), situé presque sous le parallèle de Valdivia, vers 40° lat. S. Les Indiens furent un jour effrayés par une forte détonation dont ils ne purent reconnaître la cause, due sans doute à quelque explosion d'un volcan encore inconnu.

De Las-Manzanas, la caravane se remit plus tard (au commencement de 1870), en marche pour Carmen ou Patagones sur l'Atlantique, en se dirigeant à peu près droit à l'Est. « De Geylum à Margensho, vers le milieu de cette route, l'on traversa des collines volcaniques et d'un terrain fumant travaillé par des feux souterrains. »

L'auteur a-t-il, dans ce voyage, éprouvé quelques secousses

de tremblements de terre? Mentionne-t-il le phénomène dans sa relation? Le compte rendu ne le dit pas.

On sait que les tremblements de terre sont peu communs dans la République argentine et dans l'empire du Brésil. A Punta-Arenas, colonie pénitentiaire chilienne, ils sont presque inconnus; depuis une douzaine d'années, on y fait des observations météorologiques, publiées dans les Annales de l'Université du Chili. On n'y trouve jusqu'à présent qu'une seule secousse mentionnée. Le phénomène est-il aussi rare en Patagonie?

Je crois devoir soumettre ces diverses remarques à mes correspondants, dont quelques-uns, mieux placés, pourront peut-être obtenir des renseignements plus intéressants.

Lorient (Morbihan), le 20 septembre 1872.

SUPPLÉMENTS.

(1843 A 1868.)

1844. *Août.* — Le 30, un peu après 3 h. du matin, à l'île Ste-Lucie (Antilles), fort tremblement. J'en ai déjà rapporté un pour ce jour, 3 h. 10 m. du matin, aux Antilles et dans les Guyanes.

Septembre. — Le 19, entre 10 et 11 h. du soir, à Rochester (États-Unis), tremblement. A Avon, il fut très-fort et accompagné d'une détonation semblable à un violent coup de tonnerre rapproché. Le ciel était sans nuages, l'air extrêmement doux et tranquille. A Caledonia, 15 ou 20 milles à l'O. d'Avon, la secousse fut aussi très-forte. Le bruit qui l'accompagnait y dura environ une minute.

Octobre. — Le 22, 8 h. du matin, à Millville et à Rochester, N. Y., une secousse. (A. Lancaster, d'après *Fifty-Eight Annual Report of the Regents of the University of the State of New-York.*)

1845. *Décembre.* — Le 23, 9 1/2 h. du soir, à Memphis (Tennessee), une secousse. (A. Lancaster, d'après *Sixty-first Annual Report*, etc.)

1846. *Avril.* — Le 11, aux îles du Cap Vert, tremblement.

Au même moment, le navire autrichien *Stamboul*, qui se trouvait dans la mer Noire, près de Sinope, menaça de s'engloutir par suite d'un vide qui se fit subitement sous lui.

Août. — Le 14, alors qu'un tremblement de terre détruisait la ville de Pise, en Toscane, le navire anglais *Victoria* fut en péril dans la mer Rouge, par suite d'un tremblement sous-marin.

— Le 25, 5 h. du matin, à Portland, Me., à Boston, dans le Massachusetts et le New-Hampshire, tremblement. (A. Lancaster.)

Septembre. — Nuit du 22 au 23, à Bonn, très-faibles frémissements du sol, rendus sensibles par les oscillations du niveau et constatés par M. Argelander pendant une observation astronomique. (*Bull. de l'Acad. de S*t*-Pétersbourg*, t. XV, p. 270.)

— En 1846, à Zanzibar, une secousse. (A. Lancaster.) C'est le seul tremblement que je connaisse pour cette île, où on les dit inconnus.

1847. *Janvier.* — Le *Journal du Commerce* du 20 janvier rapporte qu'à Lincolnville et à Cambden, Me., on a ressenti une légère secousse. (Brigham, *On New England Earthquakes.*)

Dans le même mois, jour non indiqué, à Bangor, tremblement. (A. Lancaster.)

Juin. — Le 11, à l'île Toku (océan Pacifique), fort tremblement suivi d'une éruption volcanique.

— Le 18, à Pise (Toscane), tremblement (A. Lancaster.)

Septembre. — Le 1er, aux îles Ste-Lucie et St-Dominique, tremblement.

Dans le courant du mois, à Ste-Lucie, plusieurs autres secousses.

Octobre. — Le 5, 1 h. du matin, à Mexico, tremblement. (A. Lancaster.)

Novembre. — Le 16, 10 h. 45 m. du matin, à Selokaton (Java), une première secousse assez forte; peu après, une deuxième. A 10 h. 50 m., une troisième et à 10 h. 52 m. du matin, une quatrième plus forte que la première. Toutes quatre du S. au N. (*Natuurk. Tydsch. voor Ned. Ind.,* t. XX, p. 330.) J'en ai rapporté plusieurs à cette date, comme ayant ébranlé une grande partie de Java et même de Sumatra.

Décembre. — Le 1er, le Kilauea (Hawaï) fut fortement agité. (A. Lancaster.)

— Les dix secousses que j'ai signalées à Lisbonne dans ce mois,

eurent pour direction E.-O. suivant M. A. Lancaster, qui, pour cette année et les précédentes, cite *Sixty-first Annual Report*, etc.

1848. *Janvier.* — Le 28, 1 1/2 h. du matin, à Leipzig, une secousse du NE. au SO. (ou réciproquement) et de quatre ou cinq secondes de durée.

Février. — Le 17, à Hauburn et Turner (États-Unis), tremblement qui occasionne un mouvement vibratoire du sol pendant plusieurs secondes. (A. Lancaster, d'après *Sixty-first Annual Report*, etc.)

Mai. — Le 11, 3 1/2 h. du soir, à Spanishtown (Jamaïque), une forte secousse du NE. au SO. et de quatre à cinq secondes de durée. (A. Lancaster, d'après *Sixty-second Annual Report*, etc.)

Juillet. — Le 9, à la Jamaïque, tremblement qui ébranla l'île entière. Il venait du NE. et était accompagné d'un bruit terrible.

A Spanishtown, 3 h. 15 m. du soir, deux secousses très-violentes.

Á Falmouth, 3 h. 25, une forte secousse du S. au N.

A Montego Bay et dans les environs, 3 h. 15, tremblement de l'E. à l'O.

A Ste-Marie, 6 h. 15 m. du soir, une forte secousse.

A Four Paths (Clarendon), entre 5 et 6 h. du soir, deux violentes secousses du S. au N. (A. Lancaster, *l. c.*)

Août. — Le 9, à Buenos-Ayres, tremblement après lequel des pierres d'une couleur brun-noir commencèrent à sortir de la côte près de Solis; elles augmentèrent en quantité de jour en jour et finirent par occuper un espace s'étendant à 4 ou 5 lieues. Ces pierres étaient de nature poreuse et assez légères pour flotter sur l'eau. Après examen, elles furent reconnues pour être *volcaniques* et avoir été vomies par un cratère ouvert dans le lit de la rivière, aux environs de la Banque anglaise, par suite des tremblements de terre. (A. Lancaster, *l. c.*)

Septembre. — Le 3, vers 10 1/2 h. du soir, à Mount Pleasant (U. S.), une secousse suivie, trois minutes plus tard, d'une autre plus faible.

Le 4, entre minuit et 1 h. du matin, une troisième semblable à la première.

Le 9, aux États-Unis, tremblement que j'ai déjà signalé et sur lequel M. A. Lancaster donne les détails suivants à la date du 8 :

A New-York, 10 h. 25 m. du soir, une secousse d'une minute de durée, accompagnée d'un bruit sourd prolongé. Les fenêtres vibrèrent. Trois minutes après, autre secousse d'une demi-minute de durée, avec bruit semblable au roulement de lourds chariots traînés rapidement.

A Salem, 10 1/2 h., et cinq minutes après, deux fortes secousses du SO. au NE. et de quarante à cinquante secondes de durée.

A Montgomery, 11 h. du soir, une secousse très-sensible.

A Flatbush, tremblement cité sans détails.

Ce tremblement fut encore ressenti dans toute la partie N. du New-Jersey. Il fut violent à Sparta. Dans le comté d'Orange, N. Y., il fut ressenti également, de même que sur l'Hudson, près de West-Point. Il s'étendit aussi à l'E. dans le Connecticut et au SO. de Philadelphie. Dans le comté de Rockland, les secousses furent fortes.

Nous dirons enfin, en terminant, que des éclairs furent aperçus sur les bords de l'Hudson, pendant ce tremblement, quoiqu'il n'y eût pas de nuages. (*Loc. cit.*)

M. Brigham donne, comme moi, la date du 9.

— Le 17, à Miguelete (Uruguay) et ses environs, une secousse. A 8 h. 14 m. du matin, un bruit semblable à celui produit par une explosion se fit entendre, causant une légère oscillation du sol. Celle-ci fut suivie d'un tonnerre souterrain d'une durée de quatorze à seize secondes, de direction E. apparente. Ce bruit diminua graduellement sans interruption jusqu'à devenir imperceptible par son éloignement. D'après l'opinion générale, le bruit souterrain venait de la direction de la montagne. Dans tous les édifices, une trépidation presque instantanée fut ressentie au moment de la détonation qui précéda le tonnerre. Cette trépidation était semblable à celle que produit le choc de deux corps. (A. Lancaster, *l. c.*)

Octobre. — Le 19, dans la matinée, à Sandwich (Angleterre), léger tremblement de l'E. à l'O. et de quatre à cinq secondes de durée, avec bruit souterrain. (*Ibid.*)

— Du 16 au 25, à la Nouvelle-Zélande, série de secousses décrites dans mon relevé de cette année. M. A. Lancaster, *l. c.*, ajoute :

« A partir de cette date, le 25, jour où de légères secousses se firent sentir à des intervalles de dix en dix minutes, les tremblements diminuèrent sensiblement. Les plus terribles ont eu lieu à Wellington, Queen Charlotte's Sound et Cloudy-Bay, à peu près au centre de la ville ébranlée. A Nelson et Wanganui, les dégâts furent moindres.

» Ces phénomènes se manifestèrent aussi dans d'autres parties de la Nouvelle-Zélande, mais, en général, pendant neuf jours seulement. L'aire ébranlée s'étend de 173° à 176° long. E. et de 39 à 44° S.

» Le Tongariro était calme ainsi que les autres volcans du pays. Toutefois, le 17, les personnes à bord du *Sarah Ann*, passant au large de Kapiti, virent une brillante flamme s'étendre au NE. de Wellington.

» Pour terminer, nous dirons que ces tremblements ont été précédés de temps orageux et accompagnés de fortes brises du S. et de l'E. »

Novembre. — Du 1er au 17, les secousses de la Nouvelle-Zélande sont moins fréquentes. Après le 19, on n'en mentionne plus. (*Ibid.*) Je les ai signalées comme quotidiennes du 1er au 18.

1849. *Mars* et *avril.* — A Caracas, plusieurs secousses signalées sans date de jour par M. Ibarra.

Septembre. — Le 28, 11 h. 11 m. du matin, à Bonn, très-faibles mouvements séismiques, manifestés par des oscillations de niveau et constatés par M. Argelander dans une observation astronomique. (*Bull.* cité à 1846.)

Novembre. — Le 27, à Caracas, plusieurs secousses.

Le 30, plus de dix secousses encore. (Ibarra.)

Décembre. — Le 1er, à Caracas, trois secousses. (*Ibid.*)

1850. *Juin.* — Le 10, à Sienne, une secousse du N. au S. et de force moyenne (Campani et Toscani). J'en ai marqué pour le 9, à Pise.

Juillet. — Le 10, 3 1/4 h. du matin, à Görtz (Illyrie), violentes

secousses de cinq à six secondes de durée. Bruit semblable au tonnerre. Maisons isolées renversées en partie aux environs de la ville. A Laybach, secousses moins fortes. (A. Lancaster, d'après Jahn, *Unterhaltungen*... 1851.)

— Le 20, dans l'après-midi, à Portland, Me., tremblement. (Brigham, *l. c.*)

1851. *Janvier.* — Le 14, à Grenoble, une secousse suivie d'un bruit souterrain. Il avait fait très-chaud quelques jours auparavant. (A. Lancaster, *l. c.*)

Mars. — Le 10, 4 h. 20 m. du soir, à Mendorf, sur le lac de Constance, une forte secousse du NO. au SE. et de quelques secondes de durée, avec bruit souterrain. On l'a ressentie à Constance et aux environs.

Le même jour, entre 4 et 5 h. du soir, une forte secousse dans une grande partie du Wurtemberg, dans la région où se trouvent Spaichingen, Issny, Weingarten, Ravensberg, etc., ainsi qu'à Friedrichshafen. A Stockach et dans les environs, secousses violentes. (A. Lancaster, *l. c.*) J'ai déjà signalé un tremblement à Zurich, le même jour.

Juin. — Au Cotopaxi, renouvellement d'activité qui a continué jusqu'en 1867. Sur ce sujet, je lis dans *les Mondes* du 3 août 1871, page 28 : « Le gouverneur de la province de Leon, à l'Équateur, a envoyé un rapport sur l'état de la région volcanique de Cotopaxi dans cette province. Il dit que les principales montagnes, qui sont en avant du grand cercle formé par les deux branches des Andes, sont Cotopaxi, Quillendana, Puchalagua et Calpan. On ne connaît de ces montagnes que Cotopaxi qui soit un volcan et qui, après plusieurs années d'inaction, est devenu actif en juin 1851. Ces éruptions ont continué et sont devenues graduellement plus faibles jusqu'en 1867, où elles ont cessé.

» En 1868, on a entendu de nouveau des bruits souterrains et l'on a vu une faible colonne de fumée. Il y a eu, en 1868, quelques tremblements de terre qui ont détruit Palate et Pesilo.

» En 1869, on a encore entendu des bruits, et il y a eu une énorme éruption aqueuse, mais sans tremblement de terre ni bruits souterrains. Des sources abondantes ont jailli, des cen-

taines de roches immenses se sont détachées et ont été entraînées, et des rivières ont débordé. Le gouverneur, qui était à cette époque dans la Cordillère, pense que les avalanches n'étaient pas produites par l'action de l'eau, mais plutôt par une pression de bas en haut, comme si des gaz accumulés avaient cherché une issue. L'effet le plus curieux qu'il rapporte est un changement dans le climat. Plusieurs plantes, telles que le *sura*, ont fleuri, ce qui n'avait pas lieu auparavant. On a remarqué que la canne à sucre pouvait être coupée au bout de vingt-quatre mois, au lieu de trente-six.

» Maintenant le Cotopaxi est inactif, mais son état inspire des craintes. »

Il est bien à regretter que, dans ce résumé évidemment incomplet, M. l'abbé Moigno ne rapporte aucune date mensuelle des phénomènes de 1868 et 1869 et qu'il ne donne pas même celle de ce rapport officiel.

Juillet. — Le 1er, 10 h. 20 m. du soir, à Comorn (Hongrie), tremblement qui eut une durée de *cinq minutes* (!) et continua à se faire sentir, mais plus faiblement, jusqu'après minuit. A Ujszöny, un homme fut tué par un mur qui s'écroula sur lui. (A. Lancaster, source citée.)

— Le 23, tremblement à Cologne. (*Ibid.*) La date du 22, ajoute M. A. Lancaster, donnée par M. Perrey, est probablement erronée. J'ai donné la date du 22, entre 10 et 11 h. du soir, d'après le *Journal des Débats,* en faisant remarquer que le *Moniteur universel* donnait celle du 23.

1852. *Février.* — Le 16, 2 3/4 h. du soir, à Balassa-Gyarmath (Hongrie), une secousse violente; murs de la prison lézardés. A Waitzen ou Waizen, 3 1/4 h. du soir, une secousse. A 6 h. (*sic*), secousse à Bekes-Csoba. (M. A. Lancaster cite Jahn, *Unterhaltungen*, etc., 1852.)

— En février, à Corinthe, tremblement. (*Ibid.*)

Mars. — Le 8, on écrit de Patras : « On a ressenti ici, il y a quelques jours, un tremblement de terre très-violent et très-prolongé. On n'en avait pas éprouvé depuis trente ans. Les secousses ont eu lieu entre 6 et 7 h. du matin. (*Ibid.*) » N'est-ce pas le même que celui de Corinthe?

Avril. — Le 12, 3 h. du matin, à Waitzen, une nouvelle secousse. (*Ibid.*)

Juillet. — Le 3, 5 h. du matin, à Bonn, une secousse avec bruit. (*Ibid.*)

Octobre. — Le 10, à Funchal (Açores), tremblement. (*Mém. de l'Acad. de Lisbonne*, N. S., t. I, p. 223.)

— *Sans date de mois, ni de jour.* — 6 h. 10 m. du soir, à Trifail (? *sic*), très-forte secousse par un fort vent du S.

Le jour suivant, dans l'après-midi, une nouvelle secousse. (A. Lancaster, *op. cit.*, n° du 5 janvier 1853.)

1853. *Décembre.* — Le 19, à Derbent (Caucasie), tremblement (A. Lancaster, d'après Jahn, *op. cit.*, année 1854). J'en ai déjà rapporté pour le 16 et le 20.

1854. *Mars.* — Le 28, à Smyrne, fort tremblement. (*Ibid.*)

Avril. — Le 28, 6 h. 36 m. du soir, à Schemnitz et à Windschacht, une forte secousse sans oscillations. (*Ibid.*)

— Le 30, entre 3 et 4 h. du matin, à Glotterthal et à Heuweiler, une secousse. (*Ibid.*)

Juin. — Le 16, à Sienne, une légère secousse (Campani et Toscani, *Sui Terremoti avvenuti in Siena*).

Août. — Le 17, à Caracas, grand tremblement, non ressenti à Cumana. (A. Ibarra.)

Septembre. — Le 28, à Pékin, secousses (A. Lancaster, *l. c.*). J'en ai signalé à Hongkong et à Canton pour le même jour.

Novembre. — Le 7, à Valdivia, tremblement. (*Anales de la Univ. de Chile*, oct. 1863, p. 550.)

Sans date de mois. — A Imabura et à Ibarra, tremblement violent, avec dégâts. (A. Rojas, *Principales Terremotos en el Ecuador.*)

1855. *Janvier.* — Le 15, 0 h. 30 m. du matin (minuit et demi), à Karlstadt (Suède), fort tremblement. (A. Lancaster, d'après Jahn, *op. cit.*, année 1855.)

— Le 28, 8 $^3/_4$ h. du matin, à Cesena (Italie du Sud), forte secousse, avec dégâts aux bâtiments. (*Ibid.*)

— Dans le courant du mois, au Vésuve, éruption de cendres par un nouveau cratère. (M. A. Lancaster cite *Jahresbericht über die Witterungs-Verhältnisse in Württemberg*, J. 1855 und 1856.)

Février. — Le 4, 1 h. 50 m. du matin, à San Remo (Piémont), une secousse du NO. au SE. et de cinq secondes de durée, avec bruit.

Le 9, 4 h. du matin, à Turin, une assez forte secousse. (*Ibid.*)

— Le 28, dans l'Archipel et en Turquie, tremblement déjà signalé. Suivant M. A. Lancaster (*l. c.*), il fut ressenti à Athènes.

Mars. — Du 1er au 5, à Brousse, secousses continues avec dégâts sur une grande étendue; deux villages ruinés et trois cents personnes tuées (A. L., d'après Jahn, 1855). J'en ai signalé pour Constantinople et Smyrne à la même époque.

— Le 2, les sources de Nauheim tarirent subitement, probablement par suite d'un tremblement de terre. Le 8, elles recommencèrent à couler, mais faiblement. (A. L., d'après *Jahresber.*, etc.)

— Le 18, 2 h. du matin, en Carinthie, une première secousse; vers 7 h., une deuxième. (*Ibid.*) J'ai signalé celle-ci à 7 1/4 h.

— Le 19, à Mondovi (Piémont), une secousse. (*Ibid.*)

— Le 21, 10 h. du matin, à Temeswar, secousses verticales. (*Ibid.*)

Avril. — Le 8, 2 h. du matin, à Olten, dans la vallée de l'Aar, une secousse avec bruit pareil au tonnerre. (*Ibid.*)

— Le 9, à Sienne, deux secousses dont une de force moyenne. (Campani et Toscani, *l. c.*)

Juin. — Le 12, on mande de Raguse qu'on y a ressenti plusieurs secousses. (A. Lancaster, *l. c.*)

— En juin, à l'île Comore ou Angaziga; des éruptions partielles ont eu lieu à la fois de plusieurs anciens cratères. La principale s'est faite dans la partie Est de l'île : trente maisons détruites, beaucoup de poissons jetés à la côte. Un navire de Hambourg, qui passait aux environs, observa une fumée épaisse au-dessus de l'île. On y a remarqué un grand nombre de petits cratères éteints. Les deux grands sommets des bouches ignivomes sont en activité. (M. Jouan, *Mém. de la Soc. des sc. nat. de Cherbourg*, t. XV, p. 82.)

Juillet. — Le 20, 3 1/4 h. après le coucher du soleil (vers 10 h. 40 m. du soir), à Brousse, une secousse verticale de deux secondes de durée. De nouvelles secousses, jusqu'à la fin du mois; du 25

au 31, on en a compté vingt-cinq (A. Lancaster, *l. c.*). Je n'en avais mentionné que pour le 28.

— Le 25, vers 1 h. du soir, en Suisse, notamment dans le Valais, et en France, tremblement que j'ai décrit dans mon relevé de 1855. J'ajoute ici des détails que me fournit M. A. Lancaster, relativement au Wurtemberg.

A Tuttlingen et Ludwigsthal, 1 h. 3 m. du soir, trois faibles secousses de l'O. à l'E. A Calow, peu après, plus fortes, même direction, avec bruit comme celui de chariots sur un pont de bois. A Oberndorf, du N. au S., une cheminée renversée. Altenstaig, de l'O. à l'E. Durée, six secondes. Reutlingen, plusieurs secousses du N. au S., précédées d'un violent orage le 24 au soir. On cite encore Neufen, Hechingen, Sigmaringen, Tübingen, Zainingen, Rothweil, Freudenstadt, Aulendorf.

A Stuttgart, vers 1 h., une première secousse du NE. au SO. et de six secondes de durée, principalement ressentie dans les étages supérieurs. Une demi-minute après, une deuxième secousse plus faible. A Spaichingen, la première fut faible et courte, l'autre fit craquer les maisons et dura six secondes.

A Kirchheim, 1 h. 20 m., une violente secousse suivie de bruit souterrain. A Ravensburg, une secousse de l'E. à l'O. A Göppingen, Canstatt, Böblingen, Balingen, tremblement suivi de pluie dans l'après-midi. A Neunburg, pas de tremblement, mais pluie forte et froide. A Irrsee (Bavière), vers 1 h., une secousse de NSE.-NO. (*sic!*) et de six secondes de durée. Pluie après 3 h. On cite encore Ansbach, Aschaffenburg et Odenwald (Erbach).

A Kallenberg, près Coburg, 1 h. 40 m., une secousse ondulatoire du S. au N.

La pente sud du Thüringer Waldegebirges a paru être la limite N. du tremblement; cependant, à Bischofwerda (Lusau de Saxe), vers 1 1/2 h., on a remarqué des oscillations du clocher pendant deux minutes avec tintement de la cloche.

Le 26, 10 h. 30 m. du matin, sur divers points du Wurtemberg, une secousse qui fut ondulatoire à Stuttgart et plus forte que celle du 25. A 2 1/2 h. du soir, sur divers points, une secousse nouvelle.

Le 26 encore, 11 h. 10 m. du soir et le 27, 4 h. 40 m. du soir, à Genève, deux nouvelles secousses. (*Jahresbericht über die Witter.-Verh. in Wurtemberg.*, J. 1855 und 1856.)

Août. — Le 24, à Lausanne, Berne, Interlaken et divers autres points de la Suisse, une secousse. A Wangen (canton de Berne), une forte secousse du S. au N. (*Ibid.*)

Le 25, entre 2 et 3 h. du matin, à Kandersteg (Suisse), forte secousse. (A. L., d'après Jahn, *l. c.*)

Septembre. — Le 10, 3 h. du matin, à Liestall, une secousse. (A. L., *Jahresbericht* cité.)

— Le 25, peu après minuit, à Tauris (Perse), tremblement violent; quatre secousses dont la première, la plus forte, dura vingt secondes. Plusieurs villages aux environs détruits en grande partie ainsi que la ville de Khoï. (A. L., d'après Jahn, *l. c.*)

— Le 26, 9 h. du soir, dans le Zermatthal (Valais), une secousse, suivie de deux autres plus faibles avant minuit. (A. L., d'après le *Jahresbericht* cité.)

Octobre. — Au 4, à Untersee (lac de Constance), on ressentait encore de faibles secousses de temps en temps. (*Ibid.*)

— Dans la nuit du 29 (*sic*), à Sébastopol, une secousse du N. au S. avec bruit souterrain. (A. L., d'après Jahn.)

Novembre. — Le 4, à Constantinople et sur le Bosphore, trois secousses pendant une violente tempête. (*Ibid.*)

Décembre. — Le 9, 1 h. du matin, à Viège (Valais), trois nouvelles secousses, après un repos de plusieurs semaines.

Nuit du 9 au 10, nouvelles secousses.

Le 10, 5 h. du soir, encore une. (*Ibid.*)

— Le 18, à Smyrne, tremblement. (A. L., d'après Jahn, 1856.)

— Le 26, 2 3/4 h. du matin, à Turin et à Gênes, une secousse. (*Ibid.*)

Sans date mensuelle. — En 1855, au Japon, éruption du Komanartaki. (*Voir* au 4 septembre 1865.)

1856. *Janvier.* — Nuit du 8 au 9, à Dottingen près de Kirchheim (Wurtemberg), une secousse. (A. Lancaster, d'après le *Jahresbericht* cité.)

— Le 15, à Banda, une secousse. (*Ibid.*)

Février. — Le 3, à Glaris, Bade, Soleure et Lucerne, tremblement (A. L., d'après Jahn).

Le 7, dans le haut Valais, tremblement accompagné de trois fortes détonations; il fut ressenti à Berne, Aargau, Lausanne, Sion, Genève, Zurich et Neuchâtel.

Le 9, 4 et 7 h. 10 m. du matin, à Genève, une secousse. A 7 h. (*sic*), secousse à Lausanne, Sion (forte), Locle, Meiringen, au lac de Neuchatel et à Interlaken (*Jahresbericht* cité). Dans mon relevé de 1856, page 46, j'ai, d'après une remarque de M. Merian, rapporté au 9 les secousses du 7. M. A. Lancaster croit cette remarque erronée et conserve les deux jours de secousses.

Le 17, les secousses continuaient encore à Viège. (*Ibid.*)

— Du 22 au 23, à Constantinople et en Asie Mineure, à Samsoon, Horgut, Smyrne, etc., secousses déjà signalées; suivant M. A. Lancaster, elles auraient duré dix jours. (*Loc. cit.*)

Mars. — Le 5, à Leksand (Suède), sept secousses. (*Ibid.*) On a imprimé Lekoand par erreur dans mon Relevé de 1856, page 51.

— Le 9, à Brousse, continuation des secousses. (*Ibid.*) Je les ai signalées, sans date, d'après une lettre du 12.

— Le 13, à Gori (Russie), tremblement faible d'abord, mais ensuite fort au point de faire osciller les maisons. (*Ibid.*)

— Le 15, à San Francisco, secousses du NE. au SO. (A. L., d'après Jahn, *l. c.*). Je les avais signalées comme douteuses.

Avril. — Dans la première décade, à Brousse et à Mételin, nouvelles secousses; vingt et une localités détruites. (A. L., d'après le *Jahresbericht* cité.)

Mai. — Dans le courant du mois, le séismographe du Vésuve a signalé une recrudescence d'activité dans la montagne. Le 18, il est monté à 5 1/2 degrés. A 8 degrés, il annonce une éruption prochaine; mais son emploi est encore trop nouveau pour inspirer pleine confiance. Toutefois, pendant plusieurs soirées, on a observé une lumière brillante, comme de la flamme au-dessus du sommet. Maintenant on ne voit plus qu'une haute colonne de fumée noire. (A. L., d'après le *Jahresbericht* cité.)

— Le 28, à Bencoolen (Sumatra), tremblement; direction, E.-N. (*sic*); durée, vingt secondes. (*Ibid.*)

Juin. — Le 22, aux Aléoutes, éruption déjà signalée. M. A. Lancaster ajoute qu'elle a eu lieu à l'île Shuam Shu, près d'Alaska. (*Ibid.*)

Juillet. — Le 3, 9 1/2 h. du matin, à Toebru et à Bodussegoro (Java), trois fortes secousses ondulatoires du SO. au NE., à des intervalles de dix en dix secondes. (*Ibid.*)

— Le 21, 3 h. 47 m. du matin, à San Felipe (Chili), deux fortes secousses de trente secondes de durée, avec bruit sourd. (Balbino B. Arrieta, *Anales de la Univ. de Chile,* janvier 1865, p. 120.)

Août. — Le 15, 4 h. 22 m. du soir, à San Felipe, deux secousses de vingt-cinq secondes de durée et précédées de bruit. (Arrieta, *l. c.*)

— Le 21 et le 22, à Gênes, secousses légères, mais plus fortes à Nice, où l'on en avait déjà ressenti de légères, les jours précédents. (A. Lancaster, d'après le *Jahresbericht* cité.) Je n'en ai signalé qu'une le 21, à Gênes.

— Dans le courant du mois, à Schemakha (Caucasie), tremblement qui dure huit jours et cause de grands dégâts. (*Ibid.*)

Septembre. — Le 25, 1 h. 30 m. du matin, à San Felipe (Chili), petit tremblement de vingt-deux secondes de durée, précédé de bruit.

Le 28, 6 h. 40 m. du soir, trois grandes secousses de soixante et dix secondes de durée, avec forts bruits. A 8 h. 10 m., deux petits mouvements du sol.

Le 29, 2 h. du soir, 9 h. 50, 6 h. (*sic*) 22, 10 h. 25 et 11 h. 26 m. du soir, petites secousses. (Arrieta, *l. c.*)

Octobre. — Le 1er, 6 h. 55 m. du soir, à San Felipe, petit mouvement, de huit secondes de durée.

Le 2, 2 h. 10 m. et 9 h. du matin, deux autres petits tremblements; le premier a duré dix secondes.

Le 26, 10 h. du soir, tremblement avec fort bruit. (*Ibid.*)

— Le 3, 11 h. du soir, dans la haute Autriche, une légère secousse.

Le 5, un peu après-midi, à Johanngeorgenstadt et dans les environs, ainsi que dans plusieurs endroits de l'Erzegebirge (Saxe), violent bruit semblable au tonnerre, d'une durée de deux minutes et de direction SO.-NE. (A. L., *l. c.*)

— Le 12, 2 h. du matin, dans le royaume de Naples, l'Archipel, l'Égypte et la Turquie, tremblement que j'ai longuement décrit.

M. A. Lancaster en distingue deux, l'un dans la nuit du 11 au 12 et l'autre le 12 à 2 h. du matin. Il cite encore à Damiette et à Damas, 3 1/2 h. du matin, deux secousses, la dernière forte. L'île de Crète fut fort éprouvée; le tremblement y dura quatre minutes et demie; trois violentes secousses eurent lieu. La ville d'Heraklea fut aux trois quarts détruite. A Canea, longues secousses du N. au S. pendant deux minutes. Aux îles Ioniennes, trois fortes secousses sans dégâts. A Santorin, grands ravages. A Brousse, on ne ressentit rien. Enfin, à Athènes, le tremblement fut aussi noté. (*Loc. cit.*)

— Le 12 encore, 9 h. 55 m. du soir, à Zierl (Tyrol), secousses déjà notées. Suivant M. A. Lancaster, on les ressentit aussi à Inspruck et à Trieste. (*Ibid.*)

— Dans les premiers jours du mois, le Vésuve commença à vomir du feu; on entendit, en même temps, de forts grondements souterrains venant du cratère. (*Ibid.*)

Novembre. — Le 14, à Laybach, Trieste, Klagenfurt et divers autres endroits, tremblement; il fut plus fort à l'O. qu'à l'E. de Laybach. (*Ibid.*)

Décembre. — Le 28, à Ottawa (Canada), une légère secousse (Brigham, *l. c.*).

1857. *Janvier.* — Nuit du 9 au 10, à Eppinghofen, près de Mühlheim sur la Ruhr, une secousse [1].

— Le 18, 9 h. du matin, à Monterey, une légère secousse, déjà signalée pour d'autres points de la Californie.

Le 20, 3 h. 30 m. du soir, à la Mission de San Juan, une secousse. J'en ai déjà rapporté une à 8 1/2 h. du matin.

— Nuit du 23 au 24, à l'île Santorin, tremblement léger.

— Dans le courant du mois, à Cosenza, Isernia, Venafro, etc., diverses secousses. Pour les secousses du 31, 7 h. 10 m. du soir,

[1] Pour abréger, tous les faits dont je n'indique pas la source pour 1857 et 1858 sont empruntés, par M. Albert Lancaster, au *Jahresbericht über die Witterungs-Verhältnisse in Wurtemberg,* années 1857 et 1858.

dans la haute Italie, M. A. Lancaster m'indique 1 1/2 h. du matin et ajoute Milan.

Février. — Nuit du 24 au 25, à Wiesbaden, une secousse de quelques secondes.

— Le 28, à Rhodes, premières secousses.

Mars. — Le 1er et le 12, à Rhodes, nouvelles secousses.

— Le 7, vers 4 h. du matin, à Trieste et à Laybach, fort tremblement de vingt secondes de durée, le cinquième et le plus fort à Trieste depuis août 1856. Il fut ressenti dans le Frioul, en Carniole, en Carinthie, à Guarnero, ainsi que dans les îles environnantes. A Klagenfurt, il dura cinq secondes, avec bruit. A Gradiska et à Isonzo, les habitants campèrent en plein air. — Plusieurs de ces secousses sont déjà signalées.

— Le 17, à Valdivia (Chili), deux secousses.

Avril. — Le 12 et le 13, à Smyrne, légères secousses. Le 12, au matin, on en a compté trois. Je n'y avais signalé qu'un tremblement dans la nuit du 12 au 13.

— Dans le mois, au Vésuve, grande activité qui faisait craindre une éruption.

Mai. — Le 6, 8 h. du matin, à San Felipe (Chili), une forte secousse de trente secondes, suivie de bruit.

Le 9, 10 h. 30 m. du soir, une forte secousse de vingt secondes, précédée de bruit.

Le 17, 8 h. du matin, petit tremblement.

Le 25, 11 h. 30 m. du matin, fort bruit suivi d'une secousse légère.

Le 27, 5 h. 20 m. du matin, grand bruit suivi de tremblement. (Arrieta, *l. c.*)

— Le 11, 4 h. du matin, à Pigneroles (Piémont), une secousse de deux secondes de durée.

Le 17, en divers endroits du Piémont, une légère secousse.

— Le 14, 3 h. du matin, dans le Lütschenthal (Valais), forte détonation.

Le 17, 6 h. du matin, une forte secousse de cinq secondes. J'en ai signalé une à Graechen à 6 h. du soir, d'après le curé, M. Tscheinen, observateur exact qui continue encore ses observations.

Juin. — Du 12 au 19, au Vésuve, du côté de Ottajano, la lave s'échappe par deux cratères, après une petite éruption de cendre et de fumée, qui a duré plusieurs jours.

Le 22, la lave coule encore le long du Vésuve, dans toute la partie N. de la bouche du cratère ; on entend des grondements dans l'intérieur de la montagne.

— Le 23, 5 h. du matin, à Paris, une légère secousse.

— Le 30, 10 $^3/_4$ h. du soir, dans le Connecticut, tremblement.

Juillet. — Le 14, 11 $^1/_2$ h. du soir, à Smyrne, fort tremblement de l'E. à l'O.

Août. — Le 4, dans la soirée, à Smyrne, tremblement assez fort.

— Le 6, 11 $^1/_2$ h. du soir, dans le Valais, assez fortes secousses. Je ferai remarquer que M. le curé Tscheinen n'en parle pas.

— Le 9, à Zante, fortes secousses. — Feu M. Barbiani, mon ancien et zélé correspondant, dont j'ai publié les observations séismiques à Zante, n'en signale qu'une seule pour ce mois ; elle est du 10, à 5 h. 50 m. du matin.

Septembre. — Le 24, 4 h. 50 m. du soir, à San Felipe (Chili), une forte secousse de trente secondes de durée. (Arrieta, *l. c.*)

Octobre. — Le 13, au cratère du Vésuve, formation d'un nouveau cône.

— Le 16, 3 h. 25 m. du soir, à San Felipe, grand tremblement divisé en deux périodes : la première, régulière (*regular*), la deuxième, très-forte, le tout accompagné d'un grand bruit. Durée totale, quarante secondes.

Le 18, 11 h. 40 m. du soir, bruit prolongé, mouvement léger.

Le 20, 9 h. 30 m. du soir, phénomène semblable. (Arrieta, *l. c.*)

— Le 17, à Aquila, tremblement assez fort.

— Le 18, 9 h. 30 m. du matin, à Valparaiso, tremblement de l'E. à l'O. et de trente secondes de durée. La direction a été indiquée par un tube en cristal dont l'installation n'est pas décrite. Ce tremblement est le premier mentionné dans la note de M. Robert Budge. (*Annuaire météorologique du Chili*, 1re année.)

— Le 23, secousses à Lenkoran.

— Vers la fin du mois, à Irkutsk et à Kiachta, fort tremblement, le troisième depuis cinq ans.

Novembre. — Le 5, au Vésuve, l'activité continuait toujours. Depuis le 10 octobre, il y a eu éruption de fumée et de lave, des explosions intérieures et des secousses de trémblement de terre.

Le 17, à Naples, trois secousses.

Le 26, grondements dans l'intérieur du Vésuve.

— Le 18, 6 et 9 h. du matin; le 19, 10 h. du matin et 7 h. du soir; le 23, 3 h. du matin, à Ternate, secousses. J'en ai signalé seulement pour le 18, 4 1/2 h. du matin.

— Le 30, à Lisbonne, une secousse.

Décembre. — Le 3, 3 h. 43 m. du soir, à San Felipe, petit bruit, suivi de deux secousses; la première régulière et la seconde forte qui se termina par un bruit prolongé. A 10 h. 30 m., nouveau bruit et léger tremblement.

Le 6, 6 h. 50 m. du soir, fort bruit, suivi d'un tremblement court et léger. (Arrieta, *l. c.*)

— Le 7, le nouveau cône qui s'était formé au Vésuve a été détruit par un tremblement de terre. Il y a trois torrents de lave du côté d'Ottajano.

Pendant la soirée du 31, à Potenza, nouvelles secousses.

Quelques jours avant ce tremblement (le 16?), et même après, on a vu s'élever, en plusieurs endroits aux environs du Vésuve, une pluie de cendres jaunes. Ce phénomène s'est montré particulièrement le matin. On entendait, en même temps, des bruits souterrains provenant de l'intérieur du volcan.

— Le 11, 9 h. 11 m. du soir, à Hernosand (Suède), tremblement ressenti dans tout l'intérieur du pays. Je n'en avais pas indiqué l'heure.

— Le 14, à Oran, une violente secousse.

— Le 16, à Jassy (Moldavie), tremblement léger.

— Le 18, à Temeswar (Hongrie), deux secousses à un court intervalle l'une de l'autre.

— Le 19, 5 h. du matin, à Charleston (Car. du Sud), forte secousse ondulatoire du NO. au SE. et de cinq secondes de durée. J'en ai signalé une à 9 h. du matin.

— Le 19, encore, pendant la soirée, à Berne, une secousse.

— Le 28, 5 1/2 h. du soir, dans la vallée d'Aoste, une secousse.

1858. *Janvier.* — Le 3, 1 h. du soir, à Walla (Suède), une forte secousse de trente secondes de durée, avec bruit semblable au tonnerre. Signalée déjà sans indication d'heure.

— Le 4, on écrit des provinces napolitaines que, presque chaque jour, il y a des secousses aux mêmes endroits où a eu lieu le tremblement du 16 décembre précédent.

Le 5, on écrit de Naples que tous les arbres situés dans les environs du Vésuve se dessèchent : c'est le signe précurseur d'une éruption.

Le 16, au Vésuve, continuation d'une forte éruption.

Depuis le 16 décembre, plus de quatre-vingt-dix secousses ont été ressenties à Naples.

Le 26, 9 h. du soir, à Potenza (Basilicate), une secousse légère.

Le 27, au même lieu, nouvelles secousses.

— Le 12, 4 et 10 h. du soir, à Klagenfurt, secousses du SO. au NE. Je n'en avais pas indiqué la direction.

— Dans le courant du mois (?), à la Jamaïque, tremblement signalé par des lettres de Londres, en date du 19 janvier. N'est-il pas de la fin de 1857 ?

Février. — Minuit du 11 au 12 et le 12, 4 1/2 h. du matin, à Morastand (Suède), fortes secousses.

Mars. — Le 4, on écrit de Naples que les secousses continuent.

— Nuit du 13 au 14, à Irkutsk, tremblement.

— Le 19, dans les districts du nord du Portugal, secousses déjà signalées, sans détails. A Viseu et à Moncorvo, des murs se sont écroulés.

— Le 27, on mande d'Athènes que les secousses continuent à Corinthe et qu'on en ressent à Naupactos depuis plus de trois mois.

Avril. — Le 3, à Corinthe, les secousses continuent, mais plus intenses. Elles sont verticales et accompagnées de bruits souterrains.

— Le 23, 6 h. 25 m. du soir, à Baden-Baden, deux secousses consécutives de l'E. à l'O. Je les ai signalées pour 7 h. du soir.

— Le 24, 7 h. 45 m. du matin, à Valparaiso, tremblement du NE. (*sic*) et de quarante secondes de durée. Il fut communiqué à

San Francisco (Californie), par le capitaine de l'*Himalana*, dans les termes suivants : « Le 24 avril, 7 h. du matin, par lat. 28°54′ S. et long. 75°59′ O., à 800 milles environ de la côte du Chili, nous avons éprouvé un fort tremblement sous-marin de vingt-cinq secondes de durée. » (Budge, *l. c.*)

— Le même jour, 12 ¹/₄ h., a Waldmünchen, courte secousse d'un quart de seconde de durée, avec roulement semblable au tonnerre. Dans le même moment, à Hassan (Bohême) et dans le Neumark, une violente secousse.

— Fin du mois, au Vésuve, les grondements intérieurs continuaient toujours. Deux colonnes de fumée sortaient de chaque cratère.

Mai. — D'après une lettre du 27, à Potenza, Sala et autres lieux, il y aurait eu de nouvelles secousses. J'en ai signalé, le 24, à Potenza.

Le 28, à Pouzzoles, violentes secousses.

— Le 30, 1 h. du soir, à Krasnojarsk, sur le Volga, tremblement.

Juin. — Le 5, 5 h. du soir, à Helgoland, mouvements extraordinaires des eaux de la mer, déjà signalés. On en a observé de semblables à Wangeroge, à 5, 9 et 9 ¹/₂ h. du soir; à Margate, au Havre et à Calais à 9 h.

— Le 16, midi cinq m., à Valparaiso, tremblement de trente secondes de durée, précédé d'éclairs et de tonnerre. (Budge, *l. c.*)

— Le 16 encore, à Candie, tremblement. Dégâts importants dans l'intérieur de l'île.

— Le 19, dans les provinces napolitaines, les secousses continuent encore.

Le 22, des jets d'eau bouillante sont sortis du Vésuve et se sont étendus sur une longueur d'une lieue.

Juillet. — Le 5, à Smyrne, une secousse.

— Le 6, à Bologne, une secousse.

Août. — Le 11, dans la matinée, à Simla, tremblement déjà mentionné. Il a été ressenti sur toute la limite NO. du. Pundjab, de même qu'à Madras et à Calcutta.

Septembre. — Le 3, 4 h. 12 m. du soir, à Neusalz sur la Donau, tremblement léger.

— Le 6, 5 h. 15 m. du matin, à Laybach, léger tremblement. J'en ai déjà mentionné un pour 9 h. (*sic.*)

— Le 18, 1 $^1/_4$ h. du matin, à Montabaur (Nassau), trois fortes secousses, de l'E. à l'O., accompagnées de bruit. Elles se sont produites à de courts intervalles. Quelques bâtiments fortement endommagés.

— Le 20, à Corfou et en Épire, secousses déjà mentionnées. Elles ont continué jusqu'au 10 octobre et ont occasionné d'assez grands dégâts. On en a ressenti presque chaque jour.

— Dans les derniers jours du mois, dans l'Arracan, le Pégu, la Birmanie et particulièrement à Prome et à Khyouk Phyn (?), maisons et pagodes détruites. Ce tremblement a été suivi d'une forte éruption du volcan qui se trouve dans les environs.

Octobre. — Le 8, 3 h. 15 m. du soir, dans le NO. de l'État de New-York, notamment à Buffalo, et dans le Canada, une secousse qui s'est étendue jusqu'à Port Hope sur le lac Ontario vers le N., et près de Warren, Pa., vers le S. A l'E. on cite Adirondacs et la région de Montreal.

Le même jour, heure non indiquée, à St-Louis et dans l'Illinois, une secousse marquée. (Brigham, *l. c.*)

— Le 16, midi 20 m., à Münsterlingen (Thurgovie), une secousse.

— Le 16 encore, 4 h. 10 m. du soir, à Tonsberg, tremblement que j'ai signalé comme ayant eu lieu entre 3 et 7 h. du soir.

— Le 20, 10 h. du soir, à Trieste, une secousse.

— Le 27, 9 h. 50 m. du matin, à Valparaiso, fort tremblement de dix secondes de durée. (Budge, *l. c.*)

Novembre. — A partir du 23, nouvelle activité au Vésuve.

Décembre. — Dans le courant du mois, au Vésuve, nouvelle éruption avec coulée de lave vers Portici et Resina.

Le 14, on écrit que les petits cratères voisins du volcan vomissent aussi de la lave et que beaucoup de fissures et de crevasses se sont produites au sommet et sur les flancs de la montagne.

— A la fin du mois, dans le Gutscherat (Guzerate ou Gujerat) et le pays environnant, une forte secousse.

1859[1]. *Janvier.* — Le 16, dans la soirée, dans le S. de la Scandinavie, tremblement pendant une tempête de neige du SO. A Stromstadt et en divers autres endroits, eut lieu en même temps un fort roulement, puis, peu après, un bruit sourd semblable au tonnerre. A Bullarneshärad, 6 h. du soir, une violente secousse du SO. au NE. et de cinq à six secondes de durée.

— Le 16 encore, 9 h. du soir, à Livadia, une secousse légère.

— Le 30, à Sienne, légère secousse du S. au N. (Campani, *l. c.*)

— Le 31, 5 h. du matin, dans tout le N. du duché de Bade, tremblement que j'ai signalé pour Schopfeim seulement.

Février. — Le 6, 7 h. 40 m. du matin, à Valparaiso, fort tremblement, de dix secondes de durée.

Le 19, 5 h. 52 m. du matin, autre fort tremblement, de vingt secondes de durée et accompagné de bruit. (Budge, *l. c.*)

Avril. — Le 1er, 9 h. du matin, à Debreczin, une secousse.

— Le 7, 10 1/2 h. du matin, à Pesaro, une forte secousse.

Le 12, 4 1/2 h. du matin, à Florence, une secousse.

Nuit du 12 au 13, dans toute la partie S. de la Toscane, secousses nombreuses qui se renouvelèrent jusqu'au 16 et sur lesquelles j'ai donné des détails étendus.

Le 13, à Livourne, une secousse.

— Le 29, 7 3/4 h. du matin, à Hall (Tyrol), léger tremblement de l'O. à l'E. et de quinze secondes de durée, accompagné de bruit. Chaleur accablante.

Mai. — Le 10, au Vésuve, forte éruption de lave.

Pendant le mois, les sources d'eau vive qui se trouvent aux environs du Vésuve, à l'E. d'une ligne allant du sommet de la montagne jusqu'à Pagliano, ont considérablement diminué.

— Le 30, 4 h. du soir, dans la Transcaucasie, tremblement désastreux. A Tiflis, 4 1/2 h., deux secousses violentes; plusieurs maisons renversées. Ce tremblement doit être du 11 juin (n. st.) auquel je l'ai rapporté.

[1] Les faits de cette année, donnés sans indication de source, sont dus à M. Albert Lancaster et extraits du *Jahresbericht* déjà cité, année 1859.

Juin. — Le 2 et le 3, à Tiflis, continuation des secousses. J'en ai rapporté au 12 et au 15. (n. st.).

— Le 4 et le 5, au Vésuve, accroissement de l'éruption de lave.

— Le 17, à Erzeroum, secousses. J'en ai signalé pour le 14.

Août. — Le 18, 3 h. 50 m. du soir, à Aix-la-Chapelle, une forte secousse du NO. au SE.

— Les 19 et 21, dans le Levant, tremblements déjà décrits. On en a ressenti aussi à Aivali, à Trébizonde et à Tiflis.

Octobre. — Le 3, au Vésuve, éruption de lave par une nouvelle ouverture latérale.

Dans le courant du mois, l'éruption s'accroît; plusieurs secousses au volcan.

— Le 11, dans la matinée, au port de Granville (Normandie), au moment de la marée montante, l'eau se souleva deux fois, promptement et successivement, de deux pieds au-dessus du niveau ordinaire de la mer, puis redevint calme et tranquille comme auparavant. Ciel clair et vent du SO.

— Le 11 encore, pendant la nuit (*sic*), à Ste-Lucie, une forte secousse sans dégâts.

— Le 16, dans la vallée de Cleurie (Vosges), tremblement (*Bull. de la Soc. d'hist. nat. de Colmar,* 1870, 11e année, p. 263).

— Le 17, 11 h. 45 m. du soir, à Perjamos (Banat), une secousse.

— Le 22, 7 h. du soir, dans le Cornouailles, à Padstow, une secousse de trois secondes de durée, et, à 10 h., une deuxième. Les vaisseaux qui se trouvaient dans le canal de Bristol éprouvèrent aussi ce tremblement. J'en ai déjà signalé un le 21, à 6 h. 45 m. du soir.

— Le 26, 6 1/2 h. du soir, à l'île Ste-Maure, une secousse de vingt secondes de durée avec bruit souterrain.

Novembre. — Le 10, à Franzensbad (Franzenbrunn ou Egersbrunn? Bohême), les sources (*Franzensquelle*) cessèrent de couler pendant vingt-quatre heures et ne revinrent à leur premier état que le 14. On a voulu rapprocher ce fait de l'éruption du Vésuve. Déjà en avril 1832, pareil phénomène s'était manifesté dans les Wiesenquelle (même localité), pendant un tremblement en Italie.

— Nuit du 14 au 15, à Darmstadt et à Griesheim, secousses.

— Le 17, à l'île S[te]-Lucie, quelques secousses légères.

— Le 28, 7 1/2 h. du soir, à Florence, une secousse ondulatoire de cinq secondes.

Décembre. — Le 26, très-tard dans la soirée, à Marmaros Szigeth (Hongrie), fort tremblement; entre 10 et 11 h. (*sic*), cinq secousses du SE. au NO. et d'une durée de cinq à sept secondes chacune; tonnerre souterrain. — Signalé sans détails dans mon relevé de 1863, p. 23.

Sans date mensuelle. A Métis (Canada), une légère secousse. (Brigham, *l. c.*)

1860 [1]. *Janvier.* — Le 20, 2 h. 50 m. du matin, à Bikol (comitat de Gran), tremblement. J'y ai déjà mentionné une courte secousse à 2 h. 15 (*sic*) le même jour.

Février. — Le 4, à Potenza et Lagonero (Basilicate), tremblement. A l'intérieur du Vésuve, forts tonnerres; le sommet du volcan est fortement caché par les nuages.

D'après des nouvelles du 11, deux nouvelles secousses auraient eu lieu dans la Basilicate.

— Le 5, heure non indiquée, à Valparaiso, court tremblement. (Budge, *l. c.*).

— Le 14, à Rhodes, plusieurs secousses.

— Dans le courant du mois, à Banda, plusieurs secousses. Volcan plus actif que de coutume. (*Natuurk. Tijdschrift*, t. XXII, p. 137).

Mars. — Le 18, on signale qu'on a ressenti une secousse à Gênes, à la rivière du Levant et à la rivière du Ponent.

— Le 26, 3 h. 10 m. du matin, à Valparaiso, autre tremblement dont M. Budge n'indique pas la durée. (*Loc. cit.*)

— Le 29, au Vésuve, forte éruption; grands changements dans la constitution du volcan. Cette éruption a duré jusqu'au 23 avril, avec plus ou moins de violence.

Avril. — Du 8 au 5 mai, à Haïti, secousses continuelles que j'ai signalées en grande partie. M. A. Lancaster ajoute :

[1] Même remarque qu'en 1859, pour les faits sans indication de sources. M. Albert Lancaster les emprunte au même recueil, *Jahrgang* 1860.

Le 8, 4 h. 20 m. du matin, forte secousse; une seconde à 6 h. Toutes les deux ont été accompagnées d'un fort bruit.

Le 9, dix secousses.

Le 10, à 10 h. du soir et à minuit, puis le 11, presque à chaque heure, nouvelles secousses.

Jusqu'au 29, elles sont presque quotidiennes. En tout, soixante-huit secousses du SSO. au NNE., sans compter les vibrations.

Mai. — Le 17, au Vésuve, continuation de l'éruption; grondements dans l'intérieur. La lave coule lentement par un cône situé au sommet.

Le 26 ou le 30, à Norcia, *nouvelles* secousses; plusieurs maisons détruites.

Juin. — Dans la nuit du 9, à Brousse, très-fortes oscillations du sol.

Août. — Le 19, 3 h. du matin, à Inspruck, une secousse déjà notée. M. A. Lancaster ajoute qu'elle fut suivie d'une deuxième.

Le 23, 4 h. du matin, dans le Fichtelgebirge, l'Oberpfalz, à Bamberg, en Bohême, dans le Voigtland de Saxe, en plusieurs points de la Bavière et en Suisse, une assez forte seeousse, accompagnée d'un bruit souterrain en divers endroits. Peu de temps après, à Eger et à Graslitz, une deuxième secousse, accompagnée de grondements. (J'ai déjà donné d'autres détails. A. P.). A la suite de ce tremblement, les sources minérales de Franzensbrunn tarirent momentanément, après quoi elles coulèrent avec plus d'abondance.

Septembre. — Le 22, 3 h. du matin, sur la côte de Murcie, fort tremblement avec bruit souterrain. A Vera, beaucoup de maisons renversées. On campa en plein air. J'ai signalé des secousses le 20, à Torrevieja; le 21, à Carthagène, et le 22, dans la matinée, à Almeria seulement.

Octobre. — Le 5, à Copiapo, secousses répétées; on en compta seize en vingt-quatre heures; beaucoup de bâtiments détruits.

— Nuit du 13 au 14, à Seleginsk (Sibérie), tremblement.

1861. *Janvier.* (Sans date de jour), à Singapore et Sinano (?), tremblement. (M. Boué.)

Février. — Le 8, entre 6 1/2 h. et 7 1/2 h. du matin, à Valparaiso, quatre tremblements courts et légers. (Budge, *l. c.*)

— Le 16 (n. st.), 4 h. 4 m. du soir, à Pulkowa, pendant une observation astronomique, oscillation extraordinaire du niveau, que M. A. Wagner attribue à une faible secousse de tremblement de terre. (*Bull. de l'Acad. des sc. de St-Pétersbourg*, t. XII, p. 231.)

Mars. — Le 20, 8 h. 35 m. du soir, à Valparaiso, tremblement fort, ondulatoire et de cinquante secondes de durée. Ce fut le même qui détruisit Mendoza. (Budge, *l. c.*)

— Le 26, dans la région de l'Atlantique comprise entre 10° de latitude nord et sud de chaque côté de l'équateur et entre 15° et 30° de longitude O. de Gr., la barque anglaise *Éléonore* éprouva une commotion due à un tremblement de terre ou à une éruption volcanique sous-marine (A. Lancaster). Dans les suppléments à mon Relevé de 1863, j'ai déjà signalé, pour le 20 de ce mois, un fait semblable dans les mêmes parages, d'après Soechting, qui ne nomme pas le navire.

— En ce mois, dans le Massachusetts, deux secousses. (Brigham, *l. c.*)

Mai. — Le 5, à Valdivia, tremblement. (*Anales de la Univ. de Chile*, oct. 1863, p. 555.)

Septembre. — Le 14, 2 h. 30 m. du matin, à Valparaiso, tremblement ondulatoire, fort et long. (Budge, *l. c.*)

— Le 21, 8 h. du soir, à Ulm, à Laupheim et dans les Geislinger Alp, une secousse. Dans les Alpes, on en ressentit deux à un court intervalle. Ce tremblement eut également lieu à Niederstotzingen, Ehningen, dans la vallée du Neckar (à Ober et à Untertürkeim), à Markgröningen, Göppingen, Heidenheim, Aalen, Gmünd, Boffingen, dans le district de Gaildorf, à Wangen en Allgaü, à Waldsee, dans le district de Waiblingen (Winnenden), à Schorndorf, Brackenheim (Bönningen), à Stuttgart et dans les environs, ainsi qu'à Heilbronn. (A. Lancaster, d'après *Ein Beitrag zur Klim.-Meteor. statistik Württembergs.*)

Octobre. — Le 6, 0 h. 50 m. du soir, à Conception, tremblement. A Valparaiso, 0 h. 54 m. du soir, fort tremblement ondulatoire, de longue durée et sans bruit. (Budge, *l. c.*)

Décembre. — Le 16, à Caracas, commencement de nombreuses secousses qui se répétaient encore en février suivant. (M. Ibarra.)

1862. *Février*. — Du 15 au 20, à Caracas, recrudescence des secousses qui s'y renouvelaient fréquemment depuis le 16 décembre précédent. (*Id.*)

Mai. — Le 28, 1 h. 30 m. du matin, à Valparaiso, tremblement ondulatoire de dix secondes de durée. (Budge, *l. c.*)

Juin. — Le 21, à Valdivia, fort tremblement, le dernier mentionné dans les *Anales de la Univ.* (oct. 1863, p. 555).

Juillet. — Le 22, 7 h. 55 m. du matin, à Santiago, tremblement léger. (Même source, août 1863.)

Sans date de mois, ni de jour. — 4 1/2 h. du soir, dans le Laucharthal, à Mägerkingen, Hausen et divers autres endroits, deux secousses. (A. Lancaster, d'après *Ein Beitrage* déjà cité.)

1863. *Janvier*. — Le 4, 0 h. 7 m. du soir, à Valparaiso, tremblement horizontal de l'E. à l'O. et de quinze secondes de durée. (Budge, *l. c.*)

Le 26, 2 1/2 h. du soir, à Copiapo, tremblement de trente secondes de durée. (*Anales de la Univ.* Décembre 1864.)

— Le 21, 9 h. 15 m. du matin, à Taranaki (Nouvelle-Zélande), tremblement. (A. Lancaster.)

Février. — Le 3, 7 h. du matin, à Wellington (Nouvelle-Zélande), une légère secousse.

Le 4, 7 h. du matin, une nouvelle secousse, forte et précédée d'une longue vibration.

Le 12, 1 h. 30 m. du matin, une légère secousse.

Le 13, 2 h. 45 m. du matin, une secousse légère.

Le 23, 0 h. 55 m. du matin, à Taranaki, une forte secousse.

Le même jour, 1 h. 30 m. du matin, à Wellington, une légère secousse de quarante-cinq secondes de durée et suivie de faibles vibrations pendant deux ou trois heures. (A. Lancaster.)

Mars. — Le 18, 10 h. 45 m. du matin, à Wellington, une forte secousse, et le 31, 7 h. du matin, une légère. (*Id.*)

Avril. — Le 2, 5 h. 10 m. du soir, à Valparaiso, fort tremblement de vingt-cinq secondes de durée (déjà mentionné pour Santiago, même heure).

Le 15, 1 h. 0 m. du matin, à Valparaiso, nouveau tremblement d'égale force et de même durée.

Le 17, 2 h. 12 m. du matin, deux nouvelles secousses consécutives et de vingt secondes de durée totale. (Budge, *l. c.*)

— Le 15, 10 h. 5 m. du matin, le 16, 5 h. 10 m. du matin, et le 25, 3 h. 15 m. du soir, à Wellington, une secousse chaque jour. (A. Lancaster.)

Mai. — Le 5, 8 1/2 h. du soir, à Copiapo, tremblement de trente secondes de durée. (*Anales*, l. c.)

— Le 6, 8 1/4 h. du matin, dans les Alpes (*sic*), deux secousses dans l'intervalle d'une minute; elles furent accompagnées de bruits souterrains et bientôt suivies d'un orage par une chaleur étouffante. (A. Lancaster, d'après *Ein Beitrage* déjà cité.)

Juin. — Le 21, 8 1/4 h. du soir, à Copiapo, tremblement de quarante secondes de durée. (*Anales*, l. c.)

Juillet. — Le 15, 9 1/2 h. du soir, à Copiapo, tremblement de trente secondes de durée. (*Ibid.*)

Le 17, 0 h. 35 m. du soir, à Valparaiso, tremblement de trente secondes de durée, avec fort bruit. (Budge, *l. c.*)

Le 30, 5 1/2 h. du soir, à Copiapo, long tremblement de quatre-vingt-dix secondes de durée.

Le 31, 3 h. du soir, autre de vingt-cinq secondes. (*Anales*, l. c.)

Août. — Le 3 (n. st.), 9 h. 47 m. du matin, à Pulkowa, pendant une observation astronomique, oscillation extraordinaire du niveau de M. A. Wagner, qui l'attribue à un faible mouvement séismique. (*L. c.*, au 16 février 1861.)

Septembre. — Le 3, 6 h. du soir, à Taranaki (Nouvelle-Zélande), une secousse légère. (A. Lancaster.)

— Le 21, 4 h. du matin, à Valparaiso, fort tremblement de vingt-cinq secondes de durée. (Budge, *l. c.*)

Novembre. — Le 2, 8 h. 1 m. du soir, à Valparaiso, fort et long tremblement composé de deux secousses. Le tube séismique tomba au sud et l'aimant, qui tenait suspendu un poids de 500 grammes, sauta à l'est et toucha une sonnette en connexion avec une batterie électrique. (Budge, *l. c.*)

— Le 11, 3 h. 45 m. du soir, à Wellington, une forte et dernière secousse. (A. Lancaster.)

Décembre. — Le 8, 2 h. 24 m. du soir, à Valparaiso, trois secousses; le tube tomba au SO. (Budge, *l. c.*)

Sans date mensuelle. En 1863, à l'île Unimak (Aleutiennes), éruption du Peak Desolation, cône irrégulier, situé entre les deux pics volcaniques de Shihaldin et de Progroumaja, qui, élevés de 9 à 10 mille pieds, le dominent. Cette éruption, à laquelle il doit son nom, a coûté la vie à beaucoup de monde. (Blake, *Proc. of the Calif. Acad.*, vol. IV, p. 15.)

— En 1863, à l'île Lopevi (Nouvelles-Hébrides), première éruption connue. Les volcans de Tanna et d'Ambrym étaient très-actifs. Au nord de cet archipel se trouve le groupe de Bank's Islands dont l'île la plus grande (Great Bank's Island) et l'île Ste-Marie ont des évents volcaniques qui étaient aussi en activité. (Atkin, *Quart. J. of the geol. Soc.*, n° 95, pp. 205-207.)

1864. *Janvier.* — Le 9, 11 h. 55 m. du matin, à Valparaiso, léger tremblement ondulatoire. A 4 h. 2 m. du soir, deux nouvelles secousses, encore plus fortes et plus longues. (Budge, *l. c.*)

Le 12, 2 1/2 h. (*sic*), les 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19 et 20, à Copiapo, tremblements notés aux observations météorologiques de 9 h. de la nuit, sans indications des heures précises des phénomènes.

Le 21, tremblement noté aux observations de 3 h. du soir.

Le 22, deux tremblements notés l'un aux observations de 3 h. du soir et l'autre à celles de 9 h. de la nuit.

Le 23, tremblement noté aux observations de 9 h. du matin.

Le 24, deux tremblements, l'un noté aux observations de 9 h. du matin et l'autre à celles de 9 h. de la nuit. (*Anales de la Univ. de Chile*, avril 1865.)

Le 25, 10 h. 48 m. du soir, à Valparaiso, deux nouvelles secousses semblables à celles du 9. (Budge, *l. c.*)

Le 27, à Copiapo, tremblement noté aux observations météorologiques de 9 h. du matin.

Le 30, deux derniers tremblements, notés aux observations de 9 h. de la nuit. (*Anales*, l. c.)

Février. — Le 1, 10 h. du soir, à Santiago, tremblement. (*Anales*, janvier 1865.)

Le 22, 11 1/2 h. du matin, à Copiapo, tremblement. (*Ibid.*, avril 1865.)

Mars. — Le 4, 10 h. 15 m. du soir, à Valparaiso, deux autres secousses semblables aux précédentes; le tube tomba au SO. (Budge, *loc. cit.*)

Le 13, 9 3/4 h. du soir et le 16, 11 1/2 h. du matin, à Copiapo, tremblements.

Le 17, 5 h. 45 m. du matin, à Santiago, une secousse de deux secondes de durée. (*Anales*, l. c.)

Le même jour, 5 h. 48 m. du matin, à Valparaiso, deux nouvelles secousses ondulatoires. (Budge, *l. c.*)

Le 20, 10 1/2 h. du matin, à Copiapo, autre tremblement.

Minuit du 20 au 21, deux nouvelles secousses.

Le 31, 12 h. (*sic*), encore une secousse, notée aux observations météorologiques de 9 h. de la nuit. (*Anales*, l. c.)

Avril. — le 6, 3 1/4 h. du soir, à Copiapo, tremblement.

Le 7, 0 h. 21 m. et 3 h. 37 m. du matin, à Santiago, tremblements assez forts et prolongés.

À Valparaiso, 3 h. 40 m. du matin, fort tremblement ondulatoire de quinze secondes de durée.

A Copiapo, 2 h. 23 m. du soir, tremblement.

Le 10, 9 h. du soir, à Copiapo, nouveau tremblement.

Le 20, 8 h. 3 m. du matin, encore un. Ces faits sont empruntés: pour Santiago, aux Annales de l'Université, numéro de janvier 1865; pour Copiapo, au même recueil, numéro d'avril 1865, et pour Valparaiso, au relevé cité de M. Budge. Il en sera de même, le reste de cette année, pour le Chili.

Mai. — Le 3, 11 1/2 h. du soir; le 19, 12 h. (minuit du 19 au 20) et le 25, 12 h. 29 m. (0 h. 29 m. du soir), à Copiapo, trois tremblements.

— Le 26, à Java, M. Arriens a fait l'ascension du Merapie qui était presque calme; il n'y a remarqué que quelques fumerolles. (*Natuurk. Tydschr. voor Ned. Ind*, t. XXIX, p. 93-101.)

Juin. — Le 8, 2 h. 10 m. du matin, à Valparaiso, court tremblement ondulatoire, précédé d'un bruit fort et prolongé.

Le même jour, 8 1/2 h. du matin et le 18, 5 h. du soir, à Copiapo, deux tremblements.

Le 25, 2 h. du matin, à Santiago, fort tremblement.

Le même jour, 2 h. 4 m. du matin, à Valparaiso, deux nouvelles secousses ondulatoires.

Le 26, 8 h. 40 m. du soir, à Copiapo, encore un tremblement. (*Ibid.*)

Juillet. — Le 13, le rév. J. Alkin visita Vanna Lava (Great Bank's Island); le sol était légèrement agité près du lac d'eau chaude qui forme le cratère. Depuis huit ans, ce cratère est très-actif; depuis trois ans des flammes s'aperçoivent sur ce lac.

Cette île fait partie du petit groupe Bank's Islands, au N. des Nouvelles-Hébrides. Elle a des sources chaudes et un grand nombre de petits évents d'où sortent des vapeurs sulfureuses chaudes. Santa Maria n'en a qu'un. Ambrym est en activité constante et violente sur la pente E. dans une étendue de 2 ou 3 milles. (*Quart. J.*, n° 95, *l. c.*)

— Le 27, 6 h. du soir, et le 28, 9 h. du matin, à Capiapo, deux tremblements.

Le 30, 2 h. 40 m. du soir, à Santiago, tremblement léger. (*L. c.*)

Août. — Le 12, 10 h. du matin, et le 14, 2 h. du matin, à Copiapo, deux tremblements.

Le 14 encore, 1 h. 35 m. du soir, à Valparaiso, deux longues secousses ondulatoires. A Santiago, 1 h. 41 m. du soir, tremblement.

Le 20, 11 h. 40 m. du soir, à Valparaiso, trois secousses consécutives d'une durée totale de trente secondes.

Le 23, 7 h. 47 m. du m., à Copiapo, tremblement très-fort et prolongé. (*Loc. cit.*)

Septembre. — Le 21, 11 h. (*sic*); le 23, 2 h. du matin; le 25, 8 h. du soir et le 28, 10 1/2 h. du soir, à Copiapo, tremblements. (*Loc. cit.*)

Octobre. — Le 15, 8 3/4 h. du soir; le 16, 4 1/2 h. du soir; le 24, 2 3/4 h. et 8 h. du soir, à Copiapo, tremblements.

Le 26, 4 h. 40 m. du matin, à Valparaiso, deux très-fortes secousses dont M. Budge n'indique pas la durée.

Le 27, 10 h. du soir, à Copiapo, tremblement. (*Ibid.*)

Novembre. — Le 7, 5 h. du matin; le 14, 6 h. du soir et le 15, 10 1/2 h. du soir, à Copiapo, tremblements. (*Ibid.*)

Je lis encore dans les *Annales* citées : « De 1851 à 1864, à Val-

paraiso, on a éprouvé vingt-deux tremblements, dont quatre en mai (1855, 1859 et 1861); les mois d'avril, juin et novembre, en comptent chacun trois; février, juillet, août et septembre, chacun deux et octobre un seul. » Ce résumé est évidemment incomplet.

— En 1864, le volcan de Lopevi (Nouv.-Hébrides) est très-actif; projections de matières incandescentes à chaque minute. Elles roulent jusqu'à la mer, et pourtant, l'activité est moins violente qu'à Ambrym. Tanna brûle toujours, mais moins violemment. (*Quart. J.*, n° 95 cité.)

1865. *Janvier.* — Le 2, 9 ½ h. du matin, à Santiago, tremblement léger. (*Anales* citées, février 1866.)

Mai. — Le 8, 7 h. 10 m. du matin, à Valparaiso, tremblement de l'E. à l'O. et de trente secondes de durée. A Santiago, 7 ½ h. du matin, tremblement.

Le 21, 4 h. du soir, et le 22, 9 h. 20 m. du soir, à Santiago, deux nouveaux tremblements.

Le 22 encore, 9 h. 25 m. du matin, à Valparaiso, trois nouvelles secousses, de vingt secondes de durée totale. (*Anales* et Budge, *l. c.*)

— Le 9, 5 h. 30 m. du matin, dans le voisinage des Açores, par lat. 39° 22′ N. et long. 10° 42′ O. de Gr., une grande secousse, de trois secondes de durée, ressentie à bord du *Martinho de Mello*, dans sa traversée de Loanda à Lisbonne.

Le même jour, 5 h. 39 m. du matin, à Lisbonne, une petite secousse du NE. au SO et de quatre secondes de durée, déjà mentionnée. (*Annaes do Obs. do Inf. D. Luiz*, t. III, p. 78 et 135.)

Juin. — Le 25, 5 h. du matin, à Santiago, tremblement. (*Anales*, l. c.)

— Le 26, 3 h. du matin, au Semmering et dans le Mürzthal, tremblement. (*Mitth. des Naturw. Vereines in Steiermark*, IV. Heft, 1867, p. 150.)

Juillet. — Le 13, 5 h. 50 m. du soir, à Pöllau, Hartberg, Fehring et Furstenfeld (Styrie), tremblement. A Vorau, 6 h. du soir, une secousse du NO. au SE.

Le 14, 10 h. du matin, à Vorau, Weitz et Pernegg, dans le Mürzthal, autre tremblement. (Même source, *l. c.*)

— Le 15, M. Arriens a visité le volcan de Ternate, qu'il a trouvé

très-peu actif. (*Natuurk. Tijdsch.* déjà cité, t. XXIX, p. 90. 1 pl.)

— Le 20, 1 h. 10 m. du soir, à Santiago, tremblement. (*Anal.*, l. c.)

Août. — Le 11, 9 h. 17 m. du matin, à Santiago, deux légères secousses, précédées de bruit. (*Ibid.*)

— Le 31, le comm. C. S. Forbes aperçoit près d'Endermo (Volcano Bay, Japon), une grande montagne blanche qui fume continuellement par quatre cratères. (*J. of geog. Soc.*, 1866, p. 174.)

Septembre. — Le 1er, le comm. Forbes fait l'ascension de l'Ushiuru- Yama, haut de 1,900 pieds. Le cratère a un demi-mille du N. au S. et trois quarts de mille de l'E. à l'O. Il s'en dégage de la vapeur en divers points. Deux autres volcans sont encore en activité près de la Baie et trois autres éteints ou en repos.

Le 4, il visite le Komanartaki dont le cratère a 1 mille du N. au S. et 2 milles de l'E. à l'O. Il s'en dégage de la vapeur. Éruptions en 1855 et en 1796. La dernière n'a rejeté que de la ponce, des cendres et de l'eau chaude. Peu actif.

Le 9, il aperçoit, de Mori, l'un des volcans près d'Endermo, qui a quatre évents en pleine activité. (*Ibid.*, pp. 178 et 179.)

— Le 7, 11 h. du soir, à Santiago, grand bruit suivi d'un tremblement léger. (*Anales*, l. c.)

Octobre. — Le 3, 1 h. 55 m. du soir, à Valparaiso, deux secousses de vingt secondes de durée totale. A 10 h. 50 m. du soir, deux nouvelles secousses de quinze secondes de durée totale.

Le même jour, 2 h. du soir, à Santiago, grand bruit de tremblement.

Le 18, 10 h. 55 m. du soir, à Santiago, fort bruit suivi de deux fortes secousses. (*Anales* et Budge, *l. c.*)

— Le 5, à San Francisco (Californie), tremblement. (A. Lancaster.)

— Le 22 (n. st.), 8 h. 25 m. du soir, dans le district de Zurnabad (Caucase), court tremblement de l'E. à l'O. précédé d'un léger bruit souterrain. Au moment du phénomène, un assez fort vent du S. qui régnait auparavant cessa tout à coup. (A. Lancaster.)

— Le 24, 10 h. 10 m. du soir, aux mêmes lieux que le 14 juillet précédent, une secousse du SO. au NE. (Même source.)

Novembre. — Dès le commencement du mois, au Vésuve, le séismographe annonce un léger frémissement du sol.

Le 10, une secousse ondulatoire du NO. au SE.

Le 18 et le 24, une secousse verticale.

Dans le même temps à Isernia, tremblement plus remarquable par sa durée que par sa violence. (Palmieri, il Vesuvio, il Terremoto d'Isernia e l'eruzione sottomarina di Santorino, *Rendiconto dell' Accad. di Napoli*, avril 1866, pp. 102-103.)

— Entre le 8 et le 19, jour non indiqué, 0 h. 30 m. du soir, à Santiago, tremblement précédé d'un fort bruit. (*Anales*, l. c.)

Décembre. — Le 2, 10 h. 10 m. du matin, à Raubthal et Reichenberg (Styrie), une très-forte secousse du SO. au NE. (*Mitth.* citées au 26 juin.)

— Le 15, 4 1/2 h. du soir, à Puerto Cabello (Venezuela), fort et assez long tremblement de l'E. à l'O. A 9 h., tremblement moins fort et moins long. A minuit, une troisième secousse. Ces tremblements ont été ressentis à Piritu, Guatire et Caucagua.

Le même jour, 4 h. 52 m. et 9 h. 30 m. du soir, à Caracas, grandes secousses de l'E. à l'O. déjà décrites. On les a ressenties à la Victoria, Maracai, Turmero, Charayave et sur d'autres points. Murs lézardés.

Le 16, de 8 à 10 h. du soir, à Caracas, sourds tonnerres souterrains qui se sont renouvelés plusieurs fois dans la nuit, notamment entre 1 et 3 h. du matin le 17.

Le 18, entre 2 et 3 h. du matin, petit tremblement avec tonnerre ou bruit sourd. A 8 h. 25 m. du matin, autre tremblement assez fort et prolongé, mais moins intense que celui du 15. Sept minutes après, autre tremblement moins sensible. A 10 h. du matin, détonation semblable à un coup de canon. A 3 h. et quelques minutes du soir, léger tremblement suivi de petits bruits à 9 1/2 h.

A Guanare, 8 h. du matin, léger tremblement. On y avait déjà ressenti tous les précédents, notamment ceux du 15, à 4 h. 40 m. et 9 h. 30 m. du soir, dont le dernier fut plus violent, mais moins long que le premier.

A la Guaira, 8 h. 27 m. du matin, une forte secousse de l'E. à l'O. et de deux secondes de durée.

Le 19, entre 1 et 2 h. du matin, à Caracas, légers bruits sou-

terrains. A 9 h. du matin, nouveau bruit semblable. Entre 11 h. et minuit, une légère secousse.

Nuit du 19 au 20, faibles bruits souterrains.

Le 20, dans la matinée, nouveaux bruits. A 1 1/4 h. du soir, une petite secousse. (*El Porvenir*, de Caracas, 18, 19, 20 et 21 décembre.)

— Entre le 25 et le 31, jour non indiqué, 3 h. 18 m. du soir, à Santiago, bruit fort et prolongé. (*Anales*, l. c.)

— Dans le courant du mois, au Vésuve, les frémissements du sol sont plus accusés par le séismographe, qui indique quinze secousses sensibles, cinq ondulations du NO. au SE. et les autres verticales après lesquelles a eu lieu l'éruption de Santorin. (Palmieri, *l. c.*)

1866. *Janvier.* — Le 1er, au Vésuve, le sol frémit avec une égale force; le séismomètre indique deux secousses verticales, suivies d'un certain calme, auquel succède une recrudescence qui dure du 24 janvier au 16 février, et est remplacée par un calme nouveau qui persiste encore à la fin de mars. (Palmieri, *l. c.*)

Février. — Le 18, 1 h. du soir, à Gorontalo (Célèbes), une secousse de l'E. à l'O. (M. Riedel.) D'après M. de Lange, j'en ai signalé une pour le 8, à la même heure; M. Riedel ne la mentionne pas dans sa liste.

Mars. — Le 17, 8 h. 45 m. du matin, à Valparaiso, tremblement ondulatoire de vingt secondes de durée. (Budge, *l. c.*)

— Le 17, M. Jouan a vu des tourbillons de fumée, se succédant rapidement, s'élever de l'île Iwoga-Sima (Japon) et former au-dessus un épais nuage; des vapeurs blanchâtres, sortant des crevasses de ses flancs abrupts, lui faisaient comme un manteau de neige. (*Mém. de la Soc. d'hist. nat. de Cherbourg*, t. XIV, p. 61.)

Avril. — Le 9, à l'île d'Unst et dans les îles septentrionales des Shetland, tremblement ressenti aussi en Norwége et en Écosse, mais non dans les îles du Sud. (Boué.)

— Le 27, au SO. de Mexico, une secousse violente, surtout dans la province de Jorullo. (*Smithsonian Report*, 1866, p. 434.)

Mai. — Le 10, 9 h. 15 m. du matin, à Orizaba, tremblement

s'étendant du pic de ce nom dans la direction du SO. au NE. Trois secousses consécutives du N. au S. dans un intervalle de dix secondes; la dernière, la plus violente, fut suivie d'un frémissement continu. Durée totale, septante secondes. Maisons renversées. Ce tremblement fut faible à Mexico. (*Ibid.*)

Août. — Le 4, 11 h. du matin, à Hilo (Hawaï), deux légères secousses. (Mrs. Lyman.)

— Le 11 (le 30 juillet, v. st.), 1 h. 45 m. du soir, dans la région connue sous le nom de Degneh (district de Kobistan, Caucasie), éruption volcanique. Le mont Degneh s'étend du poste de Paschalinskaja, à 49 verstes au SO. de Schemakha, jusqu'à 18 verstes environ de Sholjany. D'après les données de M. Wolfram, le lieu de l'éruption se trouve à 35 ou 40 verstes de Schemakha.

L'éruption principale se fit par deux ouvertures très-rapprochées, qui ne forment plus maintenant qu'une seule grande crevasse. Il y a lieu de croire, toutefois, que des flammes s'élevaient également de plus de quatre cents petits cônes disséminés.

Une grande éruption de boue eut lieu en même temps. Celle-ci finit par recouvrir un espace long de 3 à 4 verstes sur 2 à 3 verstes de large et formant une couche épaisse de 1 à 1 1/2 archine. Tout fut brûlé dans un rayon d'une 1/2 verste autour du cratère principal.

Le phénomène n'a été observé de près par personne; mais des nomades, qui naviguaient sur la rivière Pir-Şhagat, l'ont aperçu à une distance de 12 verstes. Ils racontent qu'ils entendirent d'abord un bruit semblable à un fort craquement; puis ils aperçurent bientôt une fumée légèrement jaunâtre, suivie d'une flamme brillante, qui s'élevèrent jusqu'aux nuages. La chaleur émise par cette flamme se faisait encore sentir à une telle distance, et le bruit qui accompagnait toujours l'éruption était si fort, que leurs tentes en étaient secouées. Il n'y a pas eu de véritable tremblement de terre. (A. Lancaster, d'après le *Wochenschrift* de Heis, 1867, nº 16.)

Octobre. — Le 1er, 8 h. du soir, à Hilo (Hawaï), une secousse longue, mais légère. (Mrs. Lyman.)

Décembre. — Le 2, 3 1/2 h. du soir, à Gorontalo (Célèbes), une secousse de l'E. à l'O. (Riedel). M. de Lange ne la cite pas dans son relevé que j'ai publié.

1867. *Janvier.* — Le 6, 7 h. 40 m. du soir, à Banda (Moluques), une secousse verticale de quatre secondes de durée.

Le 14, heure non indiquée, à Tontolie (Célèbes), tremblement de l'O. à l'E.

Le 15, 4 h. 40 m. du matin, à Banda, une secousse verticale de dix secondes de durée.

Le 28, 0 h. 45 m. du matin, une autre secousse, horizontale et de dix secondes de durée. (M. Bergsma.)

En ce mois, éruption du volcan Yedja, au centre de Flores (voir plus loin au 4 mai 1868).

— Le 18, 10 h. 3 m. du matin, à Valparaiso (Chili), deux secousses d'une durée totale de quinze secondes. (Budge.)

Le même jour, 10 h. 6 m. du matin, à Santiago, tremblement déjà mentionné dans mon dernier relevé.

— Le 19, 7 h. 30 m. du soir, à Shahpore (Pundjab), tremblement du N. au S. (A. Lancaster.)

Février. — Le 1er, à Tontolie (Célèbes), tremblement du NO. au SE. (M. Bergsma.)

— Le 3, à Murcie (Espagne), tremblement cité par M. A. Lancaster, d'après un résumé d'observations météorologiques de cette ville.

Mars. — Le 6, à Tontolie (Célèbes), tremblement de l'O. à l'E. (M. Bergsma.)

Avril. — Le 13, 10 h. 10 m. du soir, à Valparaiso (Chili), deux secousses de quinze secondes de durée totale. Le tube séismique tomba au NO. (Budge.)

— Le 30, à Tontolie (Célèbes), tremblement du NO. au SE. (M. Bergsma.)

Mai. — Du 19 à la fin du mois, à l'île Terceira (Açores), surtout à Serreta et à Raminho, grand nombre de secousses plus ou moins fortes, quelques-unes très-violentes, généralement du NO. au SE.

Le 31 fut signalé par un tremblement violent. (La suite à juin.)

— Le 26, à Tontolie (Célèbes), tremblement du NO. au SE. (M. Bergsma.)

Juin. — Le 1er, dans la matinée, à Serreta, Raminho, etc., tremblement violent suivi de beaucoup d'autres moins forts.

A 10 h. du soir, de fortes et fréquentes détonations, semblables à des décharges de grosse artillerie, signalèrent le commencement d'une éruption sous-marine entre les îles de Terceire et Graciosa. Cette éruption atteignit son maximum dans la journée du 5; le cône d'éruption disparut complétement dans la soirée du 7. Tels sont les seuls renseignements donnés par les *Annaes de Observatorio do Infante D. Luiz*, t. V, p. 75, 1867, sur ces grands phénomènes que j'ai décrits dans mon relevé de 1867. Du reste, à mon grand regret, je ne trouve pas dans ces Annales une seule secousse mentionnée pour les Açores, où cependant les tremblement ne sont pas rares.

— Le 25, dans l'après-midi, en rade de Iokohama (Japon), le navire que montait M. Jouan fut tout à coup brusquement secoué à deux reprises, comme s'il avait violemment touché sur le fond. A terre, on remarqua très-bien les oscillations des murailles, mais rien ne s'écroula. « Nous avons pu, ajoute ce savant officier, constater de fréquentes secousses. C'est la terre classique des tremblements de terre. » (*Mém. de la Soc. d'hist. nat. de Cherbourg*, t. XIV, p. 57.) J'ai déjà signalé ce tremblement, qui a eu lieu à 2 h. 5 m. du soir. Je regrette que M. Jouan n'en mentionne pas d'autres.

Juillet. — Le 23 (n. st.), 2 1/2 h. du soir, à Télavi (Kakéthie, Géorgie), tremblement du NO. au SE. ressenti non-seulement dans la ville, mais aussi dans tout le pays environnant et sur la rive gauche de l'Alasau.

A Schemakha, 2 h. 48 m. du soir, deux fortes secousses consécutives de l'E. à l'O. accompagnées de bruits souterrains.

A la station de poste de Geoktichei, distante de 97 verstes de Schemakha, 3 h. 15 m. du soir, faible ondulation du sol, à peine sensible et promptement suivie d'une forte secousse dont on se rendait facilement compte par les yeux en voyant les bâtiments trembler. Durée totale, sept secondes.

Le même jour, à 2 h. 50 m. du soir, à Tiflis, tremblement du S. au N. pendant un fort vent. (A. Lancaster et *Annales de l'Obs. phys. central de St-Pétersbourg*, 1867.)

— En juillet, sans date de jour, à Littai (Carniole) et à Oderburg près de Gratz, tremblement signalé par M. A. Lancaster, d'après M. Heis, qui donne ordinairement les jours, mais jamais les heures.

Août. — Le 9, heure non indiquée, à Tosarie et dans huit autres *dessas* environnantes, situées dans les monts Tenger (résidence de Pasoeroean), faible tremblement du NO. au SE. (M. Bergsma).

Le 27, 2 heures du matin, à Gorontalo (Célèbes), une secousse de l'E. à l'O. (M. Riedel.)

Septembre. — Le 3, 2 h. 40 m. du matin, à Banda, une secousse verticale de vingt secondes de durée.

Le 9, 3 h. 30 m. du soir, une secousse horizontale de six secondes de durée (M. Bergsma).

Le 14, 10 1/2 h. du soir, à Gorontalo, une secousse de l'E. à l'O. (M. Riedel).

— Le 5 (n. st.), 2 h. 58 m. du matin, à Schemakha, une assez forte secousse de l'E. à l'O. et de deux à trois secondes de durée, avec bruits souterrains.

Le 22 (n. st.), 1 h. 8 m. du matin, à Tiflis, une secousse du SO. au NE. très-forte en certaines parties de la ville, peu sensible dans d'autres (A. Lancaster). J'ai déjà signalé ces deux secousses mais sans en indiquer le style. Ces dates sont bien du nouveau.

— Le 20 (n. st.), 6 h. 1 m. du matin, à Pulkowa, pendant une observation astronomique, une oscillation extraordinaire du niveau, constatée par M. Wagner qui l'attribue à un faible mouvement séismique et cite un tremblement de terre ressenti à Malte, le même jour, presque dans le même moment. (Même source que le 16 février 1861 et le 3 août 1863.)

Ainsi, voilà cinq fois que de très-faibles mouvements séismiques sont manifestés par des oscillations extraordinaires de niveaux très-sensibles et constatés par des observations exactes en 1846, 1849, 1861, 1863 et 1867.

J'ai déjà rapporté des observations de ce genre faites par

M. Ant. d'Abbadie (de l'Institut) avec sa lunette nadirale, dans les Pyrénées, le 17 août 1869. Depuis, il a continué ses observations et m'en a communiqué les résultats qu'il se propose de publier.

De ces faits, je rapprocherai l'extrait suivant d'un voyage dans le Cutch, par M. Bartle E. Frere : « Une preuve curieuse de la fréquence des tremblements de terre dans les terres alluviales du Sind, dit-il, m'a été citée par feu le général Jacob. Il aimait beaucoup à faire des observations astronomiques. Même en voyage il s'amusait à prendre, chaque jour, la hauteur du soleil et de la lune. Il m'a assuré qu'il se passait rarement une semaine sans qu'il remarquât de légers frémissements dans la surface de son horizon artificiel, quand il observait dans les basses terres du Sind. Il avait été longtemps surpris de ces frémissements dont il ne pouvait se rendre compte. Enfin, il avait fini par se convaincre que ces faibles frémissements n'étaient dus qu'à de légers mouvements séismiques, rendus sensibles seulement par les ondulations du mercure. » (*Jour. of the geog. Soc.*, t. XL, p. 192, 1870.)

Je retrouve encore, dans mes notes, d'anciennes observations analogues.

Le 6 et le 7 janvier 1767, à Manille, tremblements légers constatés de même par Le Gentil pendant qu'il prenait des hauteurs correspondantes du soleil. « J'observerai, dit-il, que pendant quelques-unes des hauteurs correspondantes du 6 et du 7 (11 h. 42 m. et 11 h. 43 m. à peu près), le soleil me paraissait, dans des moments, avoir un tremblement d'autant plus singulier, que mon quart de cercle posait sur un mur très-solide et qu'il faisait calme ou presque calme. Ce tremblement, qui a dû influer un peu sur mes hauteurs, quoique d'ailleurs assez exactes pour l'objet actuel, ne peut provenir que d'un léger tremblement de terre, trop faible pour se faire sentir autrement. »

Et plus loin, à la date du 24 avril, il ajoute : « La brise était devenue si forte dans l'après-midi, que son grand bruit, joint à celui de la mer, ont fait que j'ai eu beaucoup de peine à entendre battre ma pendule à la première hauteur et que je ne l'ai point entendue dans la seconde, étant survenue une rafale ou bouffée de vent qui a duré environ dix secondes.....

» Je remarque ici que, malgré la force du vent, mon quart de cercle était si stable, qu'on ne s'apercevait nullement de la force du vent au soleil vu dans la lunette; ainsi le vent n'agitait point mon observatoire : autrement, je m'en serais aperçu, et le soleil aurait essuyé, en apparence, des mouvements continuels lorsque je l'aurais regardé dans la lunette; par conséquent, les différents sauts que je lui ai vu faire quelquefois dans la lunette, dont j'ai fait mention dans les observations sur la longitude, ces différents sauts, dis-je, se faisant remarquer dans le calme plat, étaient certainement l'effet, comme je l'ai déjà remarqué, de quelques tremblements de terre. » (*Voyage aux mers de l'Inde*, t. II, pp. 296 et 329, édit. in-4°.)

M. Fr. Pistolesi, l'un de mes premiers et de mes plus zélés correspondants, m'envoyait, en 1856, la note suivante sur les oscillations du sol observées à Milan par l'astronome Barnaba Oriani, pendant les secousses de la Calabre en 1783 : « Ces oscillations parurent dans le soleil dont on observait le passage au méridien. Elles ont eu lieu du mois de janvier au mois d'août 1783; les mouvements extraordinaires et les oscillations que présenta le soleil correspondirent aux tremblements de la Calabre. » (*Osservazioni sulle oscillazioni della terra in occasione di Terremoto;* di Barnaba Oriano. Opuscoli scelti di Milano, 1783, t. VI, p. 277.) On peut remarquer que les oscillations ont commencé en janvier à Milan et les secousses de la Calabre seulement le 5 février suivant.

Enfin, en voici encore une autre que je dois à mon savant ami, feu le professeur Fournet, qui fut correspondant de l'Institut. Elle est de feu le commandant Delcros, l'un de nos officiers les plus distingués qui aient travaillé à la carte de France. Le premier complémentaire an XII (le 17 septembre 1805), Delcros s'occupait d'opérations géodésiques au Ballon de Guebwiller, dans les Vosges. « J'ai voulu, dit-il, commencer à observer des azimuths, vers 3 h. 30 m. du soir; mais le grand niveau du grand cercle, de 16 pouces de diamètre de Lenoir, a oscillé continuellement d'environ 18 à 20 de ses divisions, de part et d'autre de la verticale, et cela par un calme parfait et un beau soleil. La bulle oscil-

lait très-régulièrement à droite et à gauche de la division, et les oscillations pouvaient durer environ une demi-minute. Le cercle était porté sur un pied en maçonnerie très-solide, le cercle et l'observateur reposaient sur le sol de roche et étaient parfaitement indépendants l'un de l'autre. » Delcros fut obligé d'abandonner momentanément ses observations. Pendant le cours de ses trente années géodésiques, il a été témoin du même phénomène, une seconde fois seulement, à Narbonne, en 1852.

Je reviens à mon relevé.

— Le 30, à Murcie (Espagne), tremblement signalé par M. A. Lancaster, d'après le Résumé d'observations météorologiques faites à Murcie.

Octobre. — Le 1er, 9 h. 52 m. du matin, à Lisbonne, une secousse signalée par M. Fradesso da Silveira, *Ann. de l'Obs.* déjà citées, t. V, p. 129. Cette secousse et celle du 9 mai 1865, rapportée plus haut, sont les seules que mentionne l'auteur, qui les note exactement. Le phénomène n'est donc pas si fréquent à Lisbonne qu'on le croit généralement d'après ses manifestations dans le dernier siècle.

— Le 14, entre 4 et 5 h. du matin, à Amarasie (Timor), six secousses, la première forte et de cinq minutes (*sic*) environ de durée, les autres plus faibles et toutes horizontales du S. au N. (M. Bergsma.)

— Le 19, 11 h. 40 m. du matin, à Hilo (Hawaï), une secousse légère. Le 30, 5 h. 30 m. du soir, une forte secousse. (Mrs. Lyman.)

— Le 22, au matin, à Schruns (Vorarlberg), tremblement.

Le 29, 4 h. du matin, à Tarvis (Carinthie), tremblement. (A. Lancaster.)

Novembre. — Le 7, 2 h. du matin, à Hilo (Hawaï), une secousse violente. (Mrs. Lyman.)

Décembre. — Le 13, à 4 h. du matin, dans la *dessa* Tosarie et dans treize autres *dessas* du district de Tenger (résidence de Pasoeroean), on a observé une pluie de cendres peu forte et qui a duré 3 heures; durant cet intervalle, on a entendu un bruit qui s'est répété trois ou quatre fois et qu'on a supposé provenir du volcan.

Le même jour, heure non indiquée, à Tontolic (Célèbes), tremblement de l'O. à l'E. (M. Bergsma.)

Le 23, 10 h. du soir, à Gorontalo (Célèbes), une secousse de l'E. à l'O. (M. Riedel.)

— Le 18, au matin, dans le nord de l'île Formose, une première secousse d'environ quinze secondes de durée. A Tamsuy, plusieurs bâtiments renversés et plusieurs personnes tuées. Dans le jour, environ quatorze secousses moindres.

Le 20, encore une secousse violente.

A Kelung, le port entier fut mis à sec pendant quelques instants. L'eau revenant ensuite, sous forme d'une vague énorme, parvint jusque dans la ville elle-même. De grands éboulements de terre ont eu lieu et plusieurs villages, entre Kelung et Tamsuy, ont été détruits. (*Quart. J.*, n° 96, nov. 1868, p. 510.)

— Le 29, 11 h. 45 m. du soir, à Hilo (Hawaï), une légère secousse, ressentie aussi à Kau, distant de 50 milles. (Mrs. Lyman.)

1868. *Janvier.* — Le 5, 11 h. 30 m. du matin, à Yurimaguas, Iquitos, San Paulo de Olivenza, Tonantins, Fonteboa, Jeppé, Coary, Yapica et dans la rivière de Purus (Brésil), tremblement. Toutes les maisons endommagées. (*Diario do Gram Para,* du 5 janvier 1872. Comm. de M..Paz Soldan.)

— Le 5 encore, sur le lac de Garde (Italie), tremblement. (A. Lancaster.)

— Le 7, à Pfunds (Tyrol), tremblement.

Le 26, à Laybach (Carinthie), tremblement. (A. Lancaster.)

— Le 10, 9 h. du matin, à Banda, une secousse horizontale, assez forte, mais de courte durée.

Le même jour, 9 h. 30 m. du matin, à Painan (côte O. de Sumatra), faible tremblement horizontal du SO. au NE.

Le 12, 10 h. du matin, dans cinq *dessas* des monts Tenger, voisines de la *dessa* Tosarie, faible pluie de cendres ; elle a duré une heure et venait du SE., c'est-à-dire du côté où se trouve le Bromo.

Le 13, vers 7 h. du soir, à Amboine, une forte secousse verticale d'une seconde de durée.

Le 20, à Tontolie (Célèbes), tremblement de l'O. à l'E.

Le 28, vers 5 h. du soir, à Madioen, une courte, mais assez forte secousse horizontale du SE. au NNE. (*sic*).

— Le 11, 7 1/2 h. du matin; le 16, 1 h. du matin et le 18, 11 1/4 h. du soir, au Fort d'Espagne (Porto-Rico), trois tremblements légers. (M. Rojas.)

— Le 13, 5 h. 40 m. du soir, à Copiapo (Chili), tremblement de trente-cinq secondes de durée.

Le 14, 1 1/2 h. du matin, autre tremblement.

Le 22, 9 h. du matin et 4 h. 24 m. du soir, deux autres encore. (*Ann. météor. du Chili* pour 1869.)

— Le 17, dans la soirée, à l'île Hawaï (localité non désignée), une faible secousse, mentionnée par M. A. Lancaster, d'après M. le Rév. Williamson.

— Le 25, à Hermannstadt (Transylvanie), tremblement.

Le 28, à Stein (Hongrie), tremblement. (A. Lancaster.)

Février. — Nuit du 1 au 2, à Hilo (Hawaï), une secousse. (Mrs. Lyman.)

— Le 7, 6 h. 55 m. du soir, à Laybach (Carinthie), une secousse importante (*nicht unbedeutende*) qui marchait dans la direction du SO. et était accompagnée d'un bruit souterrain. Une heure plus tard (à 7 h. 55 m. du soir), une secousse plus faible. (A. Lancaster, d'après le *Wochenschrift* de Heis, p. 104.)

Le 13, à Klagenfurt, quelques secousses. (*Id.*)

— Le 10, 10 h. 4 m. du matin, à Padang (côte O. de Sumatra), une secousse horizontale du SO. au NE. et d'une durée de trois secondes au moins. On l'a ressentie à Painan et à Pau, dans la division de Padang.

Le 14, vers 7 h. du soir, à Larentocka (Timor), deux secousses du SSO. au NNE.; sur la côte nord de Flores et à Lamahala (île de Andanara), on a également ressenti deux secousses vers le même moment.

Le même jour, heure non indiquée, à l'île Saleijer (îles Célèbes), tremblement du N. au S.

Le 17, 2 h. 30 m. du matin, à Banda, deux secousses horizontales, la seconde plus forte que la première. A 8 h. 30 m. du soir, encore une secousse horizontale, de courte durée.

Le 18, 8 h. 30 m. du soir, à Banda, une secousse horizontale de courte durée.

Le 19, 9 h. du soir, à Banda, faible secousse horizontale.

Le même jour, heure non indiquée, à Tontolic (Célèbes), tremblement de l'O. à l'E.

Le 20, 7 h. 5 m. du soir, à Banda, assez forte, mais courte secousse horizontale. (M. Bergsma.)

— Le 10 encore, 1 h. 20 m. du soir, à Copiapo (Chili), premier tremblement.

Le 13, 3 h. 45 m. du soir, un autre de dix secondes de durée.

Le 24, 2 h. 1 m. du soir, un dernier, de cinq secondes seulement de durée.

Le 29, 6 h. 30 m. du soir, à Valparaiso, fort tremblement ondulatoire de quinze secondes de durée. (*Loc. cit.*)

— Le 10 encore, à Tokay (Hongrie), tremblement. (A. Lancaster.)

— Le 12, à Guéret (Creuse), tremblement. (*Ibid.*)

— Le 14, à Malte, tremblement. (*Ibid.*)

— Le 20, 8 h. du matin, à Quito, léger tremblement, dû probablement, dit le P. Aguilar, au premier effort des gaz cherchant à s'ouvrir une issue dans le cône qui se trouve au fond de l'ancien cratère du Pichincha [1].

— Le 20 encore, à Céphalonie, tremblement. (A. Lancaster.)

— Le 25 (n. st.), 5 h. 45 m. 44 s. du soir, à Tiflis, une secousse de trois secondes de durée, mentionnée dans les *Annales* de l'Observatoire physique central, année 1868, et non portée dans mes relevés précédents.

— Le 26, 8 1/4 h. du soir, par 18°17' lat. N. et 64°57' long. O. (près de l'île St-Thomas), la barque-goëlette *Salier* a éprouvé une forte commotion sous-marine, de trois à quatre secondes de durée, et accompagnée d'un bruit semblable au tonnerre. (A. Lancaster, d'après le *Wochenschrift* de Heis, p. 136.)

[1] F. C. Aguilar. S. J. — El Pichincha. *Memoria historica y cientifica. ... seguida de la Relacion de un viage a su crater los dias 13 y 14 de abril de 1868,* p. 1. Quito, 1868, 29 p. petit in-4°.

On lit dans le même recueil, n° du 1er avril : « On ressent encore à St-Thomas, de temps en temps, de fortes secousses de tremblement de terre. » (A. Lancaster.)

— D'après des lettres de l'Islande reçues à Copenhague, il résulte qu'une nouvelle éruption de l'Hécla a eu lieu. (*Wochens.* de Heis, numéro du 11 mars, traduit par M. A. Lancaster.)

Mars. — Le 1er, 3 h. 45 m. du matin, à Atapoepoe (Timor), une assez forte secousse du NE. au SO. et de cinq à six secondes de durée.

Le 3, vers 5 h. du soir, à Ternate, une secousse légère, très-courte et de l'O. à l'E.

Le 5, 9 h. du soir, à Ternate, faible secousse de l'O. à l'E. et de très-courte durée.

Minuit du 5 au 6, une nouvelle secousse semblable.

Le 6, à Tontolie (Célèbes), tremblement de l'O. à l'E.

Le 13, 5 h. 30 m. du matin, à Ternate, une légère secousse de l'O. à l'E., accompagnée d'un fort bruit semblable à un coup de canon de gros calibre. Aussitôt après, s'élança du cratère de la montagne de Ternate une épaisse colonne de fumée dont la hauteur fut estimée de 2,000 à 2,500 pieds. Cette colonne, dans laquelle se montrèrent des lueurs singulières, présenta un aspect remarquable. Un fort vent du NE. la fit disparaître. Il est tombé un peu de cendre sur le versant occidental de la montagne.

Le 15, 7 h. 30 m. du soir, au centre de Flores (Endeh), une secousse singulièrement violente dans son mouvement du S. au N. et d'environ deux minutes (*sic*) de durée. (M. Bergsma.)

— Le 4, 5 h. 3 m. du soir et 8 h. 4 m., à Copiapo (Chili), deux tremblements, le premier de quarante secondes de durée et le second de dix secondes seulement. (*Ann.* cité.)

— Le 17, 8 h. du soir, à Admiralty Bay (*sic,* Nouvelle-Zélande?), une forte vague s'éleva à 3 pieds de hauteur, et parvint dans les terres à des distances variant de 70 à 350 pieds. Une seconde vague, moins forte, suivit bientôt après. On n'a pas ressenti de tremblement de terre. (A. Lancaster, d'après le *Quarterly J. of geol. Soc.*, t. XXV, p. 1.)

— Le 19, au Pichincha, premières détonations.

Le 22, 3 h. du soir, nouvelles détonations et, à 4 h., première apparition d'une immense colonne de fumée. (Aguilar, *l. c.*)

L'éruption continuait encore au 16 avril suivant. (*L. c.*, p. 9 en note.)

— Le 28, 1 h. 50 m., 3 h., 6 h., 7 h. et 10 h. du soir, à Hilo (Hawaï), quatre secousses, les deux premières fortes.

Le 29, 1 h. du matin, une forte secousse; à 6 h. une légère; à 8 h. deux chocs à quelques minutes d'intervalle. A midi, une violente secousse ondulatoire et à 1 h. du soir, une faible secousse. (Mrs. Lyman.)

Avril. — Le 1er, 10 h. du matin, à Siboga et à Baros (résidence de Tapanoelie, côte O. de Sumatra), une assez forte secousse du N. au S., accompagnée d'un fort bruit souterrain.

Le 7, 9 1/2 h. du soir, à Gorontalo (Célèbes), une secousse de l'E. à l'O.

Le 10, 6 h. 15 m. du matin, à Ternate, une légère et courte secousse du S. au N.

Le 11, à Tontolie (Célèbes), tremblement du S. au N.

Le 17, 5 h. 15 m. du matin, dans toute la division méridionale de Padang, au chef-lieu Padang, à Priaman, à Ajerbanjies, à Siboga et à Baros, une assez forte secousse ondulatoire. Dans quelques endroits, elle dura environ une minute (*sic*) et fut accompagnée d'un fort bruit souterrain. A Padang elle fut dirigée du S. au N.

Ce tremblement a été aussi ressenti à Natal et à Singkel. A Taloe, on a ressenti, à la même époque, trois secousses successives qui ensemble ont duré deux minutes (*sic*) environ.

Le même tremblement fut encore observé à Goenoeng Sitoli (île Nias), où les secousses furent assez violentes et durèrent trente secondes, à Poeloe Tello (îles Batoe), où elles durèrent douze secondes, et dans la division Mandheling et Angkola.

Le 23, minuit un quart (*sic*), à Ternate, une faible et courte secousse de l'O. à l'E. On l'a ressentie à Oba (île d'Halmaheira ou de Gilolo), mais elle y a été beaucoup plus forte.

Le 29, 0 h. 30 m. du matin, dans le district de Bodja, division de Kendal (résidence de Samarang), une assez violente secousse de l'E. à l'O. (MM. Bergsma et Riedel.)

— Le 1er, au soir, à Hilo (Hawaï), Mrs. Lyman note, dans son journal séismique, neuf secousses distinctes ressenties dans les dernières vingt-quatre heures.

Dans la nuit suivante, douze secousses encore, la plupart légères.

Le 2, vers 4 h. du soir, commença une série de secousses se succédant rapidement; la troisième fit fuir la population des maisons. Après un repos d'une ou deux minutes, survint la quatrième qui ébranla l'île entière et y causa des désastres considérables. Elle fut suivie de légères secousses presque incessantes, pendant le reste du jour et la nuit suivante.

Le 3, secousses fréquentes, plusieurs assez fortes pour faire quitter les maisons.

Les 4, 5 et 6, elles sont si fréquentes qu'on cesse de les compter.

Le 7, on aperçoit de la fumée sur le flanc du Mauna Loa. (Pas de secousses mentionnées au journal; pourtant, elles sont encore nombreuses.)

Le 8, 11 h. du matin, deux secousses violentes et plusieurs autres légères. Le soir, on rentre dans les maisons où l'on n'avait pas couché depuis le 2. Une seule secousse dans la nuit.

Le 9, plusieurs secousses modérées.

Le 10, avant le jour, une secousse qui réveilla Mrs. Lyman.

Le 11, 11 h. du soir, une secousse, la seule notée.

Le 13, au point du jour et à 9 h. du matin, deux secousses modérées.

Le 14, de minuit à 9 h. du matin, plusieurs secousses.

Le 15, 5 h. du matin, une secousse; une autre dans la soirée.

Le 19, 8 h. du soir, une secousse violente.

Vers minuit du 28 au 29, une violente secousse qui fit lever presque tout le monde.

Le 30, 5 h. du matin, une secousse et deux autres dans le jour. (Mrs. Lyman.)

— Le 16, à Laybach (Carniole), tremblement. (A. Lancaster.)

— Le 25, 0 h. 53 m. du soir, à Copiapo (Chili), tremblement de trois secondes de durée. (*Annuaire* cité.)

— Pendant ce mois, le Pichincha continue son éruption commencée le 19 mars précédent.

Le 4, des jeunes gens de Quito font une ascension au volcan dont ils constatent seulement la grande activité intérieure.

Le 12 (le jour de Pâques), le P. Aguilar part de Quito à 2 h. du soir pour visiter le volcan.

Le 13, à 1 h. 20 m., il atteint les premières roches projetées par le volcan dans ses anciennes éruptions; le sol est couvert de neige et le ciel d'un épais brouillard qui par intervalles laisse libre la vue du cratère. L'odeur de l'acide sulfhydrique devient très-intense.

Vers 2 heures, le P. Aguilar commence à gravir la pente neigeuse du volcan.

« Des bouches actuellement en activité, dit-il, se dégageaient d'abondantes vapeurs d'eau, du soufre, et beaucoup de gaz acides carbonique et sulfhydrique qui rendaient la respiration difficile; l'air était d'un calme parfait. Du côté de la colonne de fumée on entendait un bruit sourd, semblable à celui d'un torrent qui, dans une grande crue, roule d'énormes blocs de rochers. Le baromètre marquait 433 millimètres, ce qui indiquait une altitude absolue de 4,771 mètres au-dessus de la mer. La température moyenne, prise par la méthode de Boussingault, était de 1°2 au-dessus de zéro; le psychromètre nous donna 0,909 pour le degré de saturation et $8^{mm},58$ pour la tension de la vapeur. »

En citant ces observations météorologiques et hypsométriques, je dois dire encore que l'auteur en a fait, en divers points, beaucoup d'autres semblables, que, malgré l'intérêt qu'elles présentent, je ne puis reproduire. Je supprime aussi, quoique à regret, ses nombreuses remarques botaniques.

Ayant en vain tenté de descendre dans le cratère pour l'étudier de plus près, les observateurs quittèrent la plate-forme du Paila-Pungo (la porte du volcan) après 3 h. du soir et vinrent fixer leur tente à 300 ou 400 pieds plus bas pour y passer la nuit.

Vers 6 h du matin, le 14, la caravane se remit en marche et un peu avant 8 heures elle se retrouvait sur le bord oriental du cratère. Un coup de vent d'aval chassa les nuages et les brumes qui couvraient l'horizon et un splendide panorama se développa aux yeux des observateurs.

« ... A nos pieds, poursuit l'auteur, s'ouvraient les entrailles du Pichincha avec ses milliers de débris ténébreux amoncelés par l'activité séculaire du feu, des gaz et des vapeurs. Derrière une muraille de rochers hérissés de mille pointes qui séparent les deux gouffres, s'élevait lentement une obscure et effrayante colonne d'épaisse fumée qui, comme un fantôme mystérieux, étendait ses ailes transparentes sur cette cime au milieu de la solitude et du silence, interrompu à peine par les lugubres tonnerres souterrains qui s'échappaient de ces cavernes profondes.

» Vers 11 heures, nous nous préparâmes au retour; nos observations étaient complètes et nos désirs satisfaits. Nous jetâmes un dernier regard sur le cratère, formé de deux cavités séparées par un mur dirigé dans le sens du méridien et haut de 324 mètres. » (Aguilar, *op. cit.*)

Mai. — Le 3, 8 h. du soir, au centre de Flores (Endeh), une faible secousse du S. au N. et de deux secondes de durée.

Le 4, 2 h. du soir, éruption du volcan Yedja, au centre de Flores : elle a duré deux heures et demie; sur la carte de Smit, cette montagne est désignée sous le nom de Goenoeng Api, au sud d'Ambogaga. On pourra se faire une idée de la violence de cette éruption, par le fait qu'une masse de pierres provenant du cratère est tombée sur l'île de Noessa Endeh; sur des pyrogues qui se trouvaient dans la baie d'Endeh, on a observé des cendres de l'épaisseur d'une palme. Pendant l'éruption, toute la partie de l'île située autour de la montagne s'est trouvée dans une obscurité complète durant un quart d'heure.

La dernière éruption mentionnée de ce volcan avait eu lieu en janvier 1867.

Le 14, 5 h. 30 m. du matin, à Goenoeng Sitoli (île Nias), une courte et faible secousse.

Au même moment, à Ajer Bangies (côte O. de Sumatra), une assez forte secousse verticale.

Le 21, à Tontolie (résidence de Menado, Célèbes), tremblement de l'O. à l'E.

Le 27, 6 1/2 h. du soir, à Gorontalo (Célèbes), tremblement de l'E. à l'O.

Le 30, 1 h. 30 m. du soir, à Ponorogo et à Madioen (Java), tremblement du N. au S. (MM. Bergsma et Riedel.)

— Le 5, à Hilo (Hawaï), fréquentes et légères secousses.

Nuit du 5 au 6, une secousse.

Le 6, deux secousses dans le jour.

Le 9, vers 9 h. du soir, deux secousses violentes.

Le 11, au point du jour, une secousse et une autre à 9 h. du matin.

Le 15, 5 h. 45 m. du matin, trois violentes secousses consécutives.

Vers minuit du 15 au 16, une légère secousse.

Le 16, 8 h. du matin, une secousse semblable.

Le 17, 8 h. 20 m. du soir, une secousse violente.

Nuit du 17 au 18, une secousse.

Le 19, 1 h. du soir, une secousse.

Le 21, 9 h. du matin, une secousse.

Le 22, 7 h. du matin et 11 h. du soir, deux secousses.

Vers minuit du 23 au 24, une secousse. Kilauea brillant.

Nuit du 24 au 25, deux faibles secousses.

Le 26, 6 h. du matin, une secousse modérée; à 7 h. 40 m. du matin, une forte secousse et à 7 h. du soir, une troisième.

Le 27, 5 h. et 11 h. du matin, deux secousses.

Minuit du 27 au 28, une secousse.

Le 28, un peu avant le jour, une secousse.

La nuit suivante, une dernière. (Mrs. Lyman.)

— Le 7, 8 h. 45 m. du soir, à Copiapo (Chili), tremblement de trois secondes de durée. (*Ann.* cité.)

— Les 22 et 23, à Condino, secousses. (A. Lancaster.) Cette localité m'est inconnue. Ne se trouve-t-elle pas près du lac de Garde?

Juin. — Le 2, vers 9 h. du soir, à Goenoeng Sitoli (île Nias), une faible secousse de deux secondes de durée.

Le 3, 0 h. 35 m. du matin, au même endroit, une secousse horizontale, ondulatoire, du N. au S. et d'une durée de deux à trois minutes (*sic*).

Le 3, 8 h. 40 m. du matin, une nouvelle secousse, du NO. au SE. et de quatre secondes de durée. C'est la plus forte qu'on y ait

ressentie dans ces dernières années. A 11 h. 40 m., une secousse assez faible d'environ douze secondes de durée. A midi précis, une forte secousse du NO. au SE. et de deux secondes de durée.

Le 9, 11 h. 35 m. du soir, une dernière secousse, légère et de douze secondes de durée.

Le 13, 9 1/2 h. du soir, à Gorontalo (Célèbes), tremblement de l'E. à l'O.

Le même jour, heure non indiquée, à Tontolie (résidence de Menado), tremblement de l'O. à l'E.

Le 22, un peu avant 4 h. du soir, dans la résidence de Bagelen (Java), une assez violente secousse du NO. au SE., accompagnée de bruits souterrains.

Le même jour, vers 4 h. du soir, dans la division de Ambarawa (résidence de Samarang), deux faibles secousses horizontales.

Vers 4 h. du soir encore, à Banjoemas, quelques courtes secousses se suivant immédiatement, et toutes violentes.

A Kederi, vers 5 h. du soir, une courte, mais assez forte secousse.

Le 24, vers 8 h. du matin, dans la division de Ledok (résidence de Bagelen), tremblement assez fort. (MM. Bergsma et Riedel.)

— Le 3, 4 h. du soir, à Hilo (Hawaï), une secousse.

Le 4, heure non indiquée, une secousse.

La nuit suivante, une secousse.

Le 6, 9 h. du matin, deux secousses consécutives.

La nuit suivante, une secousse.

Le 8, 11 h. du soir, une secousse.

Le 9, 4 h. du matin, une secousse.

Le 10, 7 h. 15 m. du matin, une légère secousse, immédiatement suivie d'une secousse violente.

Le 16, 2 h. du soir, une dernière secousse. (Mrs. Lyman.)

— Le 4, 1 h. 2 m. du matin, à Copiapo (Chili), tremblement de quatre secondes de durée.

Le 9, 4 h. 10 m. du soir, autre tremblement de trois secondes.

Le 23, 3 h. 50 m. du soir, un dernier de dix secondes de durée. (*Annuaire* cité.)

— Le 17, 14 h. 20-25 m. (*sic*, 2 h. 20 ou 25 m. du soir?), à Altdorf (Suisse), une forte secousse de l'O. à l'E.

Le 18, 12 1/4 h. (*sic*, midi et quart?), une faible secousse (*Schw. Beob.*, 1868, p. 525).

— Le 17 encore, à Pesth (Hongrie), tremblement signalé par M. A. Lancaster d'après le *Wochenschrift* de Heis.

Juillet. — Le 7, 2 h. du soir, à Kediri (Java), une secousse ondulatoire du S. au N. et de trois à quatre secondes de durée.

Le même jour, vers 2 h. du soir, à Probolingo (chef-lieu de la résidence de ce nom) et dans les divisions de Kraksaan et de Loemadjang (même résidence), quelques secousses qui, quoique de courte durée, furent toutes violentes.

Le 13, éruption du Lobetobi (*vide infrà*).

Le 17, 9 h. du soir, à Goenoeng Sitoli (île Nias), faibles secousses horizontales du N. au S. Durée : dix secondes.

Le 22, vers 4 h. du soir, à Magelang (résidence de Kadoe), une faible secousse.

Le 24, 10 h. 20 m. du soir, à Goenoeng Sitoli, quelques légères secousses horizontales du N. au S. Durée : cinq secondes.

Le même jour, heure non indiquée, à Tontolie (Célèbes), tremblement du N. au S.

Le 27, 11 1/2 h. du matin, à Gorontalo (Célèbes), tremblement de l'E. à l'O.

Le même jour, vers 1 h. 15 m. du soir, à Bezoeki (Java), plusieurs violentes secousses verticales; elles durèrent à peu près cinq secondes et furent accompagnées d'un fort bruit souterrain.

Le 29, heure non indiquée, à Tontolie (Célèbes), tremblement de l'E. à l'O.

Le 30, 10 h. 30 m. du matin, à Painan (division méridionale de Padang), une assez forte secousse horizontale de l'E. à l'O. et de six secondes de durée; elle fut précédée d'un bruit souterrain.

Vers le milieu du mois, le mont Lobetobi (côte SE. de Flores) a vomi beaucoup de cendres et de pierres. Au dire des indigènes, quatre éruptions y auraient eu lieu. Le 13, on a observé de Larantoeka que le sommet de la montagne était entièrement illuminé. (MM. Bergsma et Riedel.)

— Le 7 encore, 8 h. 40 m. du soir, à Copiapo (Chili), tremblement de trente secondes de durée. (*Ann.* cité.)

— Nuit du 7 au 8, à Hilo (Hawaï), une secousse. Il y en a eu plusieurs légères les jours précédents.

Le 11, 11 h. du matin, une secousse.

Le 14, 8 h. du matin, une secousse violente.

Le 20, 5 h. du matin, une secousse semblable.

Le 22, 2 h. du soir, encore une secousse violente.

Le 23, 8 h. du soir, une secousse, suivie à 10 h. 40 m. d'une autre plus forte.

Nuits du 28 au 29 et du 30 au 31, deux secousses chaque nuit (Mrs. Lyman).

Août. — Nuit du 4 au 5, à Hilo (Hawaï), une secousse.

Le 7, 10 h. du soir, une secousse violente.

Le 10, 10 h. 40 m. du matin et 2 h. du soir, deux secousses violentes.

Le 11, 5 h. du soir, une secousse semblable.

Le 12, 8 h. du soir, encore une secousse violente.

Le 14, trois secousses et la nuit suivante deux.

Ces cinq secousses n'ont pas été ressenties par Mrs. Lyman.

Nuit du 16 au 17, une secousse légère.

Le 20, 8 h. et 8 h. 10 m. du matin, deux secousses violentes; à 1 h. du soir, une troisième.

Le 21, dans le jour, deux autres.

Nuit du 22 au 23, trois encore.

Le 25, 3 h. 40 m. du soir, une secousse.

Le 26, 9 h. du matin, une secousse.

Le 29, 5 h. et 8 h. du matin et 3 h. du soir, trois secousses. (Mrs. Lyman.)

— Le 6, 3 h. 10 m. du matin, à Buitenzorg (Java), une secousse faible.

Le même jour, 5 h. 30 m. du soir, à Manondjaja (régences de Préanger), une assez forte secousse de l'E. à l'O. et d'environ cinq secondes de durée.

Le 18, 5 h. 30 m. du matin, à Siboga (côte O. de Sumatra), quelques légères secousses d'environ deux secondes de durée.

Le 21, 6 h. 52 m. du matin, dans la division de Semangka (districts du Lampong, Sumatra), une secousse horizontale du N. au S. et d'environ quatre secondes de durée.

Le 28, 3 h. 50 m. du soir, à Painan (Sumatra), une assez forte secousse horizontale de l'O. à l'E. (M. Bergsma.)

— Le 13, 5 h. 15 m. du soir, à Copiapo (Chili), tremblement qui a duré cent cinquante secondes.

Le même jour, heure non indiquée, à Valparaiso, tremblement très-léger dont M. Budge n'a pas noté les détails, parce qu'il le considéra comme insignifiant; et pourtant, ajoute-t-il, c'est le même qui a détruit Arequipa. (*Ann.* cité.) Il aurait, par conséquent, eu lieu vers 5 $^1/_4$ h. du soir.

— Vers le 15, la frégade la *Néréide*, partie le 15 juillet de Tahiti, se trouvait à mi-chemin du cap Horn. Mauvais temps bizarre, sans hausse ni baisse du baromètre, sans motif apparent. Grosse mer, grosse houle.

« Était-ce le contre-coup du tremblement du 13 sur la côte occidentale de l'Amérique? dit M. des Essarts, enseigne à bord de la *Néréide*. Ce n'est que possible.

» Un fait que tu peux assurer à MM. Babinet et autres, écrivait-il à son père le 22 septembre suivant, c'est la débâcle prématurée des glaces du pôle sud. Cette débâcle, par suite de la fonte des neiges, n'a lieu qu'au commencement de l'été, tout au plus à la fin du printemps de l'hémisphère sud, c'est-à-dire octobre, novembre, décembre et janvier; comment se fait-il donc que dès le 27 août, et par 51° de latitude S., nous en avons rencontré qui, rares d'abord, se sont multipliées à mesure que nous remontions vers le pôle et ne nous ont quittés que vers le 10 septembre.

» Il y a dû avoir au pôle sud une terrible secousse ou quelque phénomène analogue pour détacher ainsi ces masses imposantes au moment où elles tiennent le plus.....

» Ces masses, écrit-il plus tard à M. de Quatrefages, avaient des formes angulaires, aiguës, tranchantes. Ces caractères ne peuvent guère se présenter après une ou plusieurs années de flottement, les angles devant rapidement s'émousser au contact d'une température au-dessus de zéro.

» Je pense donc pouvoir en conclure que le tremblement de terre qui a désolé le Chili (*sic*) a été aussi sous-marin et s'est fait ressentir assez fortement vers le pôle sud pour en détacher des blocs énormes. L'un d'eux, mesuré au sextant, avait environ 100 mètres au-dessus de l'eau. » (*Comptes rendus*, t. LXXIV, p. 1126.)

Je ferai observer que, désastreux au Pérou, le tremblement du 13 a été faible dans le sud du Chili, où toutefois les vagues séismiques ont été assez considérables. Les observations de M. des Essarts ne laissent aucun doute sur leur extension vers le pôle sud.

— Le 29, 2 1/2 h. et 3 h. du matin, à Wiesbaden, deux secousses, plus fortes aux environs du Sonnenberg. (Noeggerath, *Die Erdbeben im Rheingebiet, in den Jahren 1868, 1869 und 1870*, p. 13.)

Septembre. — Le 1er, 11 h. 30 m. du soir, à Siboga (côte O. de Sumatra), quelques légères secousses horizontales du N. au S. et d'environ quinze secondes de durée.

On les a ressenties à Baros, Singkel, Natal et Goenoeng Sitolie (île Nias). A Baros, elles furent accompagnées d'un bruit souterrain.

Le 4, 9 1/2 h. du soir, à Gorontalo (Célèbes), tremblement.

Le 12, 6 h. 39 m. du soir, dans la division de Semangka (districts de Lampong), tremblement vertical d'environ cinq secondes de durée.

Nuit du 16 au 17, à Bandong et à Garoet (régences de Preanger), deux courtes, mais assez fortes secousses du N. au S.

Le 17, 1 h. 45 m. du matin, à Tjamies (résidence de Chéribon), tremblement qui dura une minute (*sic*) et fut si violent que les habitants prétendent n'en avoir jamais ressenti un semblable.

Le 18, 9 h. du soir, à Goenoeng Sitolie (île Nias), tremblement d'environ dix secondes de durée.

Le 20, 1 h., 2 h., 3 h. et 5 h. 30 m. (*sic*), au même endroit, nouvelles secousses du N. au S. La première a duré environ huit secondes.

Le 24, vers 8 h. 30 m. du soir, dans la division de Loemadjang

(résidence de Probolingo), quelques secousses de deux minutes (*sic*) environ de durée.

Le même jour, vers 10 h. du soir, à Bodjonegoro (résidence de Rembang), une légère secousse de l'E. à l'O.

Dans la résidence de Bagelen, 10 h. 15 m. du soir, une courte, mais assez forte secousse du NE. au SO.

A Magelang (résidence de Kadoe), 10 h. 25 m. du soir, une assez forte secousse du N. au S., vibratoire (*trillend*), non oscillatoire (*niet golvend*).

Enfin à Kediri, vers 10 h. 30 m. du soir, deux courtes, mais assez fortes secousses du NE. au SO.

Le 29, 8 h. 7 m. du matin, dans la division de Semangka (districts de Lampong), une secousse d'environ dix secondes de durée. (MM. Bergsma et Riedel.)

— Nuit du 3 au 4, vers les sources de la Kern River, au delà d'Owens Lake, dans la portion centrale de la Sierra Nevada (Californie), frémissements du sol et bruits sourds fréquemment répétés.

Le 4, 8 h. du matin, tremblement terrible; le sol était visiblement agité; beaucoup de rochers ébranlés et grand glissement de terrain. De 8 à 9 heures, quarante et une secousses dont quelques-unes violentes, mais non comparables à la première. Dans tout le jour et la nuit suivante, elles se renouvellent à des intervalles de cinq à dix minutes. Elles continuent avec des bruits souterrains jusque dans la matinée du 6. A 9 h. de ce jour, on avait déjà compté cinq cents secousses.

Jusqu'au 11, elles se renouvellent encore d'heure en heure ou de deux en deux heures au plus. Les pêcheurs qui rapportent ces faits quittent les lieux ce jour-là.

Les 13, 14 et 15, à Owens Lake, suivant le récit d'autres pêcheurs et de chasseurs, secousses violentes, faisant rouler les rochers dans les vallées. Vers le même temps, dans les montagnes voisines (*in Alpine County*), violent tremblement qui ébranla des centaines de milles. Aussitôt après, l'air s'obscurcit et, un jour ou deux plus tard, cet obscurcissement se manifesta de San Francisco au Nevada, et même à l'E., jusqu'au désert Humboldt.

Le 17, d'autres pêcheurs d'Owens Lake vinrent aux sources de Kern River et y restèrent jusqu'au 28. Les trois premiers jours (17, 18 et 19), les secousses se renouvelèrent encore chaque heure. Les trois jours suivants, elles furent encore plus fréquentes et plus violentes; puis elles diminuèrent de force et continuèrent ensuite à des intervalles d'une heure jusqu'au 28, jour du départ des pêcheurs.

Toutes ces secousses étaient dirigées du SE. au NO. et la plupart précédées d'un bruit sourd. (*Proc. of the Calif. Acad.*, 1868, p. 29 et 39. Séances des 21 septembre et 7 décembre 1868.)

— Le 5, 1 h. et 10 h. 30 m. du soir, à Hilo (Hawaï), deux secousses.

Le 7, 3 h. 30 m. du soir, une forte secousse.

Le 8, avant le jour, une forte secousse.

Le 11, 10 h. du matin, deux secousses.

Le 12, 8 h. du soir, une secousse assez forte.

Le 13, 2 h. du soir, une secousse semblable.

Le 18, 8 h. 30 m. du matin, une secousse légère.

Nuit du 20 au 21, deux légères secousses.

Le 22, 6 h. du matin et 2 h. du soir, deux courtes secousses.

Nuit du 24 au 25, une secousse modérée. (Mrs. Lyman.)

— Le 11, à Pontafel (Carinthie), tremblement. (A. Lancaster.)

— Le 13, 11 h. 8 m. du soir, à Agram (Croatie), une forte secousse ondulatoire du NO. au SE. et d'une seconde seulement de durée. (Boué.)

Octobre. — Le 2, à Bonn, tremblement.

Une semaine plus tard, une secousse isolée, ressentie à Bonn seulement. (A. Lancaster.)

— Le 3, dans le nord de l'Autriche, tremblement. (A. Lancaster.)

— Le 9, 3 h. 23 m. du matin, à Copiapo (Chili), tremblement de trente secondes de durée.

Le 13, 1 h. 20 m. du matin, tremblement du NO. au SE. et de deux cent soixante-dix secondes de durée. Dans la demi-heure suivante, neuf petits tremblements. Ils se sont ensuite répétés, de demi-heure en demi-heure à peu près, jusqu'à 10 h. du matin;

puis d'heure en heure jusqu'au 14, 7 h. du matin, et d
la manière suivante :

Le 14, 3 h. 45 m. du soir, tremblement de cinq sec
durée.

Le 15, midi un quart, autre de même durée.

Le 16, rien.

Le 17, 7 h. du matin, tremblement de six secondes de
8 h. 5 m., un autre de cinq secondes; à 10 h. 30 m. du
1 h. 20 m. du soir, deux autres de dix secondes chacu
5 m., un cinquième de quatre-vingt-dix secondes de dur
à 5 h. 10 m. et 8 h. 15 m., deux autres de douze seconde

Le 18, 3 h. 15 m. et 5 h. 20 m. du soir, deux trem
dont on n'indique pas la durée.

Le 19, 6 h. 40 m. et 8 h. 55 m. du matin, deux tremb
le premier de six secondes et le deuxième de douze sec
durée. A 3 h. 5 m. du soir, un troisième dont la durée
indiquée.

Le 21, 6 h. du matin, tremblement de neuf secondes

Le 23, 8 h. 45 m. du soir, tremblement de cinq seco

Le 24, 11 h. 55 m. du matin, tremblement de vingt se

Le 25, 5 h. du matin, tremblement de treize seconde

Le 30, 10 h. 15 m. du matin, tremblement de quatre

Le 31, 2 h. 15 m. du matin, un dernier de douze se
durée. (*Annuaire* cité.)

— Le 11, 11 h. du soir, à Siboga et à Baros (côte
matra), faibles secousses du N. au S. durant six à huit

Le 19, 6 h. 30 m. du matin, à Natal (résidence de Ta
une violente secousse du N. au S.

Le 28, entre 3 ½ h. et 5 h. du soir, aux îles Nak
quatre tremblements du SE. au NO. et de huit à douze
de durée chacun. (M. Bergsma.)

— Le 16, en Dalmatie, tremblement.

Le 17, en Dalmatie et en Illyrie, tremblement. A L
d'après Heis, *op. cit.*)

— Le 20, 5 h. du matin, à Hilo (Hawaï), une violente
précédée d'une autre faible.

Le 26, 11 h. 45 m. du soir, une secousse.

Le 30, 8 h. du soir, une secousse. Mrs. Lyman a été absente au commencement du mois et n'a pas tenu de journal pendant deux semaines.

— Dans le courant du mois, à Manille (Philippines), fort tremblement. (Boué.)

Novembre. — Le 2, 8 h. du matin, à Hilo (Hawaï), une secousse légère; à 1 h. du soir, une autre semblable aussitôt suivie d'une forte secousse.

Nuit du 7 au 8, une secousse.

Le 10, 10 h. du soir, une courte secousse.

Nuit du 14 au 15, une secousse.

Le 16, 10 h. du soir, une forte et longue secousse qui fit fuir des maisons.

Le 17, 2 h. 15 m. du soir, une secousse.

Nuit du 17 au 18, une secousse.

Le 18, heure non indiquée, une secousse.

Le 22, vers 5 h. du matin, deux secousses violentes.

Le 23, 10 h. 45 m. du matin, une secousse.

Le 28, 8 h. 30 m. du matin, une forte secousse.

Le 29, 5 h. du matin et 12 h. 30 m. du soir (p. m., *sic*), deux secousses. (Mrs. Lyman.)

— Le 7, 7 h. du matin, à Copiapo (Chili), tremblement de quarante-cinq secondes de durée.

Le 8, 10 h. 45 m. du matin, un autre de six secondes.

Le 9, 6 h. 45 m. du matin, un de huit secondes. A 6 h. 20 m. du soir, long tremblement de cent et vingt secondes de durée et à 8 h., un autre de cinq secondes seulement.

Le 10, 8 h. 45 m. du soir, tremblement de six secondes.

Le 12, 2 h. 10 m. du matin, autre de dix secondes.

Le 13, 8 h. 35 m. du matin, un autre de six secondes.

Le 18, 1 h. 20 m. du matin, un de quatre secondes.

Le 20, 8 h. 25 m. du soir, un autre d'égale durée.

Le 28, 4 h. 45 m. du matin, tremblement qui a duré trente secondes.

Le 29, 8 h. 50 m. du soir, un encore d'égale durée. (*Annuaire* cité.)

— Le 7 encore, à Victoria (île Vancouver), tremblement. (A. Lancaster.)

— Le 10, 8 h. 37 m. du soir, à Padang (côte O. de Sumatra), deux fortes secousses du S. au N., se suivant presque immédiatement et de trente-huit secondes de durée totale.

Le même jour, 9 h. 15 m. du soir, à Painan, assez fort tremblement du S. au N. et de cinq secondes de durée.

Le 13, 10 h. 45 m. du matin, à Ternate, première éruption. Elle s'annonça par un bruit violent, semblable à un coup de canon, puis continua en faisant entendre un fort bruissement. Le sommet de la montagne était nuageux, de sorte que la colonne de fumée était seule visible. Celle-ci, dont la hauteur fut estimée à 3,000 pieds, s'est dissipée très-promptement par un vent assez fort.

Le 18, 6 1/2 h. du matin, à Gorontalo (Célèbes), tremblement de l'E. à l'O.

Le 23, deuxième éruption du volcan de Ternate.

Le 25, à Tontolie (Célèbes), tremblement de l'E. à l'O. Tous les tremblements relatés pour cette localité furent faibles et durèrent, pour la plupart, quinze secondes au plus. (Pour aucun d'eux, remarque M. A. Lancaster, l'auteur n'a indiqué l'heure.)

Le 30, 8 h. 30 m. du matin, troisième éruption du volcan de Ternate. Celle-ci fut également accompagnée d'une assez forte explosion, puis suivie d'un bruit souterrain durant assez longtemps. Le sommet de la montagne était caché par les nuages; la colonne de fumée, qui était lancée avec une grande force, avait une hauteur évaluée à 5,000 pieds. Cette éruption fut suivie d'une assez forte pluie de cendres qui couvrirent promptement tous les toits, les arbres, les fleurs, etc., et leur donnèrent une couleur grise. Le ciel en fut, pour ainsi dire, obscurci. D'après des observations faites, on a recueilli, sur une surface de 3,600 centimètres carrés, une quantité de cendres pesant 86 milligrammes et demi. (MM. Bergsma et Riedel.)

— Le 12, 12 h. 35 m. du jour (*sic*), à S[t]-Vittore (au NE. de Bellinzona, Tessin), tremblement de deux à trois secondes de durée, avec fort roulement.

Le 22, à Graechen (Valais), traces de tremblement. (*Schw. meteor. Beob.*, 1868, pp. 592 et 601.)

— Le 12 encore, commencement de l'éruption du Vésuve. (A. Lancaster.)

— Le 17, 3 h. 50 m. du soir, à Cologne, Düren, Bonn, etc., tremblement déjà mentionné, sur lequel M. A. Lancaster m'a communiqué les détails complémentaires suivants : « A Cologne, trois secousses du SO. au NE., se suivant à de courts intervalles et de quelques secondes de durée chacune. A Düren, la secousse fut horizontale et vibratoire, avec bruits semblables à ceux que produit le roulement d'une voiture sur le pavé. A Redburg, le tremblement dura cinq à six secondes. »

— Le 27, 10 h. 45 m. du soir, à Bucharest, tremblement du N. au S. (A. Lancaster.)

— Le 28, à Kronstadt, tremblement. (A. Lancaster.)

Décembre. — Le 5, à Neumarhof (Croatie), tremblement. (Boué.)

— Le 11, 2 h. du matin, à Hilo (Hawaï), une secousse violente.

Le 25, 5 h. du matin, une secousse violente.

Le 28, 5 h. 30 m. du soir, une légère secousse. (Mrs. Lyman.)

— Le 11 encore, 2 h. 10 m. et 4 h. 20 m. du matin, à Copiapo (Chili), deux tremblements : le premier de cent cinquante secondes de durée et le second de huit secondes.

Le 14, 3 h. du matin, autre de quinze secondes.

Le 15, 4 h. 5 m. du matin, un dernier de six secondes de durée. (*Annuaire* cité.)

— Le 11 encore, 5 h. 30 m. du soir, à Ajer Bangies (côte O. de Sumatra), faible tremblement du SO. au NE. et de quelques secondes de durée.

Le même jour, 10 h. 50 m. du soir, à l'île Soemba, voisine de Timor, faible secousse du NE. au SO.

Le 15, le mont Lobetobi (Flores) commença à lancer beaucoup de fumée.

Le 24, 3 h. 38 m. du matin, à Goenœng Sitolie (Nias), une faible secousse qui ne dura que quelques secondes.

Le 27, 9 h. du matin, à Larentoeka (Flores), trois faibles secousses, successives et horizontales du SO. au SE. (*Sic*, M. Bergsma.)

— Le 20, au matin, à Colima et Manzanillo (Mexique), tremblement déjà signalé. J'en ai aussi mentionné un à la date du 1er décembre, dans les mêmes villes et avec des circonstances semblables. La *Chronique* du *Tour du monde*, n° 477, n'en rapporte qu'un seul. M. A. Lancaster pense qu'il faut supprimer celui du 1er et n'admettre que celui du 20.

— Le 23, 10 h. du matin, à Berne, une légère secousse du N. au S.

Le 28, 3 h. 17 m. du matin, à Auen (C. de Glaris), tremblement. (*Schw. meteor. Beob.*, 1869, pp. 7 et 23.)

— Le 28, à Gibraltar, tremblement. (A. Lancaster.)

— Le 31, à Tabris (Perse), tremblement. (A. Lancaster.)

— En 1868 (*sans date mensuelle*). Au Cotopaxi, bruits souterrains et colonne de fumée. (Voir plus haut, à juin 1851.)

— La même année, dans la république de l'Équateur, tremblements qui ont détruit Pulate et Pesilo. (*Ibid.*) S'agit-il des secousses du 16 août? Je n'ai vu ces deux localités mentionnées nulle part. Leur position m'est inconnue.

FIN.

TABLE

DES

MÉMOIRES CONTENUS DANS LE TOME XXIII.

SCIENCES.